

1 апреля

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Редакционная коллегия: акад. Л. А. Арцимович, акад. А. Г. Бетехтин, акад. С. А. Векшинский, акад. Б. А. Казанский, акад. А. Н. Колмогоров (зам. главного редактора), акад. А. Л. Курсанов, акад. С. А. Лебедев, акад. А. И. Опарин (главный редактор), акад. Е. Н. Павловский, акад. Л. И. Седов, акад. Н. М. Страхов, акад. А. Н. Фрумкин (зам. главного редактора)

26-й ГОД ИЗДАНИЯ

1958

ТОМ 119, № 4

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

	Стр.
И. Я. Бакельман. Нерегулярные поверхности ограниченной внешней кривизны	631
Р. Э. Виноград. Общий случай устойчивости характеристических показателей и существования ведущих координат	633
М. И. Вишик и Л. А. Люстерник. Об асимптотике решений задач с быстроосциллирующими граничными условиями для уравнений с частными производными	636
С. А. Гальперн. Задача Коши для общих систем линейных уравнений с частными производными	640
А. Д. Горбунов и Б. М. Будак. О сходимости некоторых конечноразностных процессов для уравнений $y' = f(x, y)$ и $y'(x) = f(x, y(x), y(x - \tau(x)))$	644
Е. А. Григорьева. Метод прямых в смешанных задачах для параболических систем	648
Вольфганг Рихтер. Предельное поведение распределения χ^2 в случае больших уклонений	652
В. К. Саульев. Решение параболических уравнений произвольного порядка методом сеток	655
Чжан Чжи-фэн. О единственности предельных циклов некоторых уравнений нелинейных колебаний	659

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Э. И. Григолюк. Устойчивость упруго-пластических неоднородных оболочек	663
--	-----

АСТРОНОМИЯ

Л. В. Мирзоян. К вопросу о природе непрерывной эмиссии	667
--	-----

ФИЗИКА

И. В. Александров. Вычисление константы ядерного магнитного экранирования	671
И. А. Квасников. Применение вариационного принципа в теории сверхпроводимости	675

	Стр.
В. А. Москаленко. Энергия экситона в ионных кристаллах	678
Б. С. Непорент. Общие соотношения между поглощением и излучением для модуляционных спектров многоатомных молекул	682
К. П. Станюкович. Взаимодействия двух тел, «излучающих» потоки газа . .	686
А. Н. Тавхелидзе и В. К. Федянин. Приближенные уравнения для амплитуды рассеяния фотонов на нуклонах	690
ОКЕАНОЛОГИЯ	
К. В. Беклемишев. Связь распределения фитопланктона Индоокеанского сектора Антарктики с гидрологическими условиями	694
А. С. Саркисян. О нестационарных ветровых течениях в бароклинном океане	698
ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА	
А. Я. Шиняев. Исследования диффузии в сплавах на основе никеля с числом компонентов от 2 до 8	702
ХИМИЯ	
А. Н. Башкиров, В. В. Камзолкин, К. М. Сокова и Т. П. Андреева. О составе спиртов, получающихся при жидкофазном окислении <i>n</i> -парафиновых углеводородов	705
И. Н. Назаров, Г. В. Александрова и А. А. Ахрем. Синтез и превращения цис- и транс-1-этинил-1-декалолов	708
А. Н. Несмейнов, А. Е. Борисов и Н. В. Новикова. Сохранение конфигурации пропенильного радикала в реакциях цис- и транс-пропениллития с оксо-соединениями	712
М. И. Розенгарт и Б. А. Казанский. Дегидроциклизация <i>n</i> -гентана на алюмохромовых катализаторах	716
А. В. Топчиев и Л. А. Алявдина. Полимеризация изобутилена при действии фтористого бора, адсорбированного на силикагеле	720
ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
А. А. Воскресенский. Адсорбция аммиака на графитированной саже	724
П. Г. Иванов и А. А. Балядин. О термической ионизации водорода и углеводородов в присутствии металлических катализаторов	727
А. А. Исирикян и А. В. Киселев. Теплота адсорбции паров бензола и гексана на кварце	731
Н. В. Калашников и В. И. Черникин. Исследование теплообмена между вибрирующими подогревателями и вязкими жидкостями	735
И. К. Козиненко и Е. А. Шилов. Кинетика и механизм окисления алкоголов и альдегидов активным хлором	737
ГЕОХИМИЯ	
Б. К. Прошляков. Ванадий в нефтесодержащих карбонатных породах палеогена Северной Ферганы	741
А. И. Смирнов. К вопросу о генезисе фосфоритов	745
БИОХИМИЯ	
А. С. Коникова, Б. С. Сухарева и М. Г. Крицман. К характеристике силы связей, образующихся при включении аминокислот в изолированные белки	749
Е. А. Шерстнев. О влиянии карнозина на процессы фосфорилирования в мышечной ткани	753
ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ	
И. Н. Плаксин и Е. М. Чаплыгина. Влияние кислорода и азота на флотационное разделение титановых и циркониевых минералов	756
ГЕОЛОГИЯ	
Ю. М. Васильев. Унаследованная складчатость между Южным Уралом и Мангишлаком	759
В. А. Зубаков. Стратиграфия четвертичных отложений ледниковой зоны Принесийской Сибири	763

Т. Г. Калишевич и В. Я. Посыльный. Об отсутствии перерыва в осадконакоплении между кайнозоем и мезозоем в районе Синегорска — Загорска на Сахалине	766
Н. В. Неволин. Мезокайнозойская структура Прикаспийской впадины	769
В. А. Токарев. Геологическая интерпретация материалов по сейсмичности Кольско-Скандинавского региона	772
Е. Ф. Чиркова-Залесская и Е. И. Зубцов. Новые находки стефанской флоры в Среднем Тянь-Шане	776
Ю. М. Шейнманн. Место Атлантического и Индийского океанов в формировании структур Земли	779
ПЕТРОГРАФИЯ	
К. Т. Мазанкина и Л. Е. Штеренберг. Структурная анизотропия генетических типов антрацитов	782
ПОЧВОВЕДЕНИЕ	
В. И. Касаточкин, М. М. Кононова и О. И. Зильбербранд. Инфракрасные спектры поглощения гумусовых веществ почвы	785
В. М. Фридланд. О связи солевого профиля черноземов с термическими условиями	789
М. Т. Ястребов. Определение радиоактивности почвенного и атмосферного воздуха, меченного C^{14}O_2 , для контроля чистоты проб почвенного воздуха	792
ПАЛЕОНТОЛОГИЯ	
И. А. Ильинская. Ископаемые монотопные и политопные флоры и комплексы	797
ЦИТОЛОГИЯ	
Н. Л. Делоне. Совместное действие этилендиаминтетрауксусной кислоты и рентгеновского излучения на микроспоры <i>Tradescantia paludosa</i> в интерфазе	800
ГИСТОЛОГИЯ	
Н. Г. Хлопин и Н. М. Чистова. Гистофизиологические наблюдения над эндотелием в тканевых культурах	803
МИКРОБИОЛОГИЯ	
В. М. Бергольц. О свойствах вирусоподобного бесклеточного агента, изолированного из лейкозных тканей человека	806
А. Е. Крисс, А. С. Тихоненко и В. И. Бирюзова. Ультрамикроскопические образования, обнаруженные в морских и океанических глубинах	809
БОТАНИКА	
С. С. Хохлов. Классификация апомиксиса у покрытосеменных	812
МОРФОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ	
В. Л. Витковский. Пути возникновения фасциаций у плодово-ягодных растений	816
ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ	
Г. М. Добринин. Корни кукурузы и некоторые биологические особенности их	819
Л. И. Сергеев и К. А. Сергеева. Особенности годичного цикла и морозоустойчивость древесных растений	823
М. Х. Чайлахян и Т. В. Некрасова. Влияние физиологически активных веществ на преодоление полярности у черенков лимона	826
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ	
А. И. Матвеева. Динамика в процессе регенерации костей свода черепа у собак, вызванной методом деструкции	830
М. Ф. Никитенко. О роли центральной нервной системы в процессе регенерации хвоста после аутотомии у ящерицы	834
ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОРФОЛОГИЯ	
В. И. Стрелковский. Онтогенез оперкулярного скелета <i>Acipenseridae</i> и его филогенетическое значение	837
	627

CONTENTS

MATHEMATICS

	Page
I. J. Bakelman. Non-regular surfaces of bounded external curvature	633
R. E. Vinograd. The general case of the stability of characteristic exponents and the existence of leading coordinates	633
M. I. Vishik and L. A. Lusternik. The asymptotic of the solutions of problems involving rapidly oscillating boundary conditions for partial differential equations	636
S. A. Halpern. Cauchy problem for general systems of linear partial differential equations	640
A. D. Gorbunov and B. M. Budak. The convergence of some finite-difference processes for equations $y' = f(x, y)$ and $y'(x) = f(x, y(x), y(x - \tau(x)))$. .	644
E. A. Grigorieva. Straight line method in the mixed problems for parabolic systems	648
Wolfgang Richter. The limit behaviour of the χ^2 distribution in the case of large deviations ¹	652
V. K. Sauliev. The solution of parabolic equations of any order by means of nets Chan Chi-fen. On the uniqueness of the limit cycles of some non-linear oscillation equations	655

THEORY OF ELASTICITY

E. I. Grigoluk. The stability of unhomogeneous elasticoplastic shells	663
---	-----

ASTRONOMY

L. V. Mirzoian. On the nature of continuous emission	667
--	-----

PHYSICS

I. V. Alexandrov. The calculation of the constant of nuclear magnetic shielding .	671
I. A. Quassnikov. The application of the variation principle to the superconduction theory	671
V. A. Moskalenko. Exciton energy in ionic crystals	671
B. S. Neporent. General relations between absorption and radiation for modulation spectra of polyatomic molecules	683
K. P. Stanukovich. Interaction between two bodies, «radiating» gas flows . .	688
A. N. Tavkhelidze and V. K. Fedianin. Approximate equations for the amplitude of photon scattering on nucleons	690

OCEANOLOGY

C. W. Beklemishev. The dependence of the phytoplankton distribution upon the hydrological conditions in the Indian sector of the Antarctic . .	691
A. S. Sarkissian. Unsteady wind currents in a baroclinic ocean	693

TECHNICAL PHYSICS

A. J. Shiniaev. An investigation of diffusion in alloys ² on the basis of nickel with components numbering from two to eight	701
---	-----

CHEMISTRY

A. N. Bashkirov, V. V. Kamzolkin, K. M. Sokova and T. P. Andreeva. The composition of alcohols produced by liquid phase oxidation of <i>n</i> -paraffines . .	703
I. N. Nazarov, G. V. Alexandrova and A. A. Akhrem. The synthesis and transformations of cis- and trans-1-ethynyl-1-decalols	706
A. N. Nesmeianov, A. E. Borisov and N. V. Novikova. The preservation of the propenyl configuration in the reactions of cis- and trans-propenyl lithium with oxo-compounds	711
M. I. Rosengart and B. A. Kasansky. Dehydrocyclization of <i>n</i> -heptane on alumina-chromia catalysts	711
A. V. Topchiev and L. A. Alyavdina. The polymerization of isobutylene under the influence of boron trifluoride adsorbed on silica gel	721

PHYSICAL CHEMISTRY

A. A. Voskresensky. Adsorption of ammonia on graphitized carbon black . .	722
P. G. Ivanov and A. A. Balandin. Thermal ionization of hydrogen and hydrocarbons in the presence of metal catalysts	722
A. A. Isirikian and A. V. Kiselev. The heat of adsorption of benzene and hexane vapours on quartz	733

	Pages
N. V. Kalashnikov and V. I. Chernikin. A study of the heat exchange between vibrating heaters and viscous liquids	735
I. K. Kozinenko and E. A. Shilov. The kinetics and mechanism of the oxidation of alcohols and aldehydes by active chlorine	737
 GEOCHEMISTRY	
B. K. Proshliakov. Vanadium in oil-bearing carbonate rocks of the Paleogene of North Ferghana	741
A. I. Smirnov. On the genesis of phosphorites	745
 BIOCHEMISTRY	
A. S. Konikova, B. S. Sukhareva and M. G. Kritzman. On the force of bonds formed upon the incorporation of amino acids into isolated proteins	749
E. A. Sherstnev. On the influence produced by carnosin upon phosphorylation processes in muscular tissue	753
 CHEMICAL TECHNOLOGY	
I. N. Plaksin and E. M. Chaplygina. The influence of oxygen and nitrogen on the separation of titanium and zirconium minerals by flotation	756
 GEOLOGY	
Yu. M. Vasiliev. Inherited folding between the South Urals and the Mangyshlak	759
V. A. Zubakov. The stratigraphy of the quaternary deposits of Near-Enisei Siberia	763
T. G. Kalyshevich, V. J. Posylny. On the absence of interval in sediment accumulation between the Cenozoic and the Mesozoic in the region of Sinegorsk-Zagorsk, at the Sakhalin	766
N. V. Nevolin. The Mesocenozoic structure of the Near-Caspian depression	769
V. A. Tokarev. A geological interpretation of data on the seismic activity in the Kola-Scandinavian region	772
H. Th. Tchirkova-Zalesskaia and E. I. Zubtsov. New finds of Stéphanian flora in the Central Tien Shan	776
Yu. M. Schoenmann. The rôle of the Atlantic and the Indian Ocean in the formation of the Earth's structures	779
 PETROGRAPHY	
K. T. Mazankina and L. E. Sterenberg. The structural anisotropy of genetic types of anthracites	782
 SOIL SCIENCE	
V. I. Kasatochkin, M. M. Kononova and O. I. Silberbrand. Infra-red absorption spectra of humus substances of the soil	785
V. M. Friedland. On the relation between the salt horizon of black soils and the thermic conditions	789
M. T. Iastrebov. Determination of radioactivity of soil- and atmosphere air labelled with C^{14}O_2 , made for controlling the purity of soil air samples	792
 PALEONTOLOGY	
I. A. Ilyinskaia. Fossil monotypic and polytopic floras and complexes	797
 CYTOTOLOGY	
N. L. Delaunay. The combined effect of ethylenediaminetetraacetic acid and X-ray radiation upon microspores of <i>Tradescantia paludosa</i> at the interphase	800
 HISTOLOGY	
N. G. Chlopin, and N. M. Chistova. Histophysiological observations of endothelium in tissue cultures	803
 MICROBIOLOGY	
M. Bergoltz. On the properties of a viruslike cell-free agent isolated from human leucemic tissues	806
	629

	Page
A. E. Kriss, A. S. Tikhonenko and V. I. Biriuzova. Ultramicroscopic structures discovered in sea- and ocean-depths	80
BOTANY	
S. S. Khokhlov. Classification of apomixis in Angiosperms	81
PLANT MORPHOLOGY	
W. L. Vitkovsky. The ways of fasciation development in fruit- and small-fruit plants	81
PLANT PHYSIOLOGY	
G. M. Dobrynin. The roots of the Zea mays plant, and some of their typical features	81
L. I. Sergheev and K. A. Sergheeva. The peculiar features of the annual cycle and frost resistance in arboreal plants	82
M. Kh. Chaylakhian and T. V. Nekrassova. Physiologically active substances as a means to surmount polarity in lemon cuttings	82
EXPERIMENTAL MORPHOLOGY	
A. I. Matveeva. The dynamics of the regeneration process of the skull vault as brought about in dogs by the destruction method	83
M. F. Nikitenko. On the rôle played by the central nervous system in the process of tail regeneration following autotomy in the lizard	83
EVOLUTIONAL MORPHOLOGY	
V. I. Strelkovsky. The ontogenesis of the opercular skeleton in Acipenseridae and the rôle it played in their phylogenesis	83

ПОПРАВКА

В моей статье, помещенной в ДАН, т. 111, № 2, 1956 г. (Ш. С. Пхакадзе «Некоторые предложения, эквивалентные гипотезе континуума»), на стр. 299 последнюю фразу четвертого абзаца следует читать:

I_0^n — любая (но раз навсегда фиксированная) континуальная группа взаимно-однозначных преобразований пространства R^n , удовлетворяющая условиям: $\Pi^n \subset I_0^n$ и класс D_0^n является I_0^n -инвариантным.

Ш. С. Пхакадзе

МАТЕМАТИКА

И. Я. БАКЕЛЬМАН

НЕРЕГУЛЯРНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ ОГРАНИЧЕННОЙ
ВНЕШНЕЙ КРИВИЗНЫ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 18 XI 1957)

1. Созданная А. Д. Александровым ⁽¹⁾ внутренняя геометрия абстрактных нерегулярных поверхностей (теория многообразий с внутренней метрикой ограниченной кривизны) привела к изучению ряда классов поверхностей с различными ограничениями характера вложения поверхности в трехмерное евклидово пространство E^3 , которые обеспечивают ограниченность кривизны внутренней метрики поверхности ^{(2), (3), (4)}.

Ограничивааясь требованием гладкости поверхности*, А. В. Погорелов ⁽⁴⁾ ввел и исследовал класс поверхностей ограниченной внешней кривизны. Поверхности этого класса характеризуются тем, что имеют конечную площадь сферического изображения с учетом кратности. Этот класс включает в себя все изучавшиеся ранее классы гладких поверхностей.

Однако требование гладкости поверхности весьма сильное. Оно исключает из рассмотрения общие выпуклые поверхности и поверхности ПРВ (представимые разностью выпуклых функций ⁽²⁾). В связи с этим А. Д. Александров поставил задачу выделения класса поверхностей с внутренней метрикой ограниченной кривизны, который, наряду с упомянутыми гладкими поверхностями ограниченной внешней кривизны, включал бы общие выпуклые поверхности и поверхности ПРВ. Настоящая работа посвящена решению этой задачи.

2. Будем рассматривать поверхности F , удовлетворяющие следующим условиям:

1) В каждой точке X поверхности F контингенция поверхности представляет собой конус $K_F(X)$. Мы будем называть его касательным конусом поверхности в данной точке. Пусть, далее, последовательность точек X_1, X_2, \dots поверхности F сходится к точке $X_0 \in F$ и P_1, P_2, \dots — сходящаяся последовательность касательных плоскостей к конусам $K_F(X_1), K_F(X_2), \dots$. Тогда предельная плоскость P_0 есть касательная плоскость к конусу $K_F(X_0)$.

2) Каждая точка X поверхности F имеет окрестность U , которая в надлежаще выбранных декартовых координатах представима уравнением $z = f(x, y)$, причем касательные конусы в точках U не имеют касательных плоскостей перпендикулярных к плоскости x, y .

Условия 1) и 2) заменяют требование гладкости поверхности F более слабыми ограничениями, которые выполняются для общих выпуклых поверхностей и поверхностей ПРВ; они, далее, позволяют установить, что на поверхности F имеется достаточно большое количество спрямляемых кривых для того, чтобы ввести на F внутреннюю метрику известным способом ⁽¹⁾.

Не нарушая общности, можно далее считать, что поверхность F задана уравнением $z = f(x, y)$ и касательные плоскости к ее касательным конусам составляют с плоскостью x, y углы не большие $\pi/2 - \delta$, где $0 < \delta < \pi/2$.

* Поверхность в E^3 называется гладкой, если в окрестности каждой своей точки она допускает задание уравнением $z = f(x, y)$, где $f(x, y)$ — функция, непрерывная вместе с первыми производными.

Перейдем к условиям, ограничивающим внешнюю кривизну поверхности. В рассматриваемом случае пользоваться обобщенным сферическим изображением поверхности довольно сложно. Более удобным оказывается ограничить положительную часть внешней кривизны следующим образом. Пусть $G \subset F$ — замкнутая компактная область и $M_1, M_2, \dots, M_n \subset G$ — открытые попарно непересекающиеся множества с выпуклыми проекциями $\tilde{M}_1, \tilde{M}_2, \dots, \tilde{M}_n$ на плоскость x, y . Пусть $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \dots, \bar{M}_n$ — выпуклые оболочки множеств M_1, M_2, \dots, M_n . Обозначим через M'_i и M''_i те части границы выпуклого тела \bar{M}_i , обращенные выпуклостью соответственно в сторону $z > 0$ и $z < 0$, которые однозначно проектируются в открытое множество \tilde{M}_i , и пусть соответственно σ'_i и σ''_i — площади их сферических изображений. Рассмотрим

$$\sigma(G) = \sup \sum_{i=1}^n (\sigma'_i + \sigma''_i),$$

где точная верхняя граница берется по всевозможным наборам введенных выше множеств M_1, M_2, \dots, M_n . Величина $\sigma(G)$ определяет положительную часть внешней кривизны области G поверхности F . Если поверхность F удовлетворяет условиям 1), 2) и величина $\sigma(G)$ для всякой компактной в смысле внутренней метрики области $G \subset F$ конечна, то естественно называть F поверхностью ограниченной внешней кривизны.

Если же предполагать, что поверхность F задана одним уравнением $z = f(x, y)$, то, используя условия 1) и 2), можно требование ограниченности положительной части внешней кривизны накладывать локально. Под поверхностями ограниченной внешней кривизны мы понимаем в дальнейшем поверхности, удовлетворяющие условиям 1), 2), для которых положительная часть внешней кривизны локально ограничена.

Легко проверить, что класс поверхностей ограниченной внешней кривизны включает в себя классы общих выпуклых поверхностей, поверхностей ПРВ и гладких поверхностей ограниченной внешней кривизны.

3. Теорема 1. Для всякой точки X поверхности ограниченной внешней кривизны F найдется окрестность $U \subset F$ такая, что существует последовательность регулярных поверхностей F_n , равномерно сходящаяся к F в U вместе с внутренними метриками, положительные части внешних кривизн которых $\iint_{E_n} K_n dS_n$ равномерно ограничены (E_n — множество

точек F_n , где гауссова кривизна $K_n \geq 0$; dS_n — элемент площади поверхности F_n).

Построение регулярных поверхностей F_n осуществляется с помощью конструкций, предложенных А. В. Погореловым в (4).

Из теоремы 1 легко следует:

Теорема 2. Поверхности ограниченной внешней кривизны в смысле их внутренней метрики — многообразия ограниченной кривизны в смысле А. Д. Александрова.

Ленинградский государственный педагогический институт
им. А. И. Герцена

Поступило
15 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. Д. Александров, ДАН, 60, № 9 (1948). ² А. Д. Александров, ДАН, 72, № 4 (1950). ³ И. Я. Бакельман, Усп. матем. наук, 11, в. 2 (1956). ⁴ А. В. Погорелов, Поверхности ограниченной внешней кривизны, Харьков, 1956.

МАТЕМАТИКА

Р. Э. ВИНОГРАД

ОБЩИЙ СЛУЧАЙ УСТОЙЧИВОСТИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И СУЩЕСТВОВАНИЯ ВЕДУЩИХ КООРДИНАТ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 15 XI 1957)

Рассмотрим системы дифференциальных уравнений

$$y' = P(t)y; \quad (1)$$

$$x' = P(t)x + \varphi(t, x). \quad (2)$$

Здесь x — вектор; $P(t)$ — $n \times n$ -матрица с ограниченными на $0 \leq t < \infty$ элементами; $\varphi(t, x)$ — вектор нелинейных возмущений, $\varphi(t, 0) \equiv 0$, удовлетворяющий условию Липшица по x с «константой» $g(t)$. Нелинейность считается малой, если $g(t) = g_1(t) + g_2(t)$, где $\int_0^\infty g_1 d\xi < \infty$, а $g_2(t)$ равно

или меньше достаточно малого δ или стремится к нулю. Матрица $P(t)$ в дальнейшем предполагается чисто диагональной с вещественными элементами

$$p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t). \quad (3)$$

Это не ограничение, ибо общий случай всегда приводится к указанному преобразованию Перрона и так называемым σ -преобразованием, в результате которых $g(t)$ приобретает лишь конечный и легко вычисляемый множитель.

Ставится задача об отыскании условий, которые следует наложить на функции (3), чтобы обеспечить устойчивость характеристических показателей, т. е. близость показателей систем (1) и (2) при любых возмущениях с достаточно малым δ . Этой задаче в различных ее аспектах посвящены работы ряда авторов (1—5).

В (1, 2) предполагается, что (3) — константы; результат — устойчивость показателей. Предположения в (3) — разделенность функций (3):

$$p_{i+1}(t) - p_i(t) \geq a > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (4)$$

линейность $\varphi(t, x)$ и $g(t) \rightarrow 0$; результат — совпадение показателей (1) и (2) и существование ведущих координат вдоль каждой оси, т. е. существование для любого i такого решения (x_1, x_2, \dots, x_n) , что $x_j/x_i \rightarrow 0$. В (4) условие

разделенности снижено до $p_{i+1} - p_i > 0$ и $\int_0^\infty (p_{i+1} - p_i) d\xi = \infty$, но это

ослабление компенсируется добавочным требованием $g/(p_{i+1} - p_i) \rightarrow 0$ вместо $g \rightarrow 0$; результаты сходны с (3). Наиболее общими оказываются предположения (5), где вместо (4) требуется лишь интегральная разделенность

$$\int_\tau^t (p_{i+1} - p_i) d\xi \geq a(t - \tau) - B \quad \text{для всех } \tau < t, i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (5)$$

с положительными a и B ; результат — устойчивость показателей. Однако в этой работе существенно используется дополнительное ограничение — правильность системы (1) — без которого доказательство не проходит. Таким образом, здесь обобщаются результаты ^(1,2), но не ^(3,4).

Тем не менее, снижение требования разделенности до уровня (5) представляет особый интерес. Дело в том, что в связи с исследованием центрального показателя ⁽⁶⁾ в рассматриваемых вопросах выяснилось преобразование роли не самих функций (3), а их стекловских усреднений

$$p_i^H(t) = H^{-1} \int_t^{t+H} p_i(\xi) d\xi$$

с большими H . Легко проверить, что условие (5) эквивалентно условию обычной разделенности для p_i^H : $p_{i+1}^H(t) - p_i^H(t) \geq a_1 > 0$ при $H \geq H_1$, последнее же «почти необходимо» для устойчивости показателей: если оно нарушается при всех больших H на множестве относительной меры больше нуля (так именуем множество $A \subset [0, \infty)$, если $\lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} \operatorname{mes}(A \cap [0, T]) > 0$),

то показатели заведомо неустойчивы.

Поэтому представилось полезным выявить решающее значение условия интегральной разделенности (5) для устойчивости показателей без каких-либо дополнительных предположений о правильности (1), линейности $\varphi(t, x)$, стремления $g(t)$ к нулю и т. п.

Этой цели служит следующая теорема.

Теорема. Пусть выполнено (5). Каковы бы ни были $\varepsilon > 0$, $\gamma > 0$, существует такое $\delta > 0$, что при любых возмущениях с $g_2(t) < \delta$ решения системы (2) обладают следующими свойствами:

1°. Норма всякого решения имеет вид

$$|x(t)| = \exp \left[c(t) + \int_0^t (p_i + \varepsilon_x) d\xi \right] \quad (6)$$

с одним из $i = 1, 2, \dots, n$, где $|c(t)|$ ограничено, $|\varepsilon_x(t)| < \varepsilon$; в частности,

показатель такого решения лежит в интервале $(\bar{p}_i - \varepsilon, \bar{p}_i + \varepsilon)$.

$$\bar{\eta} = \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} t^{-1} \int_0^t p d\xi.$$

2°. Множество $E^k(t_0)$ начальных точек (при всяком $t_0 \geq 0$) решений с показателями $\bar{p}_k + \varepsilon$ гомеоморфно k -мерной плоскости $E^k = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$; многообразия $E^k(t_0)$ вложены: $E^k(t_0) \subset E^{k+1}(t_0)$.

3°. Все решения из 2° лежат в «конусе ширины γ около плоскости E^k », т. е. для них $(x_{k+1}^2 + \dots + x_n^2)/(x_1^2 + \dots + x_k^2) < \gamma^2$. Это имеет место, начиная с $t = 0$, если $\int_0^\infty g_1 d\xi$ достаточно мал, а в противном случае — начиная с некоторого t_1 , общего для всех рассматриваемых решений.

4°. Всякое решение вида (6) погружается, кроме того, в «конус ширины γ около оси x_i », и в этом смысле его i -я координата является ведущей; однако погружение происходит начиная с большого t , зависящего от решения.

5°. Для всякого $t_0 \geq 0$ существует единственный гомеоморфизм между начальными точками решений (1) и (2), при котором показатели соответствующих решений совпадают с точностью до $\pm \varepsilon$.

6°. Если вместо $g_2 \leq \delta$ имеем $g_2 \rightarrow 0$, то поправки $\pm \varepsilon$ всюду снимаются, а ширина конусов γ может считаться как угодно малой при больших t .

В доказательстве используется следующая лемма.

Лемма об уравнении Риккати. Пусть дано уравнение (с одним неизвестным y)

$$y' = p(t)y - G(t)(1 + y^2), \quad (7)$$

где $|p(t)| \leq M$, $\int_{\tau}^t p d\xi \geq a(t-\tau) - B$, $G(t) = \delta_0 + g_1(t)$. Если $\int_0^\infty g_1 d\xi = \delta_1 < +\infty$ и δ_0, δ_1 достаточно малы, то для сколь угодно большого T найдется решение (7), удовлетворяющее условиям:

I. $\delta_0/M < y(t) < M/\delta_0 + 1$ при всех t .

II. $y(t) < q$ при $0 \leq t \leq T$, $0 < q < 1$.

III. $y(t) > (1-q)/q$ при t , равном или больше некоторого $T_1 > T$.

Наметим краткое доказательство теоремы. Оно ведется индукцией по n следующим образом. Все решения системы (2) разбиваются на два класса: первый — те, у которых $x_n^2(t) < x_1^2(t) + \dots + x_{n-1}^2(t)$ для всех t , второй — остальные; доказывается непустота классов. Легко устанавливается, что проекция всякого решения первого класса на плоскость E^{n-1} подчиняется системе вида (2) размерности $n-1$, так что для этой проекции, по индуктивному предположению, утверждения $1^\circ - 6^\circ$ выполнены. Отсюда, методом интегральных уравнений Гробмана (2), уточняя рассуждения (5), удается вывести, что и целые решения первого класса удовлетворяют $1^\circ - 6^\circ$. Если решение принадлежит второму классу, то для некоторого $T \geq 0$ имеем

$$x_n^2(T) \geq x_1^2(T) + \dots + x_{n-1}^2(T). \quad (8)$$

Строим конус

$$x_n^2 \geq y_1^2(t)x_1^2 + \dots + y_{n-1}^2(t)x_{n-1}^2,$$

где $y_i(t)$ — решение уравнения Риккати

$$y'_i = [p_n(t) - p_i(t)]y_i - G(t)(1 + y_i^2),$$

выбранное по лемме для указанного T . Из соотношений (8) и условия II леммы видно, что в момент $t = T$ изучаемое решение лежит внутри конуса. Основной момент доказательства состоит в том, что при достаточно малом $\delta < \delta_0$ векторы поля (2) на границе конуса оказываются всюду направленными внутрь него (с учетом переменности конуса во времени t), и поэтому взятое решение не покидает конуса. Тогда из условия III леммы ясно, что при $t \geq T_1$ оно лежит в «конусе ширины $q/(1-q)$ около оси x_n », и, если q мало, то ширина не превышает заданного γ . Остальные утверждения теоремы получаются отсюда без особого труда.

Теорема обобщает упоминавшиеся выше результаты из (1, 2, 5) (в случае различных показателей) и (3). Она может быть распространена также на случаи совпадения некоторых показателей с усложнением формулировок.

Московский авиационный
технологический институт

Поступило
11 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ К. П. Персидский, Изв. АН КазССР, в. 1 (1947). ² Д. М. Гробман, Матем. сборн., 30 (72), 1 (1952). ³ О. Реггорп, J. d. reine u. angev. Math., № 142 (1913). ⁴ Z. Szmydtowa, Rocznik Pol. Towarz. Math., 24, № 2, 1951 (1953). ⁵ Б. Ф. Былов, Диссертация, МГУ, 1954. ⁶ Р. Э. Виноград, Матем. сборн., 42, в. 2, 207 (1957).

М. И. ВИШИК и член-корреспондент АН СССР Л. А. ЛЮСТЕРНИК

**ОБ АСИМПТОТИКЕ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ
С БЫСТРО ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ
ДЛЯ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ**

Как известно, ограниченное в полуплоскости $y > 0$ решение $u(x, y)$ уравнения Лапласа $\Delta u = 0$ при граничном условии $u|_{y=0} = \sin kx$ имеет вид $u = e^{-ky} \sin kx$ и при большом k заметно отлично от нуля лишь вблизи границы.

Подобного рода явления пограничного эффекта встречаются в разных задачах математической физики с быстро осциллирующими граничными условиями. В этой статье мы исследуем асимптотику решений первой краевой задачи для произвольных эллиптических уравнений с быстро осциллирующими граничными условиями. Некоторые из возможных определений быстрой осцилляции приводятся в пп. 2 и 3. Так как равномерно ограниченная последовательность все быстрее осциллирующих на границе Γ области функций слабо сходится к нулю на Γ и оператор решения эллиптического уравнения непрерывен, то легко вывести сходимость соответствующих решений к нулю в каждой внутренней подобласти. Представляет, однако, интерес построение асимптотики решений вблизи границы. Мы будем ее строить методами, описанными в работах ^(1, 2).

1. Рассмотрим сначала в плоской области Q с границей Γ эллиптическое уравнение порядка $2k$

$$L_{2k}u = 0, \quad (1)$$

разрешимое при любых граничных условиях первой краевой задачи. Сначала рассмотрим случай, когда эти граничные условия имеют вид:

$$\frac{\partial^l u}{\partial n^l} \Big|_{\Gamma} = A_l(\varphi) e^{i\omega\varphi} \quad (l = 0, 1, \dots, k-1), \quad (2)$$

где $A_l(\varphi)$ — достаточно гладкие функции, обращающиеся в нуль вне некоторой части $\varphi_0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_1$ границы (φ — параметр на границе). В некоторой ρ_0 -окрестности Ω_{ρ_0} этой части границы введем систему координат (ρ, φ) (ср. ⁽²⁾), где ρ , например, — расстояние по нормали до Γ . Переходя к этим переменным, запишем уравнение (1) в виде

$$L_{2k}u \equiv H_{2k} \left(\frac{\partial}{\partial \rho}, \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) u + L_{2k-1}u = 0, \quad (3)$$

$$H_{2k}(\xi, \eta) = \sum_{j=0}^{2k} a_j(\rho, \varphi) \xi^j \eta^{2k-j}, \quad H_{2k}(i\xi, i\eta) \geq C(\xi^{2k} + \eta^{2k}) \quad (4)$$

при вещественных ξ, η . Разложим $a_l(\rho, \varphi)$ по степеням ρ :

$$a_l(\rho, \varphi) = a_l(\varphi) + \sum_{s=1}^p b_{ls}(\varphi) \rho^s + b_{l,p+1}(\rho, \varphi) \rho^{p+1}.$$

Тогда

$$H_{2k}(\xi, \eta) = M_0(\xi, \eta) + \dots, \quad [M_0(\xi, \eta)] = \sum a_j(\varphi) \xi^j \eta^{2k-j}.$$

Соответственно производя аналогичные разложения всех коэффициентов оператора L_{2k} и делая замену $t = \omega\rho$ и $u = v(\rho, \varphi) e^{i\omega\varphi}$, представим уравнение (3) в виде

$$e^{i\omega\varphi} \omega^{2k} \left(M_0 \left(\frac{\partial}{\partial t}, i \right) + \frac{1}{\omega} M_1 + \dots \right) v = 0. \quad (5)$$

Таким образом, мы видим, что в уравнении появляется малый параметр $1/\omega$, что позволяет проводить второй итерационный процесс работы (2). Именно, в качестве первого приближения v_0 возьмем решение обыкновенного относительно t уравнения

$$M_0 \left(\frac{\partial}{\partial t}, i \right) v \equiv \sum_{j=0}^{2k} a_j(\varphi) i^{2k-j} \frac{\partial^j v}{\partial t^j} = 0 \quad (6)$$

с постоянными относительно t коэффициентами и характеристическим уравнением

$$M_0(\lambda, i) = \sum a_j(\varphi) i^{2k-1} \lambda^j = 0. \quad (7)$$

Из (4) следует неравенство $M_0(i, i\lambda) > 0$ для всех вещественных λ . Поэтому, в силу леммы 4 работы (2), уравнение (7) имеет ровно k корней $-\lambda_1, -\lambda_2, \dots, -\lambda_k$ с отрицательными вещественными частями. Общее решение уравнения (6) типа пограничного слоя имеет вид

$$v_0 = \sum_{l=1}^k c_l(\varphi) \exp(-\lambda_l t) = \sum_{l=1}^k c_l(\varphi) \exp(-\lambda_l \omega \rho); \quad (8)$$

коэффициенты $c_l(\varphi)$ находятся однозначно из условия удовлетворения v_0 граничным условиям (2). Следующее приближение $v_1 (v = v_0 + \frac{1}{\omega} v_1 + \dots)$ находится также совершенно элементарно (2) из уравнения $M_0(v_1, i) = -M_1 v_0$ при однородных граничных условиях типа (2); аналогично, строя далее второй итерационный процесс (2), получим последовательные приближения v_2, \dots, v_m . Функции v_0, v_1, \dots, v_m определены лишь в окрестности Ω_{ρ_0} . Можно распространить их на всю область (1, 2), умножая их на гладкую функцию $\psi(\rho)$; $\psi(\rho) \equiv 1$ при $0 \leq \rho \leq \frac{1}{3}\rho_0$, $\psi(\rho) \equiv 0$ при $\frac{2}{3}\rho_0 < \rho$, и полагая $v_i \equiv 0$ в $Q - \Omega_{\rho_0}$.

Обозначим

$$z_{m+1} = u - \left(v_0 + \frac{1}{\omega} v_1 + \dots + \frac{1}{\omega^m} v_m \right) e^{i\omega\varphi}, \quad (9)$$

где u — точное решение задачи (1), (2). Имеем:

$$|L_{2k} z_{m+1}| < \frac{C}{\omega^{m-2k}}, \quad (10)$$

и z_{m+1} удовлетворяет однородным граничным условиям типа (2). Отсюда, пользуясь оценками в метриках $W_p^{(2k)}$ (3), получим

$$\|z_{m+1}\|_{W_p^{(2k)}} \leq \frac{C}{\omega^{m-2k}}. \quad (11)$$

Таким образом, получается асимптотика решения и оценка остаточного члена, справедливые для самой функции u и ее производных до порядка $2k$. С помощью энергетических неравенств при меньших ограничениях

можно получить аналогичные асимптотику и оценки вплоть до производных порядка $\leq k$.

2. Пусть на Γ дано семейство функций $\{f_\varepsilon\}$, зависящее от параметра ε . Мы скажем, что это семейство есть $\frac{1}{\varepsilon}$ -осциллирующее в интервале $\mu(\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_1)$, $\mu \subset \Gamma$, если для любого φ из этого интервала

$$\left| \int_{\varphi_0}^{\varphi} f_\varepsilon(\varphi) d\varphi \right| < K\varepsilon \quad (K \text{ — не зависит от } \varepsilon). \quad (12)$$

Семейство $\{f_\varepsilon\}$ $\frac{1}{\varepsilon}$ -осциллирует на всей границе Γ , если Γ можно покрыть конечным числом интервалов μ_i ($i = 1, \dots, p$), в каждом из которых оно $\frac{1}{\varepsilon}$ -осциллирует. С помощью разбиения единицы $1 \equiv \sum \psi_i$, где $\psi_i \equiv 0$ всюду вне μ_i , функция v_ε представляется в виде $v_\varepsilon \equiv \sum \psi_i v_\varepsilon$, где каждое слагаемое отлично от 0 лишь в μ_i .

Будем искать асимптотику решений u_ε уравнения (1) при граничных условиях

$$\left. \frac{\partial^l u_\varepsilon}{\partial \rho^l} \right|_\Gamma = \alpha_l(\varphi) g_{l\varepsilon}(\varphi), \quad (13)$$

где $\alpha_l(\varphi) \equiv 0$ вне одного из интервалов μ_i , $g_{l\varepsilon}(\varphi) — \frac{1}{\varepsilon}$ -осциллирующие функции на μ_i . Общий случай осциллирующих граничных условий получается суммированием таких решений для всех интервалов μ_i . Будем считать μ_i отвечающим интервалу $(0, 2\pi)$ переменного φ .

Разложим в ряд Фурье функцию

$$g_{l\varepsilon} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{lk}(\varepsilon) e^{ik\varphi}$$

и решим для каждого слагаемого граничную задачу (1), (2) при $A_l(\varphi) = \alpha_l(\varphi) a_{lk}(\varepsilon)$, $\omega = k$. Мы получим таким образом последовательные приближения $v_{0k} e^{ik\varphi}, \dots, \frac{1}{k^m} v_{mk} e^{ik\varphi}$ и, суммируя их, получим асимптотику u_ε в виде

$$w_0 + w_1 + \dots + w_m, \quad \text{где } w_s = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k^s} v_{sk} e^{ik\varphi}. \quad (14)$$

Из условия (12) быстрой осцилляции функции $g_{l\varepsilon}(\varphi)$ следует

$$|a_{lk}(\varepsilon)| \leq C |k| \varepsilon.$$

Поэтому члены v_{sk} , отвечающие небольшим значениям k , малы, а члены с большими значениями k быстро затухают с ростом ρ в силу (8).

Имеют место следующие оценки:

$$|w_0| \leq C \frac{\varepsilon}{\rho} \quad \text{при } \rho > \varepsilon, \quad |w_1| \leq C \min(\varepsilon^{1/s}, \varepsilon |\ln \rho|),$$

$$|w_k| \leq C \varepsilon \quad \text{при } k \geq 2, \quad |D^s w_{s+1}| \leq C \min(\varepsilon^{1/s}, \varepsilon |\ln \rho|), \quad (15)$$

$$|D^s w_p| \leq C \varepsilon \quad \text{при } p > s + 1.$$

Можно проверить, что остаточный член $z_\varepsilon = u_\varepsilon - (w_0 + \dots + w_{2k})$ удовлетворяет уравнению вида

$$L_{2k} z_\varepsilon = O(\varepsilon)$$

и однородным граничным условиям. Поэтому (3)

$$\|z_\varepsilon\|_{W_p^{(2k)}} \leq C\varepsilon.$$

Таким образом, приведенные выше итерации дают остаток, малый во всей области вместе с производными до порядка $2k$.

Если мы хотим получить остаток, малый в метрике L_p ($p > 1$), то достаточно, как видно из (15), ограничиться первым приближением w_0 : $u_\varepsilon = w_0 + z_{\varepsilon 0}$ ($\|z_{\varepsilon 0}\|_{L_p} \leq C\varepsilon$). Если мы хотим обеспечить малость z_ε порядка ε в метрике C , то, как видно из (14), достаточно ограничиться первыми двумя членами $w_0 + w_1$.

3. Можно дать более тонкое определение осцилляции на интервале $a \leq \varphi \leq b$. Семейство функций $\{f_\varepsilon\}$ на интервале $[a, b]$ называется $\frac{1}{\varepsilon}$ -осциллирующим порядка s , если:

$$1) \left| \int_{a_\varepsilon}^{b_\varepsilon} f_\varepsilon d\varphi \right| \leq C\varepsilon^s, \text{ где } |a - a_\varepsilon| \leq C\varepsilon, |b - b_\varepsilon| \leq C\varepsilon;$$

$$2) \text{ Для } s\text{-й последовательной основной примитивной* выполняется условие } \left| \int_{a_\varepsilon}^{\varphi} f_\varepsilon^{(-s)} d\varphi \right| \leq C\varepsilon^s.$$

Если семейство граничных условий $g_{l\varepsilon}(\varphi) - \frac{1}{\varepsilon}$ -осциллирующее порядка s , то, применяя предыдущие построения, получим оценки: при $l < s$ $|w_l| \leq C\varepsilon^s / \rho^{s-l}$ ($\rho > \varepsilon$), $|w_s| \leq C \min(\varepsilon^{\gamma_s}, \varepsilon |\ln \rho|)$, $|w_m| \leq C_m \varepsilon_s$ при $m > s$, и асимптотическое представление (14) можно довести до остаточных членов порядка ε^s .

4. Многомерный случай ничем не отличается от двумерного. Отметим, что достаточно наличия быстрой осцилляции хотя бы по одному направлению на границе, чтобы имели место приведенные выше построения и оценки. Например, определение $\frac{1}{\varepsilon}$ -осцилляции, данное в п. 2, обобщается следующим образом: семейство функций $\{f_\varepsilon\}$ называется $\frac{1}{\varepsilon}$ -осциллирующим на данной части границы, если в некоторой местной системе координат интегралы по любой параллелепипедальной области имеют порядок ε . Как и в двумерном случае, мы переходим от локального определения к определению осцилляции по всей границе.

Внимание авторов к тематике настоящей заметки привлекли доклады А. Л. Гольденвейзера на их семинаре. Авторы выражают ему благодарность.

Поступило
29 I 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ М. И. Вишик, Л. А. Люстерник, ДАН, **113**, № 4 (1957). ² М. И. Вишик, Л. А. Люстерник, Усп. матем. наук, **12**, в. 15 (77) (1957). ³ А. И. Кошелев, ДАН, **110**, № 3 (1956).

* Назовем основной примитивной функцией $f_\varepsilon^{(-1)}$ функции f_ε ту примитивную, для

которой $\int_{a_\varepsilon}^{b_\varepsilon} f_\varepsilon^{(-1)} d\varphi = 0$.

С. А. ГАЛЬПЕРН

**ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОБЩИХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ
С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ**

(Представлено академиком И. Г. Петровским 17 I 1958)

1. В работе изучается задача Коши для системы линейных уравнений с частными производными общего вида. Число уравнений предполагается равным числу искомых функций.

Пусть $t = t_0$ гиперплоскость в пространстве (t, x_1, \dots, x_n) , на которой задаются начальные условия. Коэффициенты системы предполагаются зависящими только от переменной t . Заменим в системе все младшие производные по t от неизвестных функций через новые искомые функции; после этого порядок дифференцирования по t в системе будет не выше первого, и система может быть записана в виде

$$M\left(t, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}\right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = L_1\left(t, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}\right) \bar{u}. \quad (1)$$

Начальные условия записутся так:

$$\bar{u}(t_0, x_k) = \bar{\varphi}(x_k). \quad (2)$$

Здесь черта сверху служит для обозначения вектор-функций с N составляющими; $M\left(t, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}\right)$ и $L_1\left(t, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}\right)$ — квадратные полиномиальные матрицы относительно операций $\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_n}$ с коэффициентами, зависящими от t . Вместо аргументов (x_1, \dots, x_n) мы кратко будем писать (x_k) .

Будем искать решение задачи (1) — (2) при $t \geq t_0$. Впервые такую систему частного вида изучил С. Л. Соболев ⁽¹⁾. Другие системы такого вида исследовал М. И. Вишник ⁽²⁾.

Если предположить, что коэффициенты матрицы M обладают производными, то систему (1) можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[M\left(t, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}\right) \bar{u} \right] = L\left(t, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}\right) \bar{u}. \quad (1')$$

Коэффициенты в системе (1') будем предполагать непрерывными функциями t при $t_0 \leq t \leq T$. После преобразования Фурье

$$v_i = \frac{1}{(2\pi)^n} \int u_i e^{-i(\alpha, x)} dx_1 \dots dx_n,$$

где u_i и v_i — составляющие векторов \bar{u} и \bar{v} ; $(\alpha, x) = \sum_{k=1}^n \alpha_k x_k$, получим

$$\frac{d}{dt} [M(t, \alpha_k) \bar{v}] = L(t, \alpha_k) \bar{v}. \quad (3)$$

Пусть вектор-функции $\bar{v}^l = (v_1^l, \dots, v_N^l)$, $l = 1, \dots, N$, образуют фундаментальную систему решений системы (3), причем матрица решений

удовлетворяет условию:

$$\|v_i^l\|_{t=t_0} = E, \quad (4)$$

где E — единичная матрица.

И. Г. Петровский для систем с матрицей $M(t, \alpha_k)$, тождественно равной единичной, доказал (см. ⁽³⁾), стр. 3 (условие А)), что рост элементов матрицы $\|v_i^l\|$ при $\alpha^2 = \sum_{k=1}^n \alpha_k^2 \rightarrow \infty$ не быстрее некоторой степени α является необходимым и достаточным условием корректности (равномерной относительно t_0) постановки задачи в классе ограниченных функций. В случае систем вида (1), в отличие от систем, рассмотренных И. Г. Петровским, могут встретиться решения v_i^l , которые стремятся к бесконечности при $\alpha_k \rightarrow \alpha_k^0$, $k = 1, \dots, n$, и при $t \rightarrow t_0 + \tau$. Например, для уравнения $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = -tu$ имеем $v = e^{t/2\alpha^2}$, и $v \rightarrow \infty$ при $t \neq 0$ и $\alpha \rightarrow 0$.

Решение задачи Коши при произвольных, хотя бы как угодно гладких или аналитических начальных условиях и стремящихся как угодно сильно к нулю на бесконечности по действительной оси, не дает возможности представить решение при помощи интеграла Фурье. Следовательно, для произвольных начальных функций указанных классов не всегда существует абсолютно интегрируемое решение. Однако, если брать такие начальные функции, преобразование Фурье которых убывает при $\alpha \rightarrow 0$ как e^{-T/α^2} , то решение этого класса начальных функций может быть представлено интегралом Фурье.

Отметим, что в случае неограниченного роста некоторого элемента матрицы $\|v_1^l\|$ при $t \rightarrow t_0 + \tau$, $\tau > 0$, и $\alpha_k \rightarrow \alpha_k^0$ задача Коши для такой системы поставлена некорректно в классе ограниченных функций.

2. Теорема 1. Если матрица $\|v_i^l\|$ остается ограниченной в любой конечной части пространства $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ при $t_0 \leq t \leq T$ и растет не быстрее, чем α^p , $p > 0$, при $\alpha \rightarrow \infty$, то формулы

$$u_i = \int \sum_{l=1}^N v_i^l E_{\varphi_l} e^{i(\alpha, x)} dx_1 \dots dx_n, \quad (5)$$

где E_{φ_l} — преобразование Фурье функции φ_l , дают решение задачи Коши (1')—(2) при выполнении следующего условия:

Начальные функции φ_i обладают абсолютно интегрируемыми с квадратом производными до порядка $\lambda = [n/2] + k + p + 1$, где k — наивысший порядок производных в операторах M и L .

Если взять $\lambda = [n/2] + p + 1$, то получим обобщенное решение, являющееся равномерным пределом решений.

Теорема 2. Если члены матрицы $\|v_i^l\|$ удовлетворяют при $\alpha \leq 1$ и при $t_0 \leq t \leq T$ условию*:

$$|v_i^l| \leq \frac{A_1}{\alpha^q}, \quad q \geq 0, \quad (A_1)$$

а при $\alpha > 1$, $t_0 \leq t \leq T$ условию:

$$|v_i^l| \leq A_2 \alpha^p, \quad p \geq 0, \quad (A_2)$$

то формула (5) дает решение задачи (1')—(2), если начальные функции φ_i удовлетворяют следующим требованиям:

a₁) все моменты от φ_i до порядка $q_0 = q - n + 1$ равны нулю, т. е.

$$\int \varphi_i(x_1)^{s_1} \dots (x_n)^{s_n} dx_1 \dots dx_n = 0 \quad (6)$$

для всех целых $s_k \geq 0$ таких, что $s_1 + s_2 + \dots + s_n \leq q_0$.

* Здесь и далее A_k обозначают положительные постоянные.

a₂) функции φ_i обладают интегрируемыми с квадратом производными до порядка $\lambda = [n/2] + p + k + 1$, где k — порядок наивысших производных в операторах M и L .

Если взять $\lambda = [n/2] + p + 1$, то получим обобщенное решение, являющееся равномерным пределом решений.

Отметим, что v_i^l может обращаться в бесконечность только при тех значениях α_k , при которых $\det M$ обращается в нуль.

Замечание 1. Если условие (A₁) не выполнено, то в предположении, что $|\det M(t, \alpha_k)| \geq A_3 \alpha^r$ при $\alpha \leq 1$, всегда имеет место неравенство

$$|v^l| \leq A_4 e^{(1/\alpha)^{\sigma}}, \quad \alpha \leq 1, \quad (7)$$

где $\sigma \leq r$. Тогда при выполнении условий (A₁) и a₂) теоремы 2 решение задачи (1')—(2) будет существовать в классе начальных функций, преобразование Фурье которых удовлетворяет условию

$$|E_{\varphi_i}| \leq A_5 e^{-(1/\alpha)^{\sigma}}, \quad \alpha \leq 1.$$

Замечание 2. Можно сначала искать производные по (x_1, \dots, x_n) порядка $q_0 = q - n + 1$ от решения задачи (1')—(2), а затем восстанавливать решение. Производные $D^{q_0} u_i$ удовлетворяют системе (1') и начальным условиям

$$D^{q_0} u_i |_{t=t_0} = D^{q_0} \varphi_i. \quad (2')$$

Имеет место следующее утверждение:

Пусть условия (A₁) и (A₂) выполнены; тогда формулы

$$D^{q_0} u_i = \int \sum_{l=1}^N E_{D^{q_0} \varphi_l} v_i^l e^{i(\alpha x)} dx_1 \dots dx_n \quad (8)$$

дают решение задачи (1')—(2'), если начальные функции φ_i обладают $\lambda = \sup \{[n/2] + p + k + 1, q_0\}$ производными, интегрируемыми с квадратом.

Замечание 3. Пусть условие (A₂) выполнено, а вместо условия (A₁) имеем условие

$$|v_i^l| \leq \frac{A_6}{|\omega(\alpha_1, \dots, \alpha_n)|^q}, \quad q \geq 0, \quad (A_1^*)$$

где $\omega(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = 0$ — некоторая действительная алгебраическая поверхность. Этот случай может встретиться, если $\det M(t, \alpha_k)$ обращается в нуль при $\omega(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = 0$. Обозначим через ω^* оператор $\omega = \omega\left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_n}\right)$. Тогда формулы

$$\omega^q u_i = \int \sum_{l=1}^n E_{\omega^q \varphi_l} v_i^l e^{i(\alpha x)} dx_1 \dots dx_n \quad (9)$$

будут давать оператор ω от решения задачи (1')—(2), удовлетворяющий начальным условиям

$$\omega^q u_i |_{t=0} = \omega^q \varphi_i.$$

Предполагается, что функции φ_i обладают интегрируемыми с квадратом производными до порядка $\lambda = \sup \{[n/2] + p + k + 1, q_m\}$, где m — степень многочлена $\omega(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$.

3. При доказательстве единственности устанавливается теорема о том, что при некоторой достаточной гладкости начальных

функций и обращении в нуль всех моментов от этих функций до некоторого порядка решения задачи (1')—(2) будут интегрируемыми вместе с производными до заданного порядка.

Теорема 3 (единственности). Пусть выполнены условия (A_1) и (A_2) и пусть $|\det M(t, \alpha_k)| \geq A_7 \alpha^r$, $r \geq 0$. Тогда всякое решение задачи (1')—(2) с нулевыми начальными условиями, растущее при $|x| \rightarrow \infty$ не быстрее некоторого полинома, удовлетворяет двум системам:

$$M\left(t, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}\right) \bar{u} = \bar{P}(t, x_1, \dots, x_n); \quad (10)$$

$$L\left(t, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}\right) \bar{u} = \frac{\partial}{\partial t} \bar{P}(t, x_1, \dots, x_n), \quad (11)$$

где составляющие $\bar{P}(t, x_1, \dots, x_n)$ — многочлены по (x_1, \dots, x_n) определенной степени $p^* \leq 2\{([n/2] + 1)(q + r - 1) + r\} - n$ с коэффициентами, зависящими от переменной t , причем $\bar{P}(0, x_1, \dots, x_n) = 0$.

Замечание 1. Очевидно, что если системы (10) и (11) имеют общее нетривиальное решение, обращающееся в нуль при $t = t_0$ и принадлежащее к рассматриваемому классу, то единственности в этом классе нет.

Замечание 2. Если рассматривать класс решений, стремящихся к нулю при $|x| = \sum_{i=1}^n x_i^2 \rightarrow \infty$ вместе с производными до порядка k_0 , где k_0 — порядок наивысших производных в операторе $M\left(t, \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}\right)$, то в уравнениях (10) и (11) нужно положить $\bar{P}(t, x_1, \dots, x_n) \equiv 0$.

Замечание 3. Если $\det M(t, \alpha_k) \neq 0$ ни при каких значениях α_k , то в (10) и (11) надо положить $\bar{P}(t, x_1, \dots, x_n) \equiv 0$.

Случай, когда $\det M(t, \alpha_k) \neq 0$, рассмотрен мною ранее ⁽⁴⁾.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
16 I 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ С. Л. Соболев, Изв. АН СССР, сер. матем., 18, 3 (1954). ² М. И. Вишник,
Матем. сборн., 39(81), № 1 (1956). ³ И. Г. Петровский, Бюлл. МГУ, в. 7 (1938).
⁴ С. А. Гальперн, Усп. матем. наук, 8, 5, 191 (1953).

А. Д. ГОРБУНОВ и Б. М. БУДАК

**О СХОДИМОСТИ НЕКОТОРЫХ КОНЕЧНОРАЗНОСТНЫХ ПРОЦЕССОВ
ДЛЯ УРАВНЕНИЙ $y' = f(x, y)$ И $y'(x) = f(x, y(x), y(x - \tau(x)))$**

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 22 XI 1957)

Описанию и исследованию конечноразностных методов решения задачи Коши для уравнений, указанных в заглавии, посвящена обширная литература (см., например, (1–6)). В настоящей статье исследуется сходимость некоторых конечноразностных процессов решения задачи Коши для таких уравнений и получаются некоторые оценки.

1°. Пусть дано уравнение

$$y' = f(x, y), \quad (1)$$

правая часть которого определена и непрерывна в некоторой ограниченной замкнутой области \bar{G} плоскости (x, y) ; требуется найти его решение, удовлетворяющее условию

$$y(x_0) = y_0, \quad (x_0, y_0) \in G. \quad (2)$$

Через $y = y(x)$ будем обозначать всякое точное решение задачи (1), (2) (7).

Приближенные значения y_i ординат $y(x_i)$ точного решения $y = y(x)$ в точках $x_i = x_0 + ih$, $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; h > 0$, будем искать при помощи конечноразностного уравнения:

$$\sum_{i=0}^m \alpha_i y_{k-i} = h \sum_{i=0}^n \beta_i f_{k+l-i}, \quad f_j = f(x_j, y_j), \quad (3)$$

где l, m и n — заданные целые числа; α_i и β_i — определенные действительные числа; $m > 0$; $n \geq 0$; $\alpha_0, \alpha_m, \beta_0, \beta_n$ отличны от нуля (6).

Заметив, что порядок уравнения (3) равен $p - q$, где $p = \max(k, k + l)$ и $q = \min(k - m, k + l - n)$, зададим начальные условия в виде

$$y_i = g(x_i), \quad i = 0, -1, \dots, -(p - q - 1), \quad g(x_0) = y_0, \quad (4)$$

где $g(x)$ — некоторая непрерывно дифференцируемая функция, заданная на отрезке $x^* \leq x \leq x_0$ и называемая начальной, причем отрезок $[x^*, x_0]$ составляет часть проекции пересечения прямой $y = y_0$ с областью G на ось x -в и $(x, g(x)) \in G$; допускается возможность начальную функцию менять при изменении шага h , который должен удовлетворять условию $h(p - q - 1) \leq x^* - x_0$.

Пусть задача (3), (4) решена на некотором отрезке значений x . Соединим каждую пару точек (x_j, y_j) и (x_{j+1}, y_{j+1}) отрезок прямой, и пусть уравнением полученной ломаной является $y = y_h(x)$. Пусть, далее, числа x и h_0 выбраны так, что упомянутая ломаная определена, во всяком случае, на отрезке $x_0 \leq x \leq \bar{x}$ для всякого h , $0 < h \leq h_0$. Если из всякой последовательности шагов, сходящейся к нулю, можно выделить такую ее подпоследовательность h_v , $v = 1, 2, \dots$, что последовательность соот-

ветствующих ломаных $y = \tilde{y}_{h_v}(x)$ сходится равномерно на отрезке $[x_0, \bar{x}]$ к какому-либо решению задачи (1), (2), то мы скажем, что конечноразностный процесс, определяемый уравнением (3), сходится.

Теорема 1. Если конечноразностный процесс, определяемой уравнением (3) сходится, то выполнены условия

$$\sum_{i=0}^m \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \alpha_j = \sum_{i=0}^n \beta_i \neq 0. \quad (5)$$

2°. Обозначим через $C_h[x_0, \bar{x}]$ пространство конечных функций $\psi(x_h)$, заданных в точках x_k , $k = 0, 1, \dots, N_h = \left[\frac{\bar{x} - x_0}{h} \right]$ с нормой $\|\psi\| = \max_{0 \leq h \leq N_h} |\psi(x_h)|$, а через $C[x_0, \bar{x}]$ — пространство ограниченных функций $\psi(x)$, заданных на отрезке $x_0 \leq x \leq \bar{x}$ с нормой $\|\psi\| = \sup_{x_0 \leq x \leq \bar{x}} |\psi(x)|$. Пространство $C_h[x_0, \bar{x}]$ можно включить в $C[x_0, \bar{x}]$, отождествляя элементы из $C_h[x_0, \bar{x}]$ с соответствующими кусочно-постоянными функциями из $C[x_0, \bar{x}]$.

Рассмотрим конечноразностное уравнение

$$\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \alpha_j \varphi_{k-i} = h \psi_k, \quad (6)$$

где $\varphi_j = \varphi(x_j)$, $\psi_j = \psi(x_j)$. При нулевых начальных условиях его решение может быть записано в виде

$$\varphi_k = h B_h \psi_k, \quad \psi \in C_h[x_0, \bar{x}], \quad (7)$$

причем B_h при всяком фиксированном h является линейным ограниченным оператором с нормой $\|B_h\| = \max_{k=1}^{N_h} \sum_{i=0}^k |\gamma_{ki}|$, где γ_{ki} полностью определяются при помощи какой-либо фундаментальной системы решений однородного уравнения, соответствующего уравнению (6).

Аналогично этому конечноразностное уравнение

$$\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \alpha_j \varphi(x - ih) = h \psi(x) \quad (7')$$

при нулевых начальных условиях определяет функцию

$$\varphi(x) = h \tilde{B}_h \psi(x), \quad \psi \in C[x_0, \bar{x}], \quad (8')$$

причем оператор \tilde{B}_h при всяком фиксированном h является линейным и ограниченным, $\|\tilde{B}_h\| = \|B_h\|$.

Пусть f пробегает множество всех непрерывных функций в \bar{G} ; тогда функция ψ_n , определенная соотношением

$$\psi_n = \sum_{i=0}^n \beta_i f_{k+i+1-i}, \quad 0 \leq k \leq N_h = \left[\frac{\bar{x} - x_0}{h} \right], \quad (9)$$

пробегает все пространство $C_h[x_0, \bar{x}]$.

Обозначим через $K(C)$ класс всех функций ψ , принадлежащих $\sum_{0 < h \leq h_0} C_h[x_0, \bar{x}]$, для которых $\|\psi\| \leq C$, $C > 0$, а через $R(C')$ — класс

всех непрерывно дифференцируемых функций $g(x)$, $x^* \leq x \leq x_0$, для которых $M_{g'} \leq C'$, $C' > 0$, $g(x_0) = y_0$.

Конечноразностный процесс, определяемый уравнением (3), будем называть равномерно сходящимся, если он сходится и если, каковы бы ни были $C > 0$ и $C' > 0$, существует такая константа $A_{CC'}$, зависящая только от C и C' , что неравенство

$$|\Delta y_k / h| < A_{CC'} \quad (10)$$

выполняется равномерно по h , $0 \leq h \leq h_0$, по $k = 0, 1, \dots, N_h$ по $\psi \in K(C)$ и по $g \in R(C')$; $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$ находится при помощи уравнения (3) и начальных условий (4). Уравнение

$$\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \alpha_j \lambda^{m-1-i} = 0 \quad (11)$$

будем, как обычно, называть характеристическим уравнением разностного уравнения (6).

Теорема 2. Пусть коэффициенты уравнения (3) удовлетворяют условиям (5). Тогда для равномерной сходимости конечноразностного процесса, определяемого этим уравнением, необходимо и достаточно, чтобы норма оператора B_h была равномерно ограниченной по h , $0 < h \leq h_0$, модули простых корней характеристического уравнения (11) не превышали единицы и модули его кратных корней были меньше единицы.

Остановимся на некоторых частных случаях.

А. Для конечноразностного процесса, определяемого уравнением $\alpha_0 y_k + \alpha_1 y_{k-1} = h(\beta_0 f_{k+1} + \dots + \beta_n f_{k+1-n})$ необходимые условия (5) принимают вид $\alpha_0 + \alpha_1 = 0$, $\alpha_0 = \beta_0 + \dots + \beta_n \neq 0$ и являются также достаточными условиями сходимости.

Б. Конечноразностный процесс, порождаемый уравнением $\alpha_0 y_k + \alpha_1 y_{k-1} + \alpha_2 y_{k-2} = h(\beta_0 f_{k+1} + \dots + \beta_n f_{k+1-n})$, равномерно сходится только при выполнении условий $\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 0$, $2\alpha_0 + \alpha_1 = \beta_0 + \dots + \beta_n \neq 0$, $-1 < -(\alpha_0 + \alpha_1) / \alpha_2 < 1$.

3°. Пусть $f(x, y)$ удовлетворяет условию Липшица по y с константой L .

Тогда интеграл $u = \int_{x_0}^x |\tilde{y}_h(\xi) - y(\xi)| d\xi$ удовлетворяет неравенству

$$du/dx \leq Lu + A + B(x - x_0), \quad (12)$$

где

$$A = h \rho(h) \left[C^{**} \sum_{i=0}^{m-1} \left| \sum_{j=0}^i \alpha_j \right| i + C^*(m-1) \right], \quad B = C^{**} \varepsilon(h),$$

$$\rho(h) = \max_{x_0 - (m-1)h \leq x \leq x_0} \left| \frac{\Delta g_{t-1}}{h} - f(x, \tilde{y}_h(x)) \right|, \quad \|\tilde{B}_h\| \leq C^{**},$$

$$\varepsilon(h) = \max_{x_0 \leq x \leq \bar{x}} |Q_h(x)|, \quad (13)$$

$$Q_h(x) = \sum_{l=0}^n \beta_l f_{h+l-i} - \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \alpha_j f(x - ih, \tilde{y}_h(x - ih)), \quad x_{k-1} < x \leq x_k,$$

$$C^* = \max_{0 \leq h < +\infty} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{m-1} |C_{ij}| |\zeta_i(k)|,$$

причем $\zeta_1(k), \dots, \zeta_{m-1}(k)$ обозначают расположенные в определенном порядке функции $\lambda_1^k, k\lambda_1^k, \dots, k^{\omega_1-1}\lambda_1^k, \dots, \lambda_s^k, k\lambda_s^k, \dots, k^{\omega_s-1}\lambda_s^k$, построенные

* Через M_f и m_f , M_ψ и m_ψ и т. д. мы будем обозначать верхнюю и нижнюю грани модулей функции f , ψ и т. д. в рассматриваемой области.

при помощи корней уравнения (11) (λ_i имеет кратность ω_i , $\sum_{i=0}^m \omega_i = m - 1$), а константы C_{ij} не зависят от k . Из (12) получается оценка

$$|\tilde{y}_h(x) - y(x)| \leqslant Ae^{L(x-x_0)} + \frac{B}{L}[e^{L(x-x_0)} - 1]. \quad (14)$$

Если $f(x, y)$ удовлетворяет условию Липшица $|f(x, y) - f(x', y')| \leqslant L_1|x - x'| + L_2|y - y'|$ с константами L_1 и L_2 , то оценке (14) можно придать более эффективный характер:

$$|\tilde{y}_h(x) - y(x)| \leqslant h \left\{ Pe^{L_2(x-x_0)} + \frac{C^{**}S}{L_2}[e^{L_2(x-x_0)} - 1] \right\}, \quad (15)$$

где

$$P = \rho(h) \left[C^{**} \sum_{i=0}^{m-1} \left| \sum_{j=0}^i \alpha_j \right| i + C^*(m-1) \right], \quad \rho(h) \leqslant M_{g'} + M_f,$$

$$S = \left[L_1 + L_2(C^*M_{g'} + C^{**}M_f) \sum_{i=0}^n |\beta_i| \right] \left[\sum_{i=0}^n |\beta_i| (|i - l| + 1) + \sum_{i=0}^{m-1} \left| \sum_{j=0}^i \alpha_j \right| i \right].$$

4°. Пусть для уравнения

$$y'(x) = f(x, y(x)), \quad y(x-\tau(x)), \quad m_\tau > 0, \quad (16)$$

где $f(x, y, z)$ задана и непрерывна в замкнутой области \bar{G} пространства (x, y, z) , а $\tau(x)$ — также заданная непрерывная функция, требуется найти решение, удовлетворяющее условию

$$y(x) = \varphi(x) \quad \text{при } \tilde{x} \leqslant x \leqslant x_0, \quad (17)$$

где $\tilde{x} = \min_{x_0 \leqslant x \leqslant \tilde{x}} [x - \tau(x)]$; $\varphi(x)$ — заданная непрерывная функция.

Определения, предложения и оценки, установленные в пп. 1°, 2°, 3° распространяются с небольшими изменениями на конечноразностный метод решения задачи (16), (17), определяемый следующим образом. Рассмотрим точки x_i , $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, и воспользуемся уравнением в конечных разностях

$$\sum_{i=0}^m \alpha_i y_{k-i} = h \sum_{i=0}^n \beta_i f_{k+l-i} \quad (18)$$

порядка $p - q$. Положим

$$y_i = g(x_i), \quad i = 0, -1, \dots, -(p - q - 1), \quad (19)$$

где $g(x)$ — непрерывно дифференцируемая функция, определенная на отрезке $x^* \leqslant x \leqslant x_0$, $g(x_0) = \varphi(x_0)$; шаг h должен удовлетворять условиям $0 < h \leqslant m_\tau$, $h(p - q - 1) \leqslant x^* - x_0$. Далее будем шаг за шагом решать уравнение (18) при начальных условиях (19), полагая $\tilde{y}_h(x) = \varphi(x)$, $\tilde{x} \leqslant x \leqslant x_0$, $f_j = f(x_j, y_j, \tilde{y}_h(x_j - \tau(x_j)))$ и шаг за шагом продолжать функцию $y = \tilde{y}_h(x)$, применяя линейную интерполяцию соседних значений y_j и y_{j+1} . Это приведет к построению приближенного решения задачи (16), (17).

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
28 X 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Математика в СССР за тридцать лет, 1948. ² Л. Коллатц, Численные методы решения дифференциальных уравнений, ИЛ, 1955. ³ В. Э. Миль, Численное решение дифференциальных уравнений, ИЛ, 1955. ⁴ М. Р. Шурабура, Прикл. матем. и мех., 16, 5 (1942). ⁵ Н. С. Бахвалов, ДАН, 104, № 5 (1955). ⁶ G. Dahlquist, Math. Skand., 4, № 1 (1956). ⁷ И. Г. Петровский, Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, 1952. ⁸ А. О. Гельфонд, Исчисление конечных разностей, 1952. ⁹ Б. М. Будак, А. Д. Горбунов, ДАН, 117, № 4 (1957).

Е. А. ГРИГОРЬЕВА

**МЕТОД ПРЯМЫХ В СМЕШАННЫХ ЗАДАЧАХ
ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 1 VII 1957)

В настоящей заметке рассмотрим вопрос о решении системы уравнений

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = a_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

при однородных начальных условиях

$$u_i(x, 0) = 0 \quad (2)$$

и при неоднородных граничных условиях общего вида

$$\sum_{j=1}^m a_{i,j} u_j(0, t) + \frac{\partial u_i(0, t)}{\partial x} = f_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^m a_{m+i,j} u_j(l, t) + \frac{\partial u_i(l, t)}{\partial x} = f_{m+i}(t),$$

где $a_i, a_{k,j}$ — постоянные числа ($a_i > 0$); $f_k(t)$ — непрерывные функции.

К этой задаче можно применить метод интегральных уравнений. Выбираем в качестве неизвестных значения функций $u_i(0, t), u_i(l, t), i = 1, \dots, m$. Для определения этих неизвестных из уравнений (1) и условий (3) выводится система интегральных уравнений типа Вольтерра. После того как для каждой неизвестной функции $u_i(x, t)$ будут известны значения u_i и $\partial u_i / \partial x$ при $x = 0$ и при $x = l$, исходная задача решается применением формулы Грина.

Другой возможный способ для практического решения нашей задачи — способ прямых — заключается в замене производных по t разностным отношением $\frac{u(x, t) - u(x, t-h)}{h}$ и решении затем системы обыкновенных дифференциальных уравнений по x . При этом на границе области мы получим систему алгебраических уравнений с матрицей, распадающейся на треугольные.

Установление сходимости метода прямых сводится к установлению возможности предельного перехода в этой системе линейных алгебраических уравнений для получения интегральных уравнений типа Вольтерра, которым удовлетворяют $u_i(0, t), u_i(l, t), i = 1, \dots, m$. Непосредственно установить равномерную сходимость разностного оператора к интегральному здесь затруднительно. Однако мы показываем правильное приближение этого оператора к оператору, интегральному в смысле С. Л. Соболева (1). Из этой сходимости вытекает законность предельного перехода, а вместе с тем и обоснование метода прямых.

Будем исходить из предположения, что существует решение задачи (1) при условиях (2), (3), причем для этого решения можно записать формулу Грина

$$\int_0^t a_i \left(v_i \frac{\partial u_i}{\partial \xi} - u_i \frac{\partial v_i}{\partial \xi} \right)_{\xi=l} d\tau - \int_0^t a_i \left(v_i \frac{\partial u_i}{\partial \xi} - u_i \frac{\partial v_i}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} d\tau = u_i(x, t), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} v_i(x - \xi, t - \tau) &= \frac{1}{2V\pi \sqrt{a_i(t - \tau)}} e^{-(x - \xi)^2/4a_i(t - \tau)} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ip(x - \xi)} e^{-a_i(t - \tau)p^2} dp. \end{aligned} \quad (5)$$

Предположим, что решение системы уравнений

$$u_{ih}(x, t + h) - u_{ih}(x, t) = a_i \frac{\partial^2 u_{ih}(x, t + h)}{\partial x^2}, \quad i = 1, \dots, m,$$

при условиях (2) и (3) также существует для достаточно малых $h > 0$. Здесь t пробегает значения nh , $n = 0, \dots, [T/h]$. Функции $u_{ih}(x, nh)$ определяются последовательно для всех n как решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений при граничных условиях (3), записанных для $u_{ih}(x, nh)$. Положим $u_{ih}(x, t) = u_{ih}(x, nh)$ при $nh \leq t \leq (n+1)h$.

Теорема 1. Функции $u_{ih}(x, t)$ равномерно сходятся при $h \rightarrow 0$ к $u_i(x, t)$ на промежутке $0 \leq t \leq T$.

Обозначим $u_{ih}(x, nh) = u_{ih,n}$. Можно показать, что для $u_{ih,n}$ справедлива формула, аналогичная (4):

$$\begin{aligned} a_i h \sum_{k=0}^{n-1} \left(v_{ih,n-k} \frac{\partial u_{ih,k+1}}{\partial \xi} - \frac{\partial v_{ih,n-k}}{\partial \xi} u_{ih,k+1} \right)_{\xi=l} - \\ - a_i h \sum_{k=0}^{n-1} \left(v_{ih,n-k} \frac{\partial u_{ih,k+1}}{\partial \xi} - \frac{\partial v_{ih,n-k}}{\partial \xi} u_{ih,k+1} \right)_{\xi=0} = u_{ih,n}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $v_{ih,n-k} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ip(x - \xi)}}{(a_i h p^2 + 1)^{n-k}} dp$.

Перейдем в формуле (4) к пределу при $x \rightarrow 0$, а затем при $x \rightarrow l$; получим:

$$\begin{aligned} \int_0^t a_i \left[v_i(-l, t - \tau) \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \Big|_{\xi=l} - \frac{\partial v_i}{\partial \xi}(-l, t - \tau) u_i \Big|_{\xi=l} \right] d\tau - \\ - \int_0^t a_i v_i(0, t - \tau) \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} d\tau = \frac{1}{2} u_i(0, t); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \int_0^t a_i v_i(0, t - \tau) \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \Big|_{\xi=l} d\tau - \int_0^t a_i \left[v_i(l, t - \tau) \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} - \right. \\ \left. - \frac{\partial v_i}{\partial \xi}(l, t - \tau) u_i \Big|_{\xi=0} \right] d\tau = \frac{1}{2} u_i(l, t). \end{aligned}$$

Аналогично можно перейти к пределу при $x \rightarrow 0$, а затем при $x \rightarrow l$ в формуле (6). Получим:

$$\begin{aligned} a_i h \sum_{k=0}^{n-1} \left[v_{ih,n-k}(-l) \frac{\partial u_{ih,k+1}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=l} - \frac{\partial v_{ih,n-k}(-l)}{\partial \xi} u_{ih,k+1} \Big|_{\xi=l} \right] - \\ - a_i h \sum_{k=0}^{n-1} v_{ih,n-k}(0) \frac{\partial u_{ih,k+1}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = \frac{1}{2} u_{ih,n}(0); \end{aligned} \quad (8)$$

$$a_i h \sum_{k=0}^{n-1} v_{ih, n-k}(0) \frac{\partial u_{ih, k+1}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=l} - \\ - a_i h \sum_{k=0}^{n-1} \left[v_{ih, n-k}(l) \frac{\partial u_{ih, k+1}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} - \frac{\partial v_{ih, n-k}(l)}{\partial \xi} u_{ih, k+1} \Big|_{\xi=0} \right] = \frac{1}{2} u_{ih, n}(l). \quad (8)$$

Доказательства справедливости формул (6) и (8) мы не приводим. В уравнениях (7) и (8) исключим граничные значения производных с помощью условий (3). Тогда системы (7) и (8) можно записать в виде

$$\psi = f + A(\psi); \quad (9)$$

$$\psi_h = f_h + A_h(\psi_h), \quad (10)$$

где

$$\psi = [u_1(0, t) \dots u_m(0, t), u_1(l, t), \dots, u_m(l, t)];$$

$$\psi_h = [u_{1h}(0, nh), \dots, u_{mh}(0, nh), u_{1h}(l, nh), \dots, u_{mh}(l, nh)].$$

Покажем, что для всякого ε существует такое h_0 , что $|\psi_h - \psi| < \varepsilon$ для $h < h_0$ и $t = nh$, $0 \leq t \leq T$. Для этого воспользуемся теоремой С. Л. Соболева (1).

Теорема. Пусть имеется уравнение

$$\psi = f + A\psi,$$

где A — вполне непрерывный оператор и оператор $(E - A)^{-1} = E + \Gamma$ существует. Пусть имеется уравнение

$$\psi_h = f + A_h \psi_h,$$

где A_h правильно приближает оператор A , т. е.: 1) A_h сильно сходится к A ; 2) A_h равномерно вполне непрерывны, т. е. множество $\sum_N A_h \varphi$ компактно при φ из некоторого ограниченного множества Φ . Тогда все операторы $E - A_h$, начиная с некоторого, имеют обратный $(E - A_h)^{-1} = E - \Gamma_h$ и операторы Γ_h правильно приближают оператор Γ .

Покажем, что операторы A и A_h в (9) и (10) удовлетворяют условиям теоремы. Будем считать, что оператор A_h определяет функцию не только в таких точках t , где t/h — целое число, но и в остальных точках, в которых значения t/h положим равными ординатам ломаной, соединяющей точки $(t, A_h(\psi(t)))$, где t/h — целое число. Тогда A_h будет оператором на пространстве непрерывных функций, отображающим это пространство в себя. Аналогично определим функцию f_h в (10) в точках, где t/h не целое. В целых точках t/h соотношения (10) при этом не нарушаются.

Нетрудно проверить, что A есть вполне непрерывный оператор. Оператор $(E - A)^{-1}$ существует, так как (9) представляет собой систему уравнений Вольтерра 2-го рода, где ядра — непрерывные функции с особенностью типа корня в знаменателе. Для доказательства того, что A_h правильно приближает оператор A , установим следующие леммы.

Лемма 1. Для любого $\delta > 0$ существует такое h_0 , что при $h < h_0$ выполняются неравенства

$$|v_{ih, n-k}(x - \xi) - v_i(x - \xi, t - \tau)| < \delta; \quad (11)$$

$$\left| \frac{\partial v_{ih, n-k}(x - \xi)}{\partial \xi} - \frac{\partial v_i(x - \xi, t - \tau)}{\partial \xi} \right| < \delta \quad (12)$$

при $\varepsilon \leq t - \tau \leq T$, где $\varepsilon > 0$ — произвольное число и $n - k = (t - \tau)/h$.

Для доказательства нужно записать рассматриваемые функции в форме интегралов, после чего осуществить переход к пределу при $h \rightarrow 0$.

Лемма 2.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \sum_{k=\left[\frac{t-\varepsilon}{h}\right]+1}^{n-1} a_i h \frac{\partial v_{ih, n-k}(-l)}{\partial \xi} = \int_{t-\varepsilon}^t a_i \frac{\partial v_i(-l, t-\tau)}{\partial \xi} d\tau. \quad (13)$$

Доказательство этого предложения можно получить, если рассмотреть формулы Грина для функции $u(x, t) = 1$, являющейся решением уравнения теплопроводности, и $u_h(x) = 1$. Производя вычитание, а затем воспользовавшись леммой 1, получим доказательство соотношения (13). Запишем $\partial v_{ih, n-k}(-l) / \partial \xi$ в виде интеграла и проинтегрируем его по частям. Получим:

$$\frac{\partial v_{ih, n-k}(-l)}{\partial \xi} = -\frac{l}{2a_i h (n-k-1)} v_{ih, n-k-1}(-l).$$

Нетрудно видеть, что $v_{ih, n-k-1}(-l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos pl}{(a_i h p^2 + 1)^{n-k+1}} dp > 0$.

Отсюда и из леммы 2 следует, что для любого $\delta > 0$ существует такое ε , что

$$\sum_{k=\left[\frac{t-\varepsilon}{h}\right]+1}^{n-1} a_i h \left| \frac{\partial v_{ih, n-k}(\pm l)}{\partial \xi} \right| < \delta \quad (14)$$

при h , меньших некоторого h_0 .

Приведем без доказательства также оценки

$$\sum_{k=\left[\frac{t-\varepsilon}{h}\right]+1}^{n-1} a_i h |v_{ih, n-k}(\pm l)| < \delta, \quad \sum_{k=\left[\frac{t-\varepsilon}{h}\right]+1}^{n-1} a_i h |v_{ih, n-k}(0)| < \delta \quad (15)$$

при достаточно малых ε и h . Пользуясь леммой 1 и оценками (14), (15), нетрудно доказать сильную сходимость операторов A_h к A . При этом придется рассмотреть сильную сходимость соответствующих слагаемых операторов A_h и A , например

$$a_i h \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\partial v_{ih, n-k}(-l)}{\partial \xi} \varphi_{k+1} \Rightarrow \int_0^t a_i \frac{\partial v_i}{\partial \xi}(-l, t-\tau) \varphi d\tau,$$

где φ_k — значения функции φ , взятые в точках kh .

Равномерная вполне непрерывность операторов A_h также доказывается с помощью леммы 1 и оценок (14) и (15).

Можно показать также, что свободные члены в уравнениях (10) равномерно в пространстве C сходятся к свободным членам f в уравнениях (9).

Отсюда, по теореме С. Л. Соболева, будет следовать равномерная сходимость граничных значений $u_{ih}(x)$ к граничным значениям $u_i(x, t)$. После этого теорема 1 доказывается без труда с помощью формул Грина, леммы 1 и оценок (14), (15).

Автор пользуется случаем выразить свою глубокую благодарность акад. С. Л. Соболеву за руководство при выполнении данной работы.

Математический институт им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
16 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ С. Л. Соболев, Изв. АН СССР, сер. матем., 20, 413 (1956).

Вольфганг РИХТЕР

ПРЕДЕЛЬНОЕ ПОВЕДЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ χ^2 В СЛУЧАЕ
БОЛЬШИХ УКЛОНЕНИЙ

(Представлено академиком И. М. Виноградовым 22 XI 1957)

1. В настоящей заметке дается применение одной многомерной локальной теоремы для больших уклонений⁽¹⁾ для вывода простого случая многомерной интегральной теоремы для больших уклонений, а именно, дается теорема о предельном поведении распределения $P\{\chi^2 > \tau^2\}$ при τ , стремящемся вместе с числом наблюдений n к бесконечности.

Задача предельного распределения величины χ^2 в следующем виде была впервые поставлена и решена Пирсоном⁽²⁾. Рассматривается последовательность независимых испытаний над одной и той же случайной величиной. Возможны $s+1$ различных несовместимых исходов, которые появляются с положительными вероятностями p_1, \dots, p_{s+1} ; $\sum_{j=1}^{s+1} p_j = 1$. Пусть

v_j — число появлений j -го исхода среди n первых результатов испытаний; $\sum_{j=1}^{s+1} v_j = n$, $E v_j = np_j$. Составляем, по Пирсону, сумму

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{s+1} \frac{(v_j - np_j)^2}{np_j}.$$

2. Теорема. А. Если $\tau = o(n^{1/2})$ при $n \rightarrow \infty$, то

$$P\{\chi^2 > \tau^2\} = \frac{1}{2^{s/2}\Gamma(s/2)} \int_{\tau^2}^{\infty} x^{s/2-1} e^{-x/2} dx [1 + o(1)].$$

Б. Пусть $\tau = o(\sqrt{n})$ при $n \rightarrow \infty$, $\tau > 1$; пусть D — фиксированное достаточно большое число ($D > 4s$). Тогда

$$P\{\chi^2 > \tau^2\} = \frac{1}{[2\pi]^{s/2}} \int_{\tau^2}^{\infty} \cdots \int_{\|\mathbf{x}\|^2 \leq D\tau^2} \exp \left\{ -\frac{\|\mathbf{x}\|^2}{2} + n \sum_{k=3}^{\infty} Q_k \left(\frac{\mathbf{x}}{\sqrt{n}} \right) \right\} d\mathbf{x} \left[1 + O\left(\frac{\tau}{\sqrt{n}} \right) \right] + R,$$

где

$$R = P\{\chi^2 > D\tau^2\} < 2s \exp \left\{ -\frac{D\tau^2}{4s} \right\}$$

при $\tau < \alpha \sqrt{n}$ для некоторого $\alpha > 0$ и всех n .

Здесь \mathbf{x} обозначает вектор-строку s -мерного пространства, $\|\mathbf{x}\|$ — его длину, $d\mathbf{x}$ — объемный элемент в том же пространстве; $Q_k(t)$ ($k = 3, 4, \dots$) является полилинейной формой порядка k , коэффициенты которой зависят

от вероятностей p_j ($j = 1, 2, \dots, s+1$) (см. (2)). Ряд $\sum_{k=3}^{\infty} Q_k(t)$ сходится абсолютно в окрестности начала координат $\|t\|^2 < \min_{1 \leq j \leq s+1} \{p_j\}$.

Теорема показывает, что классический метод χ^2 для проверки гипотез вполне применим при не слишком больших уклонениях, пределом применимости оказывается $\tau = o(n^{1/2})$ при $n \rightarrow \infty$. При больших уклонениях в предельном выражении заведомо появляются вероятности p_j специального рассматриваемого распределения величины ξ .

3. Наметим ход доказательства для общего случая В. Легко перевести задачу на язык векторов в $(s+1)$ -мерном пространстве. Рассматривается последовательность $(s+1)$ -мерных случайных векторов $\vec{\mu}^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots$, которые могут принимать $s+1$ различных значений $e^{(j)} = (0, 0, \dots, 0, p_j^{-1/2}, 0, \dots, 0)$ (только j -я координата отлична от нуля и равна $p_j^{-1/2}$) с вероятностями соответственно p_j , $j = 1, 2, \dots, s+1$. Вектор математических ожиданий координат $\vec{\mu}^{(k)}$ будет $E\vec{\mu}^{(k)} = \vec{p} = (\sqrt{p_1}, \dots, \sqrt{p_{s+1}})$, а для смешанных вторых моментов σ_{jl} получим

$$\sigma_{jl} = E(\mu_j^{(k)} - E\mu_j^{(k)})(\mu_l^{(k)} - E\mu_l^{(k)}) = \delta_{jl} - \sqrt{p_j p_l}, \quad j, l = 1, 2, \dots, s+1,$$

$$\Delta = \det \|\sigma_{jl}\| = 0.$$

Положим

$$\bar{n} = \frac{\sum_{k=1}^n (\vec{\mu}^{(k)} - E\vec{\mu}^{(k)})}{\sqrt{n}}.$$

Легко видеть, что

$$\chi^2 = \|\bar{n}\|^2.$$

Применяя некоторое ортогональное преобразование \mathfrak{U} , можно достичь того, что последняя $(s+1)$ -я координата у всех точек $g^{(j)} = (e^{(j)} - \bar{p}) \mathfrak{U}$ равна нулю. Обозначим $\rho^{(k)} = (\vec{\mu}^{(k)} - \bar{p}) \mathfrak{U}$ и $w = \bar{n} \mathfrak{U}$. Тогда имеем $Ew = 0$, $Ew'w = \mathfrak{E}_s$ и $\chi^2 = \|w\|^2$. Опустим у всех здесь и в дальнейшем встречающихся векторов ненужную $(s+1)$ -ю координату. Теперь векторы $\rho^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots$, являются независимыми, одинаково распределенными и решетчатыми s -мерными случайными векторами. Решетка определяется линейно независимыми векторами $\mathfrak{h}^{(j)} = g^{(j+1)} - g^{(1)}$, $j = 1, 2, \dots, s$. Все точки решетки охватываются точками $g^{(1)} + \sum_{j=1}^s l_j \mathfrak{h}^{(j)}$, где l_j — любые целые числа. Основная характеристика решетки — объем h параллелепипеда, образованного из векторов $\mathfrak{h}^{(j)}$, т. е. множества точек $\sum_{j=1}^s \lambda_j \mathfrak{h}^{(j)}$, $0 \leq \lambda_j \leq 1$, $i = 1, \dots, s$. Поэтому применима многомерная локальная теорема для больших уклонений (1).

Обозначим

$$\mathcal{P}_n(l) = P \left\{ \sum_{k=1}^n \rho^{(k)} = \sum_{j=1}^s l_j \mathfrak{h}^{(j)} + n g^{(1)} \right\},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{Vn} \left[\sum_{j=1}^s l_j \mathfrak{h}^{(j)} + n g^{(1)} \right], \quad l = (l_1, \dots, l_s),$$

l_j — целые числа.

В нашем частном случае эта теорема дает следующее:

Если $\|\xi\| = o(\sqrt{n})$ при $n \rightarrow \infty$, $\|\xi\| > 1$, то

$$\frac{\frac{n^{s/2}}{h} \mathcal{P}_n(1)}{\frac{1}{[2\pi n]^{s/2}} \exp\left\{-\frac{\|\xi\|^2}{2}\right\}} = \exp\left\{n \sum_{k=3}^{\infty} Q_k\left(\frac{\xi}{\sqrt{n}}\right)\right\} \left[1 + O\left(\frac{\|\xi\|}{\sqrt{n}}\right)\right]. \quad (1)$$

Здесь $Q_k(t)$ — некоторая полилинейная форма порядка k ; $k = 3, 4, \dots$

Эту предельную формулу можно также вывести непосредственно из выражения $\mathcal{P}_n(1)$ при помощи формулы Стирлинга. Таким образом, получим явный вид полилинейных форм $Q_k(t)$. Обозначим $z_j \sqrt{np_j} = l_j - np_j$,

$(j = 1, \dots, s+1)$. Если $\sum_{j=1}^{s+1} |z_j| = o(\sqrt{n})$ при $n \rightarrow \infty$, то

$$\mathcal{P}_n(1) = \frac{h}{[2\pi n]^{s/2}} \exp\left\{-\frac{\chi^2}{2} + n \sum_{k=3}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k(k-1)} \sum_{j=1}^{s+1} p_j \left(\frac{z_j}{\sqrt{np_j}}\right)^k\right\} \left[1 + O\left(\sum_{j=1}^{s+1} |z_j|/\sqrt{n}\right)\right].$$

Применяя преобразование \mathbb{U} , мы получим для $Q_k(t)$:

$$Q_k(t) = \frac{(-1)^{k-1}}{k(k-1)} \sum_{j=1}^{s+1} p_j \left(t_j \sqrt{\frac{\pi_j}{p_j \pi_{j-1}}} - \sum_{l=1}^{j-1} t_l \sqrt{\frac{p_l}{\pi_l \pi_{l-1}}} \right)^k \quad (2)$$

$$(t_{s+1} = 0, \quad \pi_1 = 1 - \sum_{l=1}^j p_l, \quad \pi_0 = 1, \quad \pi_s = p_{s+1}).$$

Легко видеть, что ряд $\sum_{k=s}^{\infty} Q_k(t)$ сходится абсолютно внутри сферы $\|\mathbf{t}\|^2 < \min_{1 \leq j \leq s+1} \{p_j\}$.

4. Для того чтобы вычислить $\mathbf{P}\{\chi^2 > \tau^2\}$ при условии $\tau = o(\sqrt{n})$ при $\mathbf{P} \rightarrow \infty$, надо выбрать достаточно большое число D ($D > 4s$) и разложить $\mathbf{P}\{\chi^2 > \tau^2\}$ в сумму

$$\mathbf{P}\{\chi^2 > \tau^2\} = \mathbf{P}\{\tau^2 < \chi^2 \leq D\tau^2\} + \mathbf{P}\{\chi^2 > D\tau^2\}.$$

Второе слагаемое легко оценивается при помощи одного неравенства С. Н. Бернштейна ((8), стр. 162). Имеем

$$\mathbf{P}\{\chi^2 > D\tau^2\} \leq \sum_{j=1}^s \mathbf{P}\left\{|w_j| > \tau \sqrt{\frac{D}{s}}\right\} \leq 2s \exp\left\{-\frac{D\tau^2}{4s}\right\}$$

для всех n и для всех τ в области $0 < \tau < \alpha \sqrt{n}$ при некотором постоянном $\alpha > 0$.

При вычислении первого слагаемого разрешается применение предельной формулы (1). Можно показать, что возникающая при этом сумма по всем точкам решетки $\mathfrak{h} = \sqrt{n}\xi$, для которых $n\tau^2 < \|\xi\|^2 \leq D\tau^2 n$, заменяется интегралом по той же области. Допущенная при этом ошибка имеет порядок $O\left(\frac{\tau}{\sqrt{n}}\right)$, чем завершается доказательство.

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова

Поступило
21 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. Рихтер, Теория вероятностей и ее применения, 3, в. 1 (1958). ² К. Реагсон, Phil. Mag., V, 50, 157 (1900). ³ С. Н. Бернштейн, Теория вероятностей, М.—Л., 1946.

В. К. САУЛЬЕВ

РЕШЕНИЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОРЯДКА МЕТОДОМ СЕТОК

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 21 XI 1957)

В литературе вопрос решения параболических уравнений методом сеток рассматривался только применительно к уравнениям второго порядка. В данной заметке обобщаются на уравнение

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (-1)^m \frac{\partial^{2m} U}{\partial x^{2m}} = 0, \quad m = 2, 3, \dots, \quad (1)$$

некоторые факты, известные для случая $m = 1$.

Пусть требуется найти функцию U , удовлетворяющую в области $D(0 < x < 1; 0 < t \leq T)$ уравнению (1) и следующими граничными условиями:

$$U(x, 0) = f(x) \quad (0 < x < 1);$$

$$\frac{\partial^{2p} U(0, t)}{\partial x^{2p}} = \frac{\partial^{2p} U(1, t)}{\partial x^{2p}} = 0 \quad (p = 0, 1, \dots, m-1; \quad 0 \leq t \leq T). \quad (2)$$

Напишем сеточное уравнение

$$\frac{u_{i+1, k} - u_{i, k}}{l} + a(-1)^m \frac{\Delta^{2m} u_{i-m, k+1}}{h^{2m}} + (1-a)(-1)^m \frac{\Delta^{2m} u_{i-m, k}}{h^{2m}} = 0 \\ (i = 1, 2, \dots, n-1; \quad k = 0, 1, \dots, \left[\frac{T}{l}\right] - 1), \quad (3)$$

где $u_{ik} = u(ih, kl)$, $h = 1/n$ (h и l — шаги соответственно по осям x и t),

$$\Delta^{2m} u_{i-m, k} = \sum_{j=0}^{2m} (-1)^j C_{2m}^j u_{i+m-j, k},$$

$$C_{2m}^j = \frac{(2m)!}{j!(2m-j)!}, \quad 0 \leq j \leq 2m.$$

Подставляя в уравнение (3) разложения достаточно гладкой функции $U(x, t)$ в ряды Тейлора в окрестности точки $x = ih, t = (k + \frac{1}{2})l$ и используя при этом соотношение

$$\sum_{j=0}^{m-1} (-1)^j C_{2m}^j (m-j)^{2\gamma} = \begin{cases} 0, & \text{если } \gamma = 0, 1, \dots, m-1; \\ \frac{(2m)!}{2}, & \text{если } \gamma = m, \end{cases}$$

можем формально написать

$$\begin{aligned}
& U_{i,k+1} - U_{i,k} + a \frac{l(-1)^m}{h^{2m}} \Delta^{2m} U_{i-m,k+1} + (1-a) \frac{l(-1)^m}{h^{2m}} \Delta^{2m} U_{i-m,k} = \\
& = 2 \left[\frac{l}{2} \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{l}{2} \right)^3 \frac{1}{3!} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + \dots \right] U_{i,k+1} + \frac{2l(-1)^m}{h^{2m}} \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^j C_{2m}^j \sum_{\gamma=2m} \frac{1}{\gamma!} \times \\
& \quad \times \left\{ \sum_{\substack{\alpha=1 \\ (\alpha \text{ четное})}}^{\gamma} C_{\gamma}^{\alpha} \left(\frac{l}{2} \right)^{\gamma-\alpha} (m-j)^{\alpha} h^{\alpha} [a + (-1)^{\gamma-\alpha} (1-a)] \frac{\partial^{\gamma} U_{i,k+1}}{\partial t^{\gamma-\alpha} \partial x^{\alpha}} \right\} = \\
& = l \left[\frac{\partial U_{i,k+1}}{\partial t} + (-1)^m \frac{\partial^{2m} U_{i,k+1}}{\partial x^{2m}} + \frac{l(-1)^m}{2} (2a-1) \frac{\partial^{2m+1} U_{i,k+1}}{\partial t \partial x^{2m}} + O(l^2 + h^2) \right]
\end{aligned}$$

Отсюда следует, что для любой достаточно гладкой функции U левая часть сеточного уравнения (3) при достаточно малых h и l аппроксимирует (в области определения функции U) левую часть данного дифференциального уравнения (1) с погрешностью $O(l+h^2)$ в случае $a \neq \frac{1}{2}$ и $O(l^2+h^2)$ в случае $a = \frac{1}{2}$.

«Начальное» условие для уравнения (3), очевидно, имеет вид

$$u_{i,0} = f(ih) \quad (i = 1, 2, \dots, n-1). \quad (4)$$

Вместо левого граничного условия $\partial^{2p} U(0, t)/\partial x^{2p} = 0$ ($p = 0, 1, \dots, m-1$) естественно взять с погрешностью, не превышающей $O(h^2)$, выражение

$$\sum_{j=0}^{2p} (-1)^j C_{2p}^j u_{p-j,k} = 0 \quad (p = 0, 1, \dots, m-1; k = 0, 1, \dots, \left[\frac{T}{l} \right]).$$

откуда непосредственно получаем левое «граничное» условие для сеточного уравнения (3):

$$u_{-q,k} = -u_{q,k} \quad (q = 0, 1, \dots, m-1; k = 0, 1, \dots, \left[\frac{T}{l} \right]). \quad (5)$$

Совершенно аналогично получается правое «граничное» условие для уравнения (3):

$$u_{n+q,k} = -u_{n-q,k} \quad (q = 0, 1, \dots, m-1; k = 0, 1, \dots, \left[\frac{T}{l} \right]). \quad (6)$$

Непосредственным вычислением можно убедиться, что систему уравнений (3)–(6) можно записать в матричном виде так:

$$A u^{(k+1)} = B u^{(k)} \quad (k = 0, 1, \dots, \left[\frac{T}{l} \right] - 1), \quad (7)$$

где

$$u^{(k)} = \{u_{1,k}, u_{2,k}, \dots, u_{n-1,k}\};$$

$$A = E + a \frac{l(-1)^m}{h^{2m}} C^m; \quad B = E + (1-a) \frac{l(-1)^m}{h^{2m}} C^m,$$

E — единичная матрица;

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & & & \\ 1 & -2 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

При этом собственные значения $\lambda_i(A)$ и $\lambda_i(B)$ матриц A и B имеют соответственно вид

$$\lambda_i^*(A) = 1 + a \frac{l}{h^{2m}} \bar{2}^{2m} \sin^{2m} \frac{i\pi}{2n}; \quad \lambda_i^*(B) = 1 - (1-a) \frac{l}{h^{2m}} \bar{2}^{2m} \sin^{2m} \frac{i\pi}{2n}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n-1).$$

Задача (7) при достаточно малых h и l является алгебраическим приближением к данной дифференциальной задаче (1), (2).

Теорема 1) Для любого $0 < a < 1$; $k = 0, 1, \dots, [\frac{T}{l}] - 1$ система линейных алгебраических уравнений (7) разрешима.

2) Если $\frac{1}{2} \leq a < 1$, то сеточное уравнение (7) абсолютно, т. е. для любых h и l , устойчиво.

3) Если $0 < a < \frac{1}{2}$, то необходимым и достаточным условием устойчивости сеточного уравнения (7) является неравенство

$$l \leq \frac{h^{2m}}{(1-2a)^{2^{2m}-1}}. \quad (8)$$

4) Пусть решение U задачи (1), (2) существует и обладает ограниченными в $D(0 < x < 1, 0 < t \leq T)$ по абсолютному значению производными $\partial^{2m+2} U / \partial t^2 \partial x^{2m}$, $\partial^{2m+2} U / \partial x^{2m+2}$. Тогда при всех l в случае $\frac{1}{2} \leq a < 1$ и всех l , удовлетворяющих условию (8), в случае $0 < a < \frac{1}{2}$ имеет место при $l \rightarrow 0$, $h \rightarrow 0$ сходимость в среднем (в смысле $(u^{(k)}, v^{(k)}) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} u_{ik} v_{ik}$)

по i и равномерно по k решения задачи (7) к решению данной задачи (1), (2). При этом скорость этой сходимости определяется величиной

$O(l+h^2)$ в случае $a \neq \frac{1}{2}$ и $O(l^2+h^2)$ в случае $a = \frac{1}{2}$.

Замечание 1. При $m=1$ задача (1), (2) переходит в простейшую, хорошо изученную параболическую задачу; при этом условие устойчивости (8) переходит в соответствующее известное условие устойчивости (например, при $a=0$, $m=1$ из (8) имеем $l \leq h^2/2$).

Замечание 2. При $a=0$ задача (7) может быть решена явно. С этой целью, полагая $u_{ik} = X_i T_k$, разделим переменные в уравнении (3) при $a=0$:

$$\frac{T_{k+1}}{T_k} = \frac{X_i + \frac{l(-1)^{m+1}}{h^{2m}} \Delta^{2m} X_{i-m}}{X_i} = \mu.$$

Отсюда непосредственно получаем

$$T_k = \mu^k T_0 \quad (k = 0, 1, \dots, [\frac{T}{l}]);$$

$$X_i + \frac{l(-1)^{m+1}}{h^{2m}} \Delta^{2m} X_{i-m} = \mu X_i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1),$$

$$X_{-q} = -X_q, \quad X_{n+q} = -X_{n-q} \quad (q = 0, 1, \dots, m-1). \quad (9)$$

Пользуясь соотношением (см. (1), стр. 39)

$$\sin^{2r} y = \frac{1}{2^{2r}} \left\{ 2 \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^{r-k} C_{2r}^k \cos 2(r-k)y + C_{2r}^r \right\},$$

легко убедиться, что решение задачи о собственных значениях (9) имеет вид

$$\mu_p = 1 - l \left(\frac{2 \sin(p\pi h/2)}{h} \right)^{2m};$$

$$X_i^{(p)} = \sin p\pi i h \quad (p = 1, 2, \dots, n-1; i = 1, 2, \dots, n-1),$$

и, следовательно, искомое решение задачи (7) можно написать в виде

$$u_{ik} = \sum_{p=1}^{n-1} a_p \mu_p^k \sin p\pi i h \quad \left(a_p = \frac{2}{n-1} \sum_{q=1}^{n-1} f(qh) \sin p\pi q h \right). \quad (10)$$

Сравнивая выражение

$$U_{ik} = \sum_{p=1}^{\infty} c_p e^{-(p\pi)^{2m} h l} \sin p\pi i h \quad \left(c_p = 2 \int_0^1 f(\zeta) \sin p\pi \zeta d\zeta \right),$$

определенное решение задачи (1), (2), с выражением (10), можно при выполнении условия $l < h^{2m}/2^{2m-1}$ доказать равномерную сходимость u_{ik} к U_{ik} при $h \rightarrow 0$ при довольно слабых предположениях относительно начальной функции $f(x)$ (f непрерывна за исключением конечного числа точек в которых она может иметь конечный скачок, и имеет в $(0, 1)$ ограниченную вариацию).

Замечание 3. Для уравнения (1) можно, увязывая в одном сеточном уравнении то же число узлов, что и в (3) при $a \neq 0$ и $a \neq 1$, написать более точные сеточные аппроксимации. Например, для $\alpha = 1/6$ сеточное уравнение

$$(1 + \alpha \Delta^2) \frac{u_{i,k+1} - u_{i,k}}{l} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta^4 u_{i-2, k+1}}{h^4} + \frac{\Delta^4 u_{i-2, k}}{h^4} \right) = 0,$$

из которого при $\alpha = 0$ получается уравнение (3) для $m = 2$, а $\alpha = 1/6$ аппроксимирует уравнение (1) ($m = 2$) с погрешностью $O(l^2 + h^4)$.

Поступило
19 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ И. М. Рыжик, И. С. Градштейн, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, 1951.

МАТЕМАТИКА

ЧЖАН ЧЖИ-ФЭН

О ЕДИНСТВЕННОСТИ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ НЕКОТОРЫХ УРАВНЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 22 XI 1957)

Многими авторами были доказаны теоремы о существовании хотя бы одного предельного цикла для некоторых уравнений нелинейных колебаний. Вопрос о существовании единственного предельного цикла имеет большое практическое значение, но в этом направлении получено сравнительно мало результатов.

В работах (1–6) доказаны теоремы о существовании единственного предельного цикла для некоторого уравнения нелинейных колебаний.

В данной заметке устанавливается ряд теорем о существовании единственного предельного цикла для системы

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= g(x), \\ \frac{dx}{dt} &= -\varphi(y) - F(x).\end{aligned}\tag{1}$$

Теорема 1. Рассматривается уравнение

$$\ddot{x} + f(x)\dot{x} + g(x) = 0\tag{2}$$

или эквивалентная ему система

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= g(x), \\ \frac{dx}{dt} &= -y - F(x),\end{aligned}\tag{3}$$

где $F(x) = \int_0^x f(x) dx$.

Если выполнены условия:

$$1) \quad xg(x) > 0, \quad x \neq 0; \quad G(-\infty) = G(\infty) = \infty, \quad \text{где } G(x) = \int_0^x g(x) dx;$$

$g(x)$ непрерывна и удовлетворяет условию Липшица на любом конечном интервале;

2) $f(x)$ непрерывна и $f(x)/g(x)$ не убывает при увеличении x на интервалах $-\infty < x < 0$, $0 < x < \infty$; $f(x)/g(x) \not\equiv \text{const}$ в окрестности $x = 0$, то система (3) имеет не больше одного предельного цикла, и если этот цикл существует, то он устойчив.

Существование предельных циклов системы (3) в этом случае будет обеспечено, если дополнительно предположить, что $f(x) \sim 0$ при достаточно больших $|x|$.

Идея доказательства заключается в следующем. Точка $(0,0)$ есть единственная особая точка для системы (3), поэтому все предельные циклы на плоскости (x, y) вложены друг в друга и все они окружают начало координат. При условиях 1), 2) можно доказать, что или $(0, 0)$ является отталкивающей особой точкой, или система (3) вообще не имеет предельных циклов.

Допустим, что система (3) имеет предельные циклы. Так как $(0, 0)$ — отталкивающая особая точка, то ближайший к $(0, 0)$ предельный цикл L_1 не может быть неустойчивым. Пусть $x = x_1(t)$, $y = y_1(t)$ есть уравнение L_1 . По критерию Пуанкаре (5)

$$\oint_{L_1} f[x_1(t)] dt \geq 0.$$

Если вне L_1 существует другой предельный цикл L_2 , то доказывается что

$$\oint_{L_2} f[x_2(t)] dt > \oint_{L_1} f[x_1(t)] dt,$$

т. е.

$$\oint_{L_2} f[x_2(t)] dt > 0,$$

где $x = x_2(t)$, $y = y_2(t)$ — уравнение цикла L_2 . Тогда, опять по критерию Пуанкаре, L_2 устойчив. Следовательно, все предельные циклы, находящиеся вне L_1 , устойчивы. Так как два устойчивых предельных цикла не могут находиться рядом, то если L_1 устойчив, то вне L_1 не существует предельных циклов; если же L_1 полуустойчив, то вне L_1 может, вообще говоря, существовать еще один устойчивый предельный цикл. Доказывается, что второго случая быть не может, т. е. система (3) имеет не больше одного предельного цикла.

Аналогичная теорема доказана для системы (1), если, кроме условий 1), 2) теоремы 1, потребовать дополнительно:

3) $y\varphi(y) > 0$, $y \neq 0$; $\varphi(\pm\infty) = \infty$; $\varphi(y)$ непрерывна, строго монотонна и удовлетворяет условию Липшица; при $y = 0$ функция $\varphi(y)$ имеет правую и левую производные $\varphi'_+(0)$, $\varphi'_-(0)$;

4) $\varphi'_+(0) \cdot \varphi'_-(0) \neq 0$ в случае $f(0) = 0$, где $f(x) = F'(x)$.

По теореме 1 уравнение $\ddot{x} + (x^2 + \alpha x + \beta) \dot{x} + x = 0$ имеет единственный предельный цикл при $\beta < 0$ для любого α . Уравнение Ван дер Поля является частным случаем данного уравнения. Вопрос о числе предельных циклов для этого уравнения ранее известными теоремами до конца не решался.

Замечание. Если в теореме 1 существуют $\bar{x}_1 > 0$ и $\bar{x}_2 < 0$ такие, что $xF(x) \leq 0$ при $\bar{x}_2 \leq x \leq \bar{x}_1$; $xF(x) > 0$ при $x > \bar{x}_1$, $x < \bar{x}_2$, и если $u(\bar{x}_1) \leq -u(\bar{x}_2)$ (или $u'(\bar{x}_1) \geq -u'(\bar{x}_2)$), где $u(x) = \sqrt{2G(x)} \operatorname{sgn} x$, то достаточно, чтобы условие 2) имело место только на интервалах $-\infty < x < 0$, $\bar{x}_1 < x < \infty$ (или, соответственно, на интервалах $-\infty < x < \bar{x}_2$, $0 < x < \infty$), и на интервале $0 < x < \bar{x}_1$ (или, соответственно, на интервале $\bar{x}_2 < x < 0$) выполнялось бы $f(x)/g(x) \leq f(\bar{x}_1)/g(\bar{x}_1)$ или, соответственно, $f(\bar{x}_2)/g(\bar{x}_2) \geq f(x)/g(x)$.

Теорема 2. Рассматривается уравнение (2) или эквивалентная ему система (3).

Если условие 1) теоремы 1 имеет место и если выполнено следующее условие:

2') $f(x)$ непрерывна и $F[x(u)]/u$ не убывает при увеличении $|u|$, где $x = x(u)$ определяется уравнением $u = u(x) = \sqrt{2G(x)} \operatorname{sgn} x$, то система (3) имеет не больше одного предельного цикла.

Это утверждение является обобщением теоремы Конти⁽⁴⁾, в которой, кроме этих условий, имеется еще условие $|F(x(u))/u| < 2$.

Если, кроме условий теоремы 2, выполнено еще $xF(x) < 0$ при $0 < |x| < \delta_1$; $xF(x) > 0$ при $|x| > \delta_2$, где $\delta_1 < \delta_2$, то система (3) имеет единственный предельный цикл.

Это утверждение является обобщением теоремы Массера⁽³⁾, которая доказана также М. Г. Худай-Вереновым⁽⁶⁾, тем более и теоремы Дж. Стокера⁽⁵⁾. В теореме Массера рассматривается уравнение (2) при $g(x) = x$ и вместо условия 2') предполагается, что $f(x)$ непрерывна $f(x) > 0$ при $x > x_1 > 0$, $x < x_2 < 0$; $f(x) < 0$ при $x_2 < x < x_1$; $f(x)$ не убывает при увеличении $|x|$.

Теорема 3. Рассматривается уравнение (2) или эквивалентная ему система (3) при $g(x) = x$.*

Если выполнены следующие условия:

1) $f(x)$ непрерывна; $f(x) < 0$ при $x_2 < x < x_1$; $f(x) > 0$ при $x > x_1$, $x < x_2$, где $x_1 > 0$, $x_2 < 0$;

2) $f(x)$ не убывает при увеличении $|x|$ на интервалах $x_1 < x < \infty$ (или $0 < x < \infty$) и $-\infty < x < 0$ (или, соответственно, $-\infty < x < x_2$), если $x_1 \leq -x_2$ (или, соответственно, если $x_1 \geq -x_2$),
то система (3) имеет единственный предельный цикл, который является устойчивым.

В случае $x_1 = -x_2$, по теореме Сансоне⁽²⁾, условие 2) можно заменить более слабым условием.

Если условие 2) заменить тем, что $f(x)$ не убывает при увеличении $|x|$ на интервалах $x_1 < x < \infty$, $-\infty < x < x_2$, то система (3) имеет не больше двух предельных циклов, включающих внутри себя точки $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$.

Теорема 4. Рассматривается уравнение (2) при $g(x) = x$ или эквивалентная система

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v, \\ \frac{dv}{dt} &= -x - f(x)v. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $f(x) = a_{2k}x^{2k} + a_{2k-1}x^{2k-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$.

Система (4) имеет не большие одного предельного цикла в области R , ограниченной окружностями $x^2 + v^2 = \delta_2^2$ и $x^2 + v^2 = \delta_1^2$, $\delta_2 > \delta_1$, если

$$L_1(\delta_1, \delta_2) = a_{2k}\lambda_{2k} + a_{2k-1}\lambda_{2k-1} + \dots + a_2\lambda_2 + a_0 > 0$$

или

$$L_2(\delta_1, \delta_2) = a_{2k}\nu_{2k} + a_{2k-1}\nu_{2k-1} + \dots + a_2\nu_2 + a_0 < 0,$$

где

$$\lambda_{2l} = \begin{cases} \frac{(2l-1)!!}{(2l)!!} \delta_1^{2l}, & a_{2l} > 0; \\ 0, & a_{2l} = 0; \quad l = 1, 2, \dots, k; \\ \frac{(2l-1)!!}{(2l)!!} \delta_2^{2l}, & a_{2l} < 0; \end{cases}$$

$$\lambda_{2l+1} = \begin{cases} \frac{\sqrt{(4l+1)!!}}{\sqrt{(4l+2)!!}} \delta_2^{2l+1}, & a_{2l+1} > 0; \\ 0, & a_{2l+1} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, k-1; \\ \frac{\sqrt{(4l+1)!!}}{\sqrt{(4l+2)!!}} \delta_2^{2l+1}, & a_{2l+1} < 0; \end{cases}$$

* Обобщение теоремы Массера⁽³⁾ в другом направлении.

$$\nu_{2l} = \begin{cases} \frac{(2l-1)!!}{(2l)!!} \delta_2^{2l}, & a_{2l} > 0; \\ 0, & a_{2l} = 0; \\ \frac{(2l-1)!!}{(2l)!!} \delta_1^{2l}, & a_{2l} < 0; \end{cases} \quad l = 1, 2, \dots, k;$$

$$\nu_{2l+1} = \begin{cases} \frac{V(4l+1)!!}{V(4l+2)!!} \delta_2^{2l+1}, & a_{2l+1} > 0; \\ 0, & a_{2l+1} = 0; \\ \frac{-V(4l+1)!!}{V(4l+2)!!} \delta_2^{2l+1}, & a_{2l+1} < 0; \end{cases} \quad l = 1, 2, \dots, k-1.$$

В доказательстве существенно используется равенство

$$\oint_L x^n(t) dt = \oint_L (n-1) x^{n-2}(t) \dot{x}^2(t) dt,$$

где $x = x(t)$ есть уравнение периодического решения уравнения (2) при $g(x) = x$.

В заключение автор выражает глубокую благодарность В. В. Немыцкому и М. И. Ельшину, под руководством которых выполнена данная работа.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
11 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ N. Levinson, O. K. Smith, Duke Math. J., **9**, № 1 (1942). ² Дж. Сансоне. Обыкновенные дифференциальные уравнения, **2**, М., 1954, стр. 335—343. ³ J. L. Massera, Boll. Unione mat. ital., **9**, № 4, 367 (1954). ⁴ R. Conti, Boll. Unione mat. ital., ser. 3, **7**, № 2, 111 (1952). ⁵ Дж. Стокер, Нелинейные колебания в механических и электрических системах, М., 1952, стр. 246—257. ⁶ М. Г. Худай-Веренов, Усп. матем. наук, **12**, в. 3 (75) (1957).

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Э. И. ГРИГОЛЮК

**УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНЫХ
ОБОЛОЧЕК**

(Представлено академиком Л. И. Седовым 18 XI 1957)

Ниже рассматривается чисто пластическая потеря устойчивости неоднородных оболочек. Для определенности при вычислении жесткостей взята биметаллическая оболочка. Получены физические соотношения для биметаллических оболочек и приведены уравнения устойчивости пологих оболочек произвольного вида относительно прогиба и силовой функции, удовлетворяющей уравнениям равновесия плоской задачи. Эти результаты справедливы для теории пластического течения и теории деформаций, в обоих случаях учтена сжимаемость материала. Данна формула для определения критических сил локальной потери устойчивости оболочек при комбинированных нагрузках. Из нее получены некоторые частные результаты.

1. Вариации удельных усилий в оболочке. Все величины, относящиеся к наружному слою оболочки, будем сопровождать индексом штрих, а относящиеся к внутреннему слою — индексом два штриха. Тогда вариации удельных нормальных усилий, сдвигающей силы, изгибающих и крутящего моментов имеют вид

$$\begin{aligned}\delta N_1 &= \int_0^{h'} \delta \sigma'_x dz + \int_{-h''}^0 \delta \sigma''_x dz, \quad \delta N_2 = \int_0^{h'} \delta \sigma'_y dz + \int_{-h''}^0 \delta \sigma''_y dz, \\ \delta T &= \int_0^{h'} \delta \tau'_{xy} dz + \int_{-h''}^0 \delta \tau''_{xy} dz, \quad \delta M_1 = \int_0^{h'} \delta \sigma'_x z dz + \int_{-h''}^0 \delta \sigma''_x z dz, \\ \delta M_2 &= \int_0^{h'} \delta \sigma'_y z dz + \int_{-h''}^0 \delta \sigma''_y z dz, \quad \delta H = \int_0^{h'} \delta \tau'_{xy} z dz + \int_{-h''}^0 \delta \tau''_{xy} z dz,\end{aligned}\quad (1)$$

где $\delta \sigma_x$, $\delta \sigma_y$, $\delta \sigma_{xy}$ — напряжения в оболочке вследствие потери устойчивости; h — толщина; z — расстояние от поверхности спая оболочки по толщине.

Если основываться на гипотезах Кирхгоффа — Лява, то вариации напряжений для чисто пластического состояния равны (1) (индекс опущен)

$$\begin{aligned}\delta \sigma_x &= \frac{1}{h} [b_{11} \delta \varepsilon_1 + b_{12} \delta \varepsilon_2 - b_{13} \delta \gamma_{12} - z (b_{11} \delta \kappa_1 + b_{12} \delta \kappa_2 - 2b_{13} \delta \kappa_{12})], \\ \delta \sigma_y &= \frac{1}{h} [b_{21} \delta \varepsilon_1 + b_{22} \delta \varepsilon_2 - b_{23} \delta \gamma_{12} - z (b_{21} \delta \kappa_1 + b_{22} \delta \kappa_2 - 2b_{23} \delta \kappa_{12})], \\ \delta \tau_{xy} &= \frac{1}{h} [-b_{31} \delta \varepsilon_1 - b_{32} \delta \varepsilon_2 + b_{33} \delta \gamma_{12} - z (b_{31} \delta \kappa_1 + b_{32} \delta \kappa_2 - 2b_{33} \delta \kappa_{12})].\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь $\delta \varepsilon_1$, $\delta \varepsilon_2$, $\delta \gamma_{12}$ — соответственно линейные и угловая деформации поверхности спая при выпучивании; $\delta \kappa_1$, $\delta \kappa_2$, $\delta \kappa_{12}$ — параметры изменения

кривизн поверхности спая при выпучивании; $b_{11}, b_{12} = b_{21}, b_{22}, b_{23} = b_{32}, \dots, b_{33}$ — коэффициенты, зависящие от теории пластичности и определяемые механическими характеристиками материала (для теории деформации и теории пластического течения они в общем случае вычислены в (1)).

Внося (2) в (1), получаем:

$$\begin{aligned}\delta N_1 &= B_{11}\delta\varepsilon_1 + B_{12}\delta\varepsilon_2 - B_{13}\delta\gamma_{12} - B_{14}\delta\kappa_1 - B_{15}\delta\kappa_2 + B_{16}\delta\kappa_{12}, \\ \delta N_2 &= B_{21}\delta\varepsilon_1 + B_{22}\delta\varepsilon_2 - B_{23}\delta\gamma_{12} - B_{24}\delta\kappa_1 - B_{25}\delta\kappa_2 + B_{26}\delta\kappa_{12}, \\ \delta T &= -B_{31}\delta\varepsilon_1 - B_{32}\delta\varepsilon_2 + B_{33}\delta\gamma_{12} + B_{34}\delta\kappa_1 + B_{35}\delta\kappa_2 - B_{36}\delta\kappa_{12}, \\ \delta M_1 &= B_{41}\delta\varepsilon_1 + B_{42}\delta\varepsilon_2 - B_{43}\delta\gamma_{12} - B_{44}\delta\kappa_1 - B_{45}\delta\kappa_2 + B_{46}\delta\kappa_{12}, \\ \delta M_2 &= B_{51}\delta\varepsilon_1 + B_{52}\delta\varepsilon_2 - B_{53}\delta\gamma_{12} - B_{54}\delta\kappa_1 - B_{55}\delta\kappa_2 + B_{56}\delta\kappa_{12}, \\ \delta H &= -B_{61}\delta\varepsilon_1 - B_{62}\delta\varepsilon_2 + B_{63}\delta\gamma_{12} + B_{64}\delta\kappa_1 + B_{65}\delta\kappa_2 - B_{66}\delta\kappa_{12};\end{aligned}\quad (3)$$

при этом $B_{11} = b'_{11} + b''_{11}$, $B_{12} = B_{21} = b'_{12} + b''_{12}$, $B_{13} = B_{31} = b'_{13} + b''_{13}$, $B_{14} = B_{41} = \frac{1}{2}(h'b'_{11} - h''b''_{11})$, $B_{15} = B_{51} = \frac{1}{2}(h'b'_{21} - h''b''_{21})$, $B_{16} = 2B_{61} = h'b'_{13} - h''b''_{13}$, $B_{22} = b'_{22} + b''_{22}$, $B_{23} = B_{32} = b'_{23} + b''_{32}$, $B_{24} = B_{12} = \frac{1}{2}(h'b'_{21} - h''b''_{21})$, $B_{25} = B_{52} = \frac{1}{2}(h'b'_{22} - h''b''_{22})$, $B_{26} = 2B_{62} = h'b'_{32} - h''b''_{32}$, $B_{33} = b'_{33} + b''_{33}$, $B_{34} = B_{43} = \frac{1}{2}B_{16} = \frac{1}{2}(h'b'_{13} - h''b''_{13})$, $B_{35} = B_{53} = \frac{1}{2}(h'b'_{23} - h''b''_{23})$, $B_{36} = 2B_{63} = h'b'_{33} - h''b''_{33}$, $B_{44} = \frac{1}{3}(h'^2b'_{11} + h''^2b''_{11})$, $B_{45} = B_{54} = \frac{1}{3}(h'^2b'_{12} + h''^2b''_{12})$, $B_{46} = 2B_{64} = \frac{2}{3}(h'^2b'_{13} + h''^2b''_{13})$, $B_{55} = \frac{1}{3}(h'^2b'_{22} + h''^2b''_{22})$, $B_{56} = 2B_{65} = \frac{2}{3}(h'^2b'_{23} + h''^2b''_{23})$, $B_{66} = \frac{2}{3}(h'^2b'_{33} + h''^2b''_{33})$.

Из первых трех уравнений (3) выразим $\delta\varepsilon_1$, $\delta\varepsilon_2$, $\delta\gamma_{12}$ через δN_1 , δN_2 , δT . Получим:

$$\begin{aligned}\delta\varepsilon_1 &= A_{11}\delta N_1 + A_{12}\delta N_2 - A_{13}\delta T + A_{14}\delta\kappa_1 + A_{15}\delta\kappa_2 - A_{16}\delta\kappa_{12}, \\ \delta\varepsilon_2 &= A_{21}\delta N_1 + A_{22}\delta N_2 - A_{23}\delta T + A_{24}\delta\kappa_1 + A_{25}\delta\kappa_2 - A_{26}\delta\kappa_{12}, \\ \delta\gamma_{12} &= -A_{31}\delta N_1 - A_{32}\delta N_2 + A_{33}\delta T - A_{34}\delta\kappa_1 - A_{35}\delta\kappa_2 + A_{36}\delta\kappa_{12},\end{aligned}\quad (4)$$

где $A_{11} = \frac{B_{22}B_{33} - B_{23}^2}{\Delta}$, $A_{12} = A_{21} = \frac{B_{13}B_{23} - B_{12}B_{33}}{\Delta}$, $A_{13} = A_{31} = \frac{B_{12}B_{23} - B_{13}B_{22}}{\Delta}$,

$A_{22} = \frac{B_{11}B_{33} - B_{13}^2}{\Delta}$, $A_{23} = A_{32} = \frac{B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}}{\Delta}$, $A_{33} = \frac{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}{\Delta}$,

$A_{14} = B_{14}A_{11} + B_{24}A_{12} + B_{34}A_{13}$, $A_{15} = B_{15}A_{11} + B_{25}A_{12} + B_{35}A_{13}$, $A_{16} = B_{16}A_{11} + B_{26}A_{12} + B_{36}A_{13}$, $A_{24} = B_{14}A_{12} + B_{24}A_{22} + B_{34}A_{23}$, $A_{25} = B_{15}A_{12} + B_{25}A_{22} + B_{35}A_{23}$, $A_{26} = B_{16}A_{12} + B_{26}A_{22} + B_{36}A_{23}$, $A_{34} = B_{14}A_{13} + B_{24}A_{23} + B_{34}A_{33}$, $A_{35} = B_{15}A_{13} + B_{25}A_{23} + B_{35}A_{33}$, $A_{36} = B_{16}A_{13} + B_{26}A_{23} + B_{36}A_{33}$ и $\Delta = B_{33}(B_{11}B_{22} - B_{12}^2) - B_{11}B_{23}^2 + 2B_{12}B_{13}B_{23} - B_{13}^2B_{22}$.

Выражения (4) вводим в последние три формулы (3):

$$\begin{aligned}\delta M_1 &= C_{11}\delta N_1 + C_{12}\delta N_2 - C_{13}\delta T - D_{11}\delta\kappa_1 - D_{12}\delta\kappa_2 + D_{13}\delta\kappa_{12}, \\ \delta M_2 &= C_{21}\delta N_1 + C_{22}\delta N_2 - C_{23}\delta T - D_{21}\delta\kappa_1 - D_{22}\delta\kappa_2 + D_{23}\delta\kappa_{12}, \\ \delta H &= -C_{31}\delta N_1 - C_{32}\delta N_2 + C_{33}\delta T + D_{31}\delta\kappa_1 + D_{32}\delta\kappa_2 - D_{33}\delta\kappa_{12},\end{aligned}\quad (5)$$

причем $C_{11} = A_{14}$, $C_{12} = A_{24}$, $C_{13} = A_{34}$, $C_{21} = A_{15}$, $C_{22} = A_{25}$, $C_{23} = A_{35}$, $C_{31} = \frac{1}{2}A_{16}$, $C_{32} = \frac{1}{2}A_{26}$, $C_{33} = \frac{1}{2}A_{36}$, $D_{11} = B_{44} + B_{41}A_{14} + B_{42}A_{24} + B_{43}A_{34}$, $D_{12} = B_{45} + A_{41}A_{15} + B_{42}A_{25} + B_{43}A_{35}$, $D_{13} = B_{46} - B_{41}A_{16} - B_{42}A_{26} - B_{43}A_{36}$, $D_{21} = B_{54} - B_{51}A_{14} - B_{52}A_{24} - B_{53}A_{34}$, $D_{22} = B_{55} - B_{51}A_{15} - B_{52}A_{25} - B_{53}A_{35}$, $D_{23} = B_{56} - B_{51}A_{16} - B_{52}A_{26} - B_{53}A_{36}$, $D_{31} = B_{64} - B_{61}A_{14} - B_{62}A_{24} - B_{63}A_{34}$, $D_{32} = B_{55} - B_{61}A_{15} - B_{62}A_{25} - B_{63}A_{35}$, $D_{33} = B_{66} - B_{61}A_{16} - B_{62}A_{26} - B_{63}A_{36}$.

2. Уравнения устойчивости. Поскольку связь между усилиями и деформациями установлена, к ним нужно присоединить уравнения нейтрального равновесия элемента оболочки в усилиях и уравнение совместности. Остановимся на случае пологой оболочки. Здесь уравнения нейтрального равновесия

$$(\delta N_1)_y + (\delta T)_x = 0, \quad (\delta N_2)_x + (\delta T)_y = 0, \quad (6)$$

$$(\delta M_1)_{xx} + 2(\delta H)_{xy} + (\delta M_2)_{yy} + \frac{\delta N_1}{R_1} + \frac{\delta N_2}{R_2} + N_1 w_{xx} + N_2 w_{yy} + 2T w_{xy} = 0,$$

где N_1, N_2, T — мембранные усилия в оболочке; R_1, R_2 — главные радиусы кривизны; x, y — декартовы координаты;

$$\begin{aligned} \delta x_1 &= w_{xx}, \quad \delta x_2 = w_{yy}, \quad \delta x_{12} = w_{xy}, \quad \delta \varepsilon_1 = u_x - \frac{w}{R_1}, \quad \delta \varepsilon_2 = \vartheta_y - \frac{w}{R_2}, \\ \delta \gamma_{12} &= u_y + \vartheta_x. \end{aligned} \quad (7)$$

Из (7) получаем условие совместности

$$(\delta \varepsilon_1)_{yy} + (\delta \varepsilon_2)_{xx} - (\delta \gamma_{12})_{xy} + \frac{w_{yy}}{R_1} + \frac{w_{xx}}{R_2} = 0. \quad (8)$$

Первые два уравнения удовлетворяются выражениями $\delta N_1 = F_{yy}$, $\delta N_2 = F_{xx}$, $\delta T = -F_{xy}$.

Примем за основные переменные w и F . В третье уравнение (6), (8) введем выражения (4) и (5):

$$\begin{aligned} \alpha_1 w_{xxxx} - \alpha_2 w_{xxxx} + \alpha_3 w_{xxyy} - \alpha_4 w_{xyyy} + \alpha_5 w_{yyyy} - \alpha_6 F_{xxxx} - \\ - \alpha_7 F_{xxxx} - \alpha_8 F_{xxyy} - \alpha_9 F_{xyyy} - \alpha_{10} F_{yyyy} - \frac{F_{yy}}{R_1} - \frac{F_{xx}}{R_2} - \\ - (N_1 w_{xx} + N_2 w_{yy} + 2T w_{xy}) = 0; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \beta_1 F_{xxxx} + \beta_2 F_{xxxx} + \beta_3 F_{xxyy} + \beta_4 F_{xyyy} + \beta_5 F_{yyyy} + \beta_6 w_{xxxx} + \\ + \beta_7 w_{xxxx} + \beta_8 w_{xxyy} + \beta_9 w_{xyyy} + \beta_{10} w_{yyyy} + \frac{w_{yy}}{R_1} + \frac{w_{xx}}{R_2} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $\alpha_1 = D_{11}$, $\alpha_2 = D_{13} + 2D_{31}$, $\alpha_3 = D_{12} + D_{21} + 2D_{33}$, $\alpha_4 = D_{23} + 2D_{32}$, $\alpha_5 = D_{22}$, $\alpha_6 = C_{12}$, $\alpha_7 = C_{13} - 2C_{32}$, $\alpha_8 = C_{11} + C_{22} - 2C_{33}$, $\alpha_9 = C_{23} - 2C_{31}$, $\alpha_{10} = C_{21}$, $\beta_1 = A_{22}$, $\beta_2 = A_{23} + A_{32}$, $\beta_3 = A_{12} + A_{21} + A_{33}$, $\beta_4 = A_{13} + A_{31}$, $\beta_5 = A_{11}$, $\beta_6 = A_{24}$, $\beta_7 = A_{34} - A_{26}$, $\beta_8 = A_{25} - A_{34} + A_{14}$, $\beta_9 = A_{35} - A_{16}$, $\beta_{10} = A_{15}$.

Заметим, что для однородной оболочки (1) $\alpha_6 = \alpha_7 = \alpha_8 = \alpha_9 = \alpha_{10} = 0$ и $\beta_6 = \beta_7 = \beta_8 = \beta_9 = \beta_{10} = 0$.

3. Критические нагрузки для биметаллических конструкций. Остановимся на случае комбинированных нагрузок на оболочку. Пусть волнобразование при выпучивании носит такой характер, что

$$w = w_0 \sin(x\sqrt{\lambda_1} - y\sqrt{\lambda_2}), \quad F = F_0 \sin(x\sqrt{\lambda_1} - y\sqrt{\lambda_2}), \quad (11)$$

где $\lambda_1 = m^2\pi^2/l^2$, $\lambda_2 = n^2/R_2^2$; m, n — число полуволн в направлении x и y ; l — длина оболочки; w_0, F_0 — постоянные.

Внося (11) в (9), (10), найдем

$$\begin{aligned} -(N_1 + N_2 \lambda - 2T \sqrt{\lambda}) &= \lambda_1 (\alpha_1 + \alpha_2 \sqrt{\lambda} + \alpha_3 \lambda + \alpha_4 \lambda \sqrt{\lambda} + \alpha_5 \lambda^2) + \\ + \frac{1}{\lambda (\beta_1 - \beta_2 \sqrt{\lambda} + \beta_3 \lambda - \beta_4 \lambda \sqrt{\lambda} + \beta_5 \lambda^2)} &\left[\lambda_1 (\beta_6 - \beta_7 \sqrt{\lambda} + \beta_8 \lambda - \beta_9 \lambda \sqrt{\lambda} + \beta_{10} \lambda^2) - \right. \\ \left. - \left(\frac{\lambda}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right] &\left[\lambda_1 (\alpha_6 - \alpha_7 \sqrt{\lambda} + \alpha_8 \lambda - \alpha_9 \lambda \sqrt{\lambda} + \alpha_{10} \lambda^2) - \left(\frac{\lambda}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где $\lambda = \lambda_2/\lambda_1 = n^2 l^2 / m^2 \pi^2 R_2^2$.

а) Прямоугольная пластина. Если a и b — длины сторон пластины, то $\lambda_1 = m^2\pi^2/a^2$, $\lambda_2 = n^2\pi^2/b^2$, $\lambda = n^2a^2/m^2b^2$. Кроме того $R_1 = R_2 = \infty$. Соответствующие изменения нужно ввести в формулу для определения критической комбинации усилий (12). Для бесконечно широкой пластины $\lambda = 0$ и $-N_1 = (\alpha + \beta_6\alpha_6/\beta_1)\lambda_1$, а критическое значение сжимающего усилия определяется из ($m = 1$)

$$(-N_1)_* = \frac{\pi^2}{a^2} \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_6\beta_6}{\beta_1} \right). \quad (13)$$

б) Оболочки. В общем случае критическая комбинация усилий находится по формуле (12), если вместо главных радиусов кривизны ввести соответствующие значения. Если можно полагать, что $\lambda^2 \gg 1$, то из (12) имеем

$$\begin{aligned} & - (N_1 + N_2\lambda - 2T V \bar{\lambda}) = \\ & = \lambda_1\lambda^2\alpha_5 + \frac{1}{\beta_5\lambda_1\lambda^2} \left[\lambda_1\beta_{10}\lambda^2 - \left(\frac{\lambda}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right] \left[\lambda_1\lambda^2\alpha_{10} - \left(\frac{\lambda}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Рассмотрим различные частные случаи. Для цилиндрической оболочки $R_1 = \infty$ и $R_2 = R$, поэтому из (14) найдем

$$- (N_1 + N_2\lambda - 2T V \bar{\lambda}) = \left(\alpha_5 + \frac{\alpha_{10}\beta_{10}}{\beta_5} \right) \lambda_1\lambda^2 - \frac{\alpha_{10} + \beta_{10}}{\beta_5 R} + \frac{1}{\beta_5 R^2 \lambda_1 \lambda^2}. \quad (15)$$

Отсюда, например, при осевом сжатии

$$-N_1 = \left(\alpha_5 + \frac{\alpha_{10}\beta_{10}}{\beta_5} \right) \lambda_1\lambda^2 - \frac{\alpha_{10} + \beta_{10}}{\beta_5 R} + \frac{1}{\beta_5 R^2 \lambda_1 \lambda^2},$$

когда $\lambda_1\lambda^2 = 1/R V \sqrt{\alpha_5\beta_5 + \alpha_{10}\beta_{10}}$, имеет место критическое значение осевого сжимающего усилия

$$(-N_1)_* = \frac{1}{R\beta_5} [2V\sqrt{\alpha_5\beta_5 + \alpha_{10}\beta_{10}} - (\alpha_{10} + \beta_{10})].$$

Аналогичные формулы могут быть получены для цилиндрической оболочки при боковом давлении и кручении, для сферической оболочки, подверженной внешнему давлению, и т. п.

Значения b_{11} , $b_{12} = b_{21}$, b_{22} , b_{33} при различных напряженных состояниях вычислены в статье (2).

Институт механики
Академии наук СССР

Поступило
15 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Э. И. Григолюк, Изр. АН СССР, ОТН, № 10, 3 (1957). ² Э. И. Григолюк.
Прикл. матем. и мех., 21, № 6 (1957).

АСТРОНОМИЯ

Л. В. МИРЗОЯН

К ВОПРОСУ О ПРИРОДЕ НЕПРЕРЫВНОЙ ЭМИССИИ

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 2 XII 1957)

В. А. Амбарцумян показал (¹), что у звезд типа Т Тельца, UV Кита и родственных им объектов источники энергии могут быть локализованы во внешних слоях. Непосредственное освобождение этой энергии в поверхностных слоях звезды приводит к появлению нетеплового излучения. Последнее проявляется в спектрах в виде непрерывной эмиссии, которая иногда сосредоточена в коротковолновой части спектра. Исследования, посвященные качественному и количественному изучению коротковолновой непрерывной эмиссии, подтвердили вывод о ее нетепловой природе (²⁻⁵).

В интересной работе К. Г. Бема (⁶) приводятся количественные данные, относящиеся к непрерывной эмиссии в спектрах двух ярко ультрафиолетовых звезд типа Т Тельца: LH_α 22-NX Mon и VY Ori. Эти данные находятся в хорошем согласии с ранее опубликованными результатами автора относительно непрерывной эмиссии в спектре звезды AG Dra (^{3, 4}). Представляет большой интерес полученный впервые в работе Бема вывод о том, что непрерывная эмиссия не может быть объяснена не только тепловым излучением, но и прямым излучением релятивистских электронов в магнитных полях. В работе Бема предложено также новое объяснение непрерывной эмиссии. В настоящей заметке обсуждается совокупность данных о непрерывной эмиссии в спектрах AG Dra, NX Mon и VY Ori и приводятся некоторые замечания об интерпретации Бема.

Характерными особенностями непрерывной эмиссии, свойственной ряду нестационарных звезд, являются переменность ее интенсивности и резкое возрастание последней к ультрафиолету. (¹⁻⁴). В работе Бема (⁶) основное внимание обращено на объяснение резкого возрастания интенсивности непрерывной эмиссии к ультрафиолету.

При тепловом излучении выражение

$$n = -d(\lg I_\lambda) / d(\lg \lambda),$$

характеризующее скорость изменения интенсивности I_λ в зависимости от длины волны λ , растет вместе с температурой T , однако оно всегда меньше 4. Только в предельном случае, когда температура абсолютно черного тела стремится к бесконечности, максимум этого выражения достигает 4. Это означает, что интенсивность I_λ , как показательная функция от длины волны, в случае процессов теплового излучения может расти в сторону коротких длин волн не резче, чем λ^{-4} . В случае излучения релятивистских электронов в магнитных полях случай наиболее резкого возрастания I_λ соответствует значению показателя $n = 7/3$ (⁶). Между тем, полученные Бемом наблюдательные данные по непрерывной эмиссии в спектрах NX Mon и VY Ori показывают, что для этих звезд возрастание интенсивности значительно резче. Аналогичное резкое возрастание интенсивности непрерывной эмиссии к ультрафиолету наблюдается и в случае AG Dra (^{3, 4}).

В табл. 1 приведена сводка значений n для разных длин волн в области непрерывной эмиссии до $\lambda = 3770 \text{ \AA}$; эти данные вычислены по работам (^{4, 6})*. Как и следовало ожидать, n является функцией от длины волны. Во всех приведенных в табл. 1 случаях n возрастает в сторону коротких длий волн до $\lambda = 3770 \text{ \AA}$. Далее она изменяется, по-видимому, в разных случаях по-разному (см. рис. 1).

Таблица 1

Звезда		Длина волн λ в \AA									
		4020	4000	3970	3940	3890	3860	3830	3820	3800	3770
AG Dra	I серия*	6	7	8	—	11	—	16	—	20	23
	II "	—	—	—	—	7	—	14	21	26	39
	III "	—	—	4	6	8	—	11	12	—	—
	IV	—	—	—	4	8	11	14	—	—	—
NX Mon	7 III 1956	3	4	—	—	5	—	6	—	—	7
	6 XI 1956	5	—	6	7	—	8	9	10	—	11
	11 XI 1956	—	—	—	—	—	—	8	9	11	18
VY Ori	2 XII 1956	—	—	—	—	7	8	11	12	18	48

* Для AG Dra приведены средние данные для отдельных серий наблюдений (⁴).

Совокупность приведенных данных свидетельствует, что ни теплое излучение, ни прямое излучение релятивистских электронов в магнитных полях (синхротронное излучение) не могут привести к наблюдаемому распределению энергии непрерывного излучения звезд с непрерывной эмиссией в спектрах (AG Dra, NX Mon и VY Ori). Поэтому следует считать, что непрерывная эмиссия вообще обусловлена процессами, резко отличающимися по своей природе как от теплового излучения, так и от синхротрона излучения релятивистских электронов.

В силу сделанного вывода оказываются полностью несостоятельными все попытки объяснить непрерывную эмиссию в спектрах нестационарных звезд наличием в общем излучении звезды высокотемпературной составляющей (существование горячих пятен на поверхности звезды или очень горячего спутника**). Действительно, сочетание любого числа температурных излучений не может привести к наблюдаемому резкому возрастанию интенсивности непрерывной эмиссии к ультрафиолету, так как интенсивность в суммарном спектре не может расти быстрее, чем в спектре наиболее высокотемпературной из его составляющих. Отметим, что по измерениям Бема для излучения O8-звезды (HD 14633) $n = 2,7$ (⁶).

В интерпретации Бема слияние ярких линий бальмеровской серии вследствие малой разрешающей силы спектрографа должно привести к появлению кажущегося непрерывного спектра, который, по мнению Бема, и наблюдается как непрерывная эмиссия в области высоких членов бальмеровской серии. Для расчетов Бем пользуется схемой оптически толстого слоя, так как в случае оптически тонкого слоя непрерывную эмиссию невозможно объяснить линейной и непрерывной бальмеровской эмиссией (^{2, 5}).

Вывод в пользу этой схемы делается на основе аномально малого бальмеровского декремента у NX Mon и VY Ori (⁶), наблюдающегося также у AG Dra (⁴) и звезд типа Т Тельца с ярким ультрафиолетом (²) и, по-видимому, характерен для звезд с непрерывной эмиссией в спектрах. Однак наличие оптически толстой оболочки вокруг рассматриваемых звезд труд-

* Вычисления выполнены для AG Dra Э. Я. Борисовой и Т. К. Никольской, а для NX Mon и VY Ori Р. М. Мартиросяном и М. А. Казаряном, которым автор выражает благодарность.

** Нестостоятельность допущения о двойственности в случае AG Dra мы показали ранее (⁴), исходя из других соображений.

но согласовать с весьма быстрыми изменениями блеска, наблюдаемыми в ультрафиолете, например, у NX Mon⁽⁷⁾.

Механизм «образования» непрерывной эмиссии, лежащий в основе интерпретации Бема, также встречается с дополнительными трудностями. При таком механизме область минимого спектра должна совпадать с областью, где все яркие водородные линии полностью сливаются. При этом начало минимого непрерывного спектра должно быть почти постоянным для всех спектров, полученных данным спектрографом, и зависеть в основном от разрешающей силы последнего. За начало области полного слияния эмиссионных линий в работе Бема принято λ 3770 Å (длина волны H_{II})*. Однако наблюдательные данные находятся в противоречии с этим.

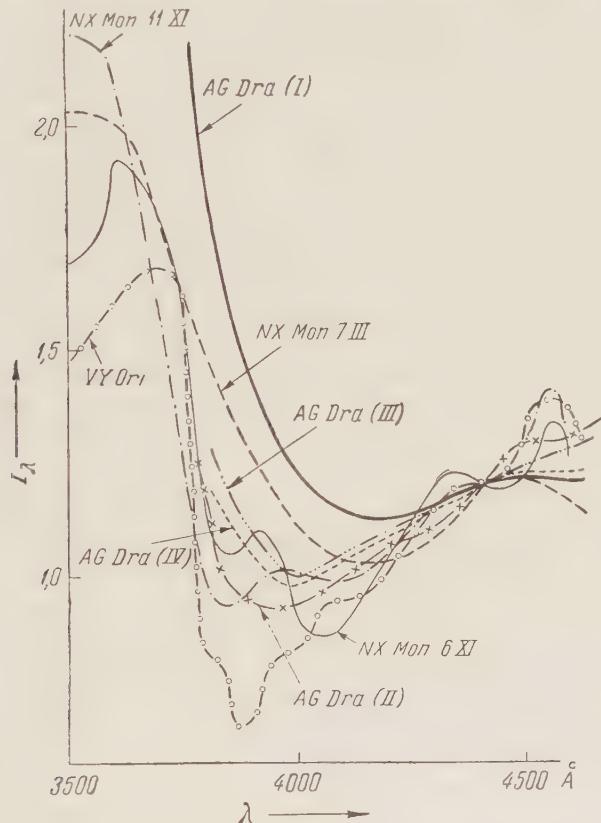


Рис. 1. Распределение энергии в непрерывном спектре

Из табл. 1 следует, что n достигает больших значений уже там, где по Бему еще не должно быть минимого непрерывного спектра — непрерывной эмиссии. На рис. 1 представлены данные о распределении энергии в непрерывных спектрах AG Dra, NX Mon и VY Ori в области волн короче 4400 Å, заимствованные из работ^(4, 6), и нормированные таким образом, что интенсивности совпадают у λ 4400 Å. Рассмотрение кривых рис. 1 показывает, что длина волны начала непрерывной эмиссии в разных случаях различна и меняется в исследованных спектрах примерно от 3800 до 4100 Å. При этом начало эмиссии, как уже было отмечено в случае AG Dra⁽⁴⁾, по-видимому, зависит от абсолютной интенсивности непрерывной эмиссии, смещающейся в сторону длинных волн с возрастанием последней. В пользу такого вывода, нам кажется, говорит и сравнение трех распределений для NX Mon, приведенных на рис. 1.

* Отметим, что представляется сомнительной реальность принятого в работе Бема значения турбулентной скорости для атомов водорода (50 км/сек).

Другое допущение Бема — о том, что интенсивность непрерывной эмиссии падает, начиная с границы бальмеровской серии, необходимое для его гипотезы и естественным образом вытекающее из нее, нуждается в дальнейшей проверке. Во всяком случае, оно не следует однозначно из данных Бема для NX Mon, представленных на рис. 1; последние в этом отношении разноречивы.

Наконец, слияние эмиссионных линий не в состоянии объяснить сильную поляризацию ультрафиолетового излучения звезды NX Mon (34 и 55% для двух ночей наблюдений), открытую недавно Хунгером и Кроном⁽⁷⁾. Если при эллипсоидальном распределении скоростей электронов и сталкивающихся ионов или при одностороннем движении возбуждающих частиц следует ожидать поляризацию излучения⁽⁶⁾, то в оптически толстом слое она очень быстро должна исчезнуть. Большая оптическая толщина, что крайне необходимо для гипотезы Бема, приводит к большому числу рассеяний, вследствие чего происходит деполяризация излучения. Следует особо подчеркнуть, что сильно поляризованное излучение относится к участку 3200—3700 Å⁽⁷⁾, расположенному почти целиком за границей серии Бальмера. При этом весьма характерно наблюдавшее возрастание степени поляризации при возрастании яркости звезды в ультрафиолете, т. е. интенсивности непрерывной эмиссии. Эти факты противоречат допущению Бема о падении интенсивности эмиссии за пределом серии Бальмера.

Таким образом, весь комплекс наблюдаемых особенностей излучения звезд с непрерывной эмиссией в спектрах трудно объяснить слиянием эмиссионных линий из-за разрешающей силы спектрографа. Однако сама идея слияния линий — слияния, возможно, физической природы — заслуживает внимания*, поскольку область коротковолновой непрерывной эмиссии во всех известных случаях частично перекрывается областью высоких членов бальмеровской серии.

В заключение заметим, что при справедливости интерпретации Бема остается открытым вопрос об энергии, необходимой для возбуждения водородных атомов в оптически толстом слое вокруг звезды. Следовательно, она не противоречит представлению о том, что непрерывная эмиссия является результатом процессов непосредственного освобождения дискретных порций звездной энергии во внешних слоях звезды⁽¹⁾.

Автор выражает благодарность К. Г. Бему, любезно предоставившему возможность познакомиться с результатами его исследования до их опубликования, и В. А. Амбарцумяну за ряд ценных замечаний.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук АрмССР

Поступило
28 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. А. Амбарцумян, Сообщ. Бюраканс. обсерв., **13** (1953). ² Г. Наго, G. Negbig, Bol. Obs. Tonanzintla y Tacubaya, **12**, 33 (1955). ³ Л. В. Мирзоян, ДАН, **105**, № 5, 928 (1955). ⁴ Л. В. Мирзоян, Сообщ. Бюраканс. обсерв., **19** (1956). ⁵ Г. Хербиг, Сборн. Нестационарные Звезды, Ереван, 1957, стр. 37. ⁶ К. Н. Водем, Zs. f. Ap. (1957) (in litt.). ⁷ К. Нингег, G. E. Кроп, Publ. Astron. Soc. Pacif., **69**, 347 (1957).

* И. М. Гордон сообщил нам, что отмеченные выше особенности непрерывной эмиссии, в частности сильную поляризацию, можно качественно удовлетворительно объяснить с помощью развитой им теории переизлучения водородными атомами синхротронного излучения релятивистских электронов.

И. В. АЛЕКСАНДРОВ

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОНСТАНТЫ ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 7 XII 1957)

Для расшифровки спектров ядерного магнитного резонанса важно знать постоянную магнитного экранирования σ , которая определяет величину химического сдвига линии. Существуют два основных метода вычисления σ . Первый ⁽¹⁾ основан на теории возмущений и требует знания волновых функций всех возбужденных электронных состояний молекулы. Второй метод ⁽²⁾ использует вариационный принцип, и для его применения нужно достаточно точно знать волновую функцию основного состояния, так как для вычисления σ приходится брать вторую производную от волновой функции. Но волновые функции возбужденных состояний обычно неизвестны; определить с большой степенью точности волновую функцию основного состояния тоже не удается, так что оба метода нельзя считать надежными. Предлагаемый в настоящей работе способ вычисления σ основан на методе молекулярных орбит.

Рассмотрим молекулу, находящуюся в однородном внешнем магнитном поле \mathcal{H} ; пусть μ — магнитный момент ядра, для которого вычисляется экранирование. Тогда гамильтониан молекулы (при неподвижных ядрах) имеет вид

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \sum_i \left(\mathbf{p}_i^2 + \frac{e}{c} \mathbf{A}_i^{\mathcal{H}} + \frac{e}{c} \mathbf{A}_i^{\mu} \right)^2 + V', \quad (1)$$

где V' — потенциальная энергия электронов и ядер; $\mathbf{A}_i^{\mathcal{H}}, \mathbf{A}_i^{\mu}$ — значения векторных потенциалов (в точке, где находится электрон с номером i) внешнего магнитного поля \mathcal{H} и поля, создаваемого магнитным моментом ядра μ , соответственно.

Запишем (1) в виде

$$\hat{H} = \hat{H}'_0 + \frac{e}{mc} \sum_i \left(\mathbf{p}_i + \frac{e}{c} \mathbf{A}_i^{\mathcal{H}} \right) \mathbf{A}_i^{\mu} + \frac{e^2}{2mc^2} \sum_i (\mathbf{A}_i^{\mu})^2, \quad (2)$$

где

$$\hat{H}'_0 = \frac{1}{2m} \sum_i \left(\mathbf{p}_i + \frac{e}{c} \mathbf{A}_i^{\mathcal{H}} \right)^2 + V'. \quad (3)$$

В выражении (2) члены, содержащие \mathbf{A}_i^{μ} и $(\mathbf{A}_i^{\mu})^2$ будем рассматривать как возмущение. Постановка задачи отличается от работ Рэмси ⁽¹⁾ тем, что в невозмущенный гамильтониан \hat{H}'_0 включено взаимодействие электронов с внешним магнитным полем. Поэтому собственные функции ψ_n невозмущенного гамильтониана зависят от \mathcal{H} . Разложим ψ_n в ряд по степеням \mathcal{H} :

$$\psi_n = \sum_{q=0}^{\infty} \mathcal{H}^q \psi_n^{(q)}. \quad (4)$$

Записав теперь в первом приближении энергию возмущения и оставляя в получившемся выражении только члены, пропорциональные $\mu\mathcal{H}$, найдем для константы экранирования

$$\sigma_\lambda = \frac{1}{\mu\mathcal{H}} \left\{ \frac{e^2}{mc^2} \left(\psi_n^{(0)*} \left| \sum_i \mathbf{A}_i^\mathcal{H} \mathbf{A}_i^\mu \right| \psi_n^{(0)} \right)_\lambda + \right. \\ \left. + \frac{e\mathcal{H}}{mc} \left(\psi_n^{(0)*} \left| \sum_i \mathbf{p}_i \mathbf{A}_i^\mu \right| \psi_n^{(1)} \right)_\lambda + \frac{e\mathcal{H}}{mc} \left(\psi_n^{(1)*} \left| \sum_i \mathbf{p}_i \mathbf{A}_i^\mu \right| \psi_n^{(0)} \right)_\lambda \right\}, \quad (5)$$

где λ — параметр, определяющий ориентацию молекулы относительно внешнего поля (например, эйлеровы углы). В системе координат, жестко связанной с оством молекулы, от λ зависит не только вид операторов $\mathbf{A}_i^\mathcal{H}$, \mathbf{A}_i^μ , но и функция $\psi_n^{(1)}$. Поэтому не удается произвести в общем виде усреднения выражения (5) по всем ориентациям, пока не установлена в явном виде зависимость $\psi_n^{(1)}$ от λ . Заметим, что в выражении (5) первый член в точности равен диамагнитному члену формулы Рэмси (1), а два последних соответствуют парамагнитной части этой формулы.

Итак, нужно найти функции $\psi_n^{(0)}$ и $\psi_n^{(1)}$, т. е. найти собственную функцию оператора \hat{H}'_0 с точностью до членов первого порядка по \mathcal{H} . Эту функцию мы будем искать по методу, сходному с предложенным в работах Лондона и Попла (3). Заменим \hat{H}'_0 на одноэлектронный оператор:

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}^\mathcal{H} \right)^2 + V_{\text{eff}}, \quad (6)$$

где V_{eff} — потенциал эффективного поля, в котором движется электрон. Так как мы будем искать решение уравнения

$$\hat{H}_0 \psi_n = E_n \psi_n \quad (7)$$

в виде линейной комбинации атомных орбит, то удобно записать V_{eff} следующим образом:

$$V_{\text{eff}} = \sum_B U_B(r_B) + V, \quad (8)$$

где $U_B(r_B)$ — сферически симметричная часть эффективного потенциала атома B , а для V уравнение (8) служит определением.

Ищем теперь ψ_n в виде:

$$\psi_n = \sum_B \sum_k c_{Bk}^n \Phi_{Bk}, \quad (9)$$

причем Φ_{Bk} удовлетворяет уравнению

$$\left[\frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}^\mathcal{H} \right)^2 + U_B(r_B) \right] \Phi_{Bk} = E_{Bk} \Phi_{Bk}. \quad (10)$$

Коэффициенты c_{Bk}^n определяются обычным образом (см., например, (5)) с помощью решения векторного уравнения, если только известны функции Φ_{Bk} . Заметим, что из выражения (9) следует, что Φ_{Bk} достаточно вычислить с точностью до членов первого порядка по \mathcal{H} (с этой точностью нужно знать ψ_n). Но это означает, что в уравнении (10) можно опустить член $\frac{e^2}{2mc^2} (\mathbf{A}^\mathcal{H})^2$, так как он пропорционален \mathcal{H}^2 . Уравнение (10) переходит тогда в уравнение

$$\left[\frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 + \frac{e}{mc} \mathbf{A}^\mathcal{H} \mathbf{p} + U_B \right] \Phi_{Bk} = E_{Bk} \Phi_{Bk}. \quad (11)$$

Используя то обстоятельство, что при замене $\mathbf{A}^{\mathcal{H}}$ на $\mathbf{A}^{\mathcal{H}} + \text{grad } f$ функции Φ_{Bk} переходят в $\Phi_{Bk} \exp\left(-\frac{ie}{\hbar c} f\right)$, легко видеть, что решение уравнения (11) есть

$$\Phi_{Bk} = \Phi_{Bk}^0 \exp\left\{-\frac{ie\mathcal{H}}{2\hbar c}(yX_B - xY_B)\right\}; \quad E_{Bk} = E_{Bk}^0 - \frac{e\hbar\mathcal{H}}{mc} M_{Bk}. \quad (12)$$

В выражении (12) введены следующие обозначения: X_B, Y_B — координаты ядра B в системе координат xyz , ось z которой совпадает с направлением внешнего поля \mathcal{H} ; Φ_{Bk}^0 — собственная функция операторов $\hat{H}_B = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_B^2 + U_B$ и $\hat{m}_{zB} = -i\hbar \left(x_B \frac{\partial}{\partial y_B} - y_B \frac{\partial}{\partial x_B}\right)$, причем начало системы координат $x_E y_E z_E$ находится в той же точке, что и ядро B , а оси этой системы параллельны осям xyz ; E_{Bk}^0 и M_{Bk} — собственные значения операторов \hat{H}_B и \hat{m}_{zB} , соответственно. Кроме того, мы полагаем $\mathbf{A}^{\mathcal{H}} = \frac{\mathcal{H}}{2}(-y, x, 0)$.

В вековое уравнение, с помощью которого определяются c_{Bk}^n , входят матричные элементы $(\hat{H}_0)_{B'k'}^{Bk}$ и $S_{B'k'}^{Bk} = \int \Phi_{Bk}^* \Phi_{B'k'} d\tau$. С точностью до членов порядка \mathcal{H} имеем:

$$\begin{aligned} (\hat{H}_0)_{B'k'}^{Bk} &= \int \left(E_{B'k'}^0 + \sum_{B'' \neq B'} U_{B''} + V \right) \Phi_{Bk}^0 \Phi_{B'k'}^0 d\tau - \\ &- \mathcal{H} \int \left\{ \frac{ic}{2\hbar c} (yX_{Bk'} - xY_{Bk'}) \left(E_{B'k'}^0 + \sum_{B'' \neq B'} U_{B''} + V \right) - \frac{e\hbar}{2mc} M_{B'k'} \right\} \Phi_{Bk}^0 \Phi_{B'k'}^0 d\tau; \\ S_{B'k'}^{Bk} &= \int \left\{ 1 - \frac{ie\mathcal{H}}{2\hbar c} (yX_{Bk'} - xY_{Bk'}) \right\} \Phi_{Bk}^0 \Phi_{B'k'}^0 d\tau, \end{aligned} \quad (13)$$

где $X_{Bk'} = X_B - X_{B'}$, $Y_{Bk'} = Y_B - Y_{B'}$.

Определив c_{Bk}^n и представив (в соответствии с разложением (4)) ψ_n в виде $\psi_n = \psi_n^{(0)} + \mathcal{H}\psi_n^{(1)}$, можно по формуле (5) вычислить σ_λ и, усреднив по всем ориентациям λ , получить константу магнитного экранирования σ^* .

Таким образом, задача о вычислении σ сводится к расчету примерно такой же степени трудности, как и определение волновой функции по методу молекулярных орбит.

В качестве примера применения изложенного метода мы вычислили константу магнитного экранирования протона в молекуле водорода, используя простейший вид эффективного потенциала. Именно, мы считали $V_{\text{eff}} = -\frac{e^2}{r_a} - \frac{e^2}{r_b}$, где r_a, r_b — расстояния от электрона до протонов a и b .

В качестве атомных орбит брались функции $\Phi_a^0 = e^{-r_a}/\sqrt{\pi}$ и $\Phi_b^0 = e^{-r_b}/\sqrt{\pi}$. Вычисление дает $\sigma = \sigma_d - \sigma_p$, причем для парамагнитной части σ_p получается выражение

$$\sigma_p = \frac{e^2}{3mc^2(2+2S)} \frac{1}{R} \left[1 - e^{-2(R/a_0)} \left(2 \left(\frac{R}{a_0} \right)^2 + 2 \left(\frac{R}{a_0} \right) + 1 \right) \right], \quad (14)$$

* Если известны линейные комбинации $\psi_n^{(0)} = \sum_{Bk} c_{Bk}^{n(0)} \Phi_{Bk}^0$, представляющие собой

молекулярные орбиты при $\mathcal{H} = 0$, то можно найти в явном виде зависимость $\psi_n^{(1)}$ от λ и произвести усреднение формулы (5) по всем ориентациям. Получающееся выражение для σ в общем случае слишком громоздко, и мы его не приводим.

где $S = \int \Phi_a^0 \Phi_b^0 d\tau$; R — равновесное расстояние между протонами; a_0 — боровский радиус. Диамагнитная часть σ_d имеет тот же вид, что и в формуле Рэмси (1).

Метод молекулярных орбит (в нашем приближении) дает для R значение $R = 1,6 a_0$ (4). Тогда $\sigma_d = 2,77 \cdot 10^{-5}$, $\sigma_p = 0,40 \cdot 10^{-5}$ и $\sigma = 2,37 \cdot 10^{-5}$. Взяв экспериментальное значение $R = 1,4 a_0$, получим: $\sigma_d = 2,83 \cdot 10^{-5}$, $\sigma_p = 0,38 \cdot 10^{-5}$, $\sigma = 2,45 \cdot 10^{-5}$. Если использовать в качестве функции основного состояния $\Psi = (\Phi_a^0 + \Phi_b^0) / (2 + 2S)$, то вариационный метод дает при $R = 1,4 a_0$: $\sigma_d = 2,83 \cdot 10^{-5}$, $\sigma_p = 0,13 \cdot 10^{-5}$ и $\sigma = 2,70 \cdot 10^{-5}$ (2). Расчет Рэмси, при котором значение σ_p определялось косвенным образом из экспериментальных данных, приводит к результату: $\sigma_d = 3,24 \cdot 10^{-5}$, $\sigma_p = 0,56 \cdot 10^{-5}$ и $\sigma = 2,68 \cdot 10^{-5}$ (1). Таким образом, наш метод дает для величины σ_p несколько лучшее согласование с полуфеноменологическим результатом Рэмси, чем вариационный. Что касается диамагнитной части σ_d , то ее значение при любом методе расчета определяется волновой функцией молекулы при отсутствии внешнего магнитного поля. Надо оговориться, что σ_d и σ_p в отдельности зависят от выбора векторного потенциала A_i^H (в то время как $\sigma = \sigma_d - \sigma_p$, разумеется, не зависит от вида A^H). Во всех расчетах, результаты которых были приведены, считается что $A_i^H = \frac{H}{2}(-y_i, x_i, 0)$, причем начало координат находится в той же точке, что и экранируемое ядро.

Автор благодарит проф. Н. Д. Соколова за многочисленные обсуждения данной работы.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступило
29 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ N. E. Ramsey, Phys. Rev., **77**, 567 (1950); **78**, 699 (1950); **83**, 540 (1951); **86**, 243 (1952). ² J. F. Hosking, J. O. Hirschfelder, J. Chem. Phys., **23**, 474 (1955), B. R. McGarvey, J. Chem. Phys., **26**, 221 (1957); **27**, 68 (1957). ³ F. London, Phys. Radium, **8**, 397 (1937); J. A. Popple, Proc. Roy. Soc., A, **239**, 541 (1957). ⁴ Г. Гельман, Квантовая химия, 1937. ⁵ Г. Эйринг. Д. Уолтер, Д. Кимбалл, Квантовая химия, гл. XI, 1948.

ФИЗИКА

И. А. КВАСНИКОВ

ПРИМЕНЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО ПРИНЦИПА В ТЕОРИИ
СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 30 XI 1957)

В предыдущей заметке⁽¹⁾ с помощью вариационного принципа были исследованы термодинамические свойства сверхпроводящей системы на основе нового метода Н. Н. Боголюбова в теории сверхпроводимости⁽²⁾. Как оказалось, полученные при этом результаты давали хорошее представление об асимптотически точном (при $V \rightarrow \infty$, $N \rightarrow \infty$, $N/v = \text{const}$) решении изучаемой проблемы⁽³⁾.

В настоящей работе применим вариационный принцип к системе, гамильтониан которой H имеет более общий вид, чем рассмотренный в работе⁽³⁾:

$$H - \lambda N = \sum_{ks} (E(k) - \lambda) a_{k,s}^+ a_{k,s} - \frac{1}{V} \sum_{k \neq k'} J(k, k') a_{-k,-1/2}^+ a_{k,1/2}^+ a_{k',1/2} a_{-k',-1/2} + H', \\ H' = -\frac{1}{V} \sum_{k \neq k', q \neq 0} J(k, k', q) a_{-k+q,1/2}^+ a_{k,1/2}^+ a_{k',1/2} a_{k'+q,-1/2}, \quad (1)$$

где, в частности:

$$J(k, k') = J\theta(k)\theta(k'), \quad J(k, k', q) = J\theta(k)\theta(k')\theta(k-q)\theta(k'-q), \quad (2)$$

$$\theta(k) = \begin{cases} 1, & |\xi(k)| < \omega; \\ 0, & |\xi(k)| > \omega; \end{cases} \quad \xi(k) = E(k) - \lambda;$$

J и ω — параметры Бардина, λ — химический потенциал. В отличие от работы⁽³⁾, где учитывалось только взаимодействие пар электронов с противоположными импульсами, в гамильтониане (1) рассматриваются также члены с $q \neq 0$.

Следуя основной идее работ Н. Н. Боголюбова, перейдем в (1) к новым ферми-операторам, совершив каноническое преобразование

$$a_{k,1/2} = u_k \alpha_{k0} + v_k \alpha_{k1}^+, \quad a_{-k,-1/2} = u_k \alpha_{k1} - v_k \alpha_{k0}^+, \quad u_k^2 + v_k^2 = 1. \quad (3)$$

Вещественные функции u_k и v_k пока не определены. Получим:

$$H - \lambda N = U + \sum_k \{A(k)(\alpha_{k0}^\dagger \alpha_{k0} + \alpha_{k1}^\dagger \alpha_{k1}) + B(k)(\alpha_{k0}^\dagger \alpha_{k1}^+ + \alpha_{k1}^\dagger \alpha_{k0}^+)\} -$$

$$-\frac{1}{V} \sum_{k \neq k'} J(k, k') \{u_k v_k (\alpha_{k0}^\dagger \alpha_{k0} + \alpha_{k1}^\dagger \alpha_{k1}) - u_k^2 \alpha_{k1} \alpha_{k0} + v_k^2 \alpha_{k0}^\dagger \alpha_{k1}^+\} \times \\ \times \{u_{k'} v_{k'} (\alpha_{k'0}^\dagger \alpha_{k'0} + \alpha_{k'1}^\dagger \alpha_{k'1}) - u_{k'}^2 \alpha_{k'1}^\dagger \alpha_{k'0}^+ + v_{k'}^2 \alpha_{k'0} \alpha_{k'1}^+\} + H', \quad (4)$$

где

$$U = \sum_k \xi(k) 2v_k^2 - \sum_k u_k v_k C(k),$$

$$A(k) = \xi(k) (u_k^2 - v_k^2) + 2u_k v_k C(k), \quad B(k) = 2\xi(k) u_k v_k - (u_k^2 - v_k^2) C(k), \quad (5)$$

$$C(k) = \frac{1}{V} \sum_{k' (k' \neq k)} J(k, k') u_{k'} v_{k'}.$$

Согласно вариационному принципу Н. Н. Боголюбова ⁽⁴⁾ имеем:

$$\begin{aligned} \Psi = -\theta \ln \text{Sp} \{e^{-(H-\lambda N)/\theta}\} &\leq -\theta \ln \text{Sp} \{e^{-H_0/\theta}\} + \\ &+ \text{Sp} \{(H - \lambda N - H_0) e^{-H_0/\theta}\} / \text{Sp} \{e^{-H_0/\theta}\}. \end{aligned} \quad (6)$$

В качестве H_0 выберем в (4) квадратичную по операторам α форму

$$H_0 = \sum_k \{A(k) (\alpha_{k0}^+ \alpha_{k0}^- + \alpha_{k1}^+ \alpha_{k1}^-) + B(k) (\alpha_{k0}^+ \alpha_{k1}^- + \alpha_{k1}^+ \alpha_{k0}^-)\} + \text{const}, \quad (7)$$

причем постоянное слагаемое будет выбрано в дальнейшем из соображений удобства. В правую часть выражения (6) входят функции u_k и v_k , выполняющие роль вариационных параметров, уравнения для которых можно получить из требования минимума верхней границы Ψ . Для вычисления выражения (6) удобно перейти к представлению, в котором H_0 диагонально. Нетрудно убедиться, что для этого надо воспользоваться преобразованием

$$\alpha_{k0} = \lambda_k \beta_{k0} - \mu_k \beta_{k1}^+, \quad \alpha_{k1} = \lambda_k \beta_{k1} + \mu_k \beta_{k0}^+, \quad \lambda_k^2 + \mu_k^2 = 1, \quad (8)$$

причем λ_k и μ_k представляют собой довольно сложные функции от u_k и v_k

$$\lambda_k^2 = 1 - \mu_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{A(k)}{\sqrt{A^2(k) + B^2(k)}} \right). \quad (9)$$

Учтем, что недиагональные по амплитудам β слагаемые в выражении $H - \lambda N - H_0$, стоящем во втором слагаемом (6), после операции Sp будут равны нулю, поэтому в дважды преобразованном гамильтониане (1) такие члены будут опущены, и мы будем в дальнейшем рассматривать полученный таким образом эффективный гамильтониан. Легко видеть, что при этом вклад от суммы H' также будет нулевым. Выражение для эффективного гамильтониана еще более упростится, если от чисел заполнения $\beta^+ \beta^- = 0; 1$ перейти к изинговским символам $\sigma = \pm 1$:

$$\beta_{k0}^+ \beta_{k0}^- + \beta_{k1}^+ \beta_{k1}^- - 1 = -\frac{\sigma_{k0} + \sigma_{k1}}{2}. \quad (10)$$

Тогда

$$\begin{aligned} H_{\text{эфф}} = \sum_k \xi(k) - \sum_k V \xi^2(k) + C^2(k) \frac{\sigma_{k0} + \sigma_{k1}}{2} + \sum_k \frac{C^2(k)}{V \xi^2(k) + C^2(k)} \frac{\sigma_{k0} + \sigma_{k1}}{2} - \\ - \frac{1}{4V} \sum_{k-h'} J(k, k') \frac{C(k)}{V \xi^2(k) + C^2(k)} \frac{C(k')}{V \xi^2(k') + C^2(k')} \frac{\sigma_{k0} + \sigma_{k1}}{2} \frac{\sigma_{k'0} + \sigma_{k'1}}{2}, \end{aligned} \quad (11)$$

причем, согласно (7), H_0 имеет вид:

$$H_0 = - \sum_k V \xi^2(k) + C^2(k) \frac{\sigma_{k0} + \sigma_{k1}}{2}. \quad (12)$$

Интересно заметить, что в такой записи гамильтониана вариационные функции u_k и v_k входят только в виде комбинации $C(k)$. Для потенциала Ψ , который полагается равным правой части (6), получаем

$$\begin{aligned} \Psi = & -2\theta \sum_k \ln 2 \operatorname{ch} \frac{\sqrt{\xi^2(k) + C^2(k)}}{2\theta} + \sum_k \xi(k) + \\ & + \sum_k \frac{C^2(k)}{\sqrt{\xi^2(k) + C^2(k)}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2(k) + C^2(k)}}{2\theta} - \frac{1}{4V} \sum_{k \neq k'} J(k, k') \frac{C(k)}{\sqrt{\xi^2(k) + C^2(k)}} \times \\ & \times \frac{C(k')}{\sqrt{\xi^2(k') + C^2(k')}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2(k) + C^2(k)}}{2\theta} \operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2(k') + C^2(k')}}{2\theta}. \end{aligned} \quad (13)$$

Минимизируя это выражение по $C(k)$, будем иметь уравнение:

$$C(k) = \frac{1}{2V} \sum_{k'} J(k, k') \frac{C(k')}{\sqrt{\xi^2(k') + C^2(k')}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2(k') + C^2(k')}}{2\theta}, \quad (14)$$

решение которого при подстановке его в (13) полностью доопределяет термодинамический потенциал Ψ .

Таким образом, при обработке гамильтониана (1) вариационным методом часть взаимодействия H' оказалась несущественной, в то время как взаимодействие пар частиц с противоположными импульсами и спинами является основным. При этом мы пришли к результатам (13) и (14), которые асимптотически точны ⁽³⁾ для упрощенной модели сверхпроводника. Следует подчеркнуть, что полученные результаты являются следствием специфического выбора H_0 согласно (7).

Аналогичная ситуация имела место при рассмотрении гейзенберговской и изинговской моделей ферромагнетика, где при наиболее простом выборе H_0 вариационный принцип приводил в обоих случаях к одинаковым результатам.

В заметке ⁽¹⁾ задача о термодинамике сверхпроводника решалась более грубым способом, а именно, перепутывание операторов (3) считалось заданным с самого начала в том виде, в котором оно осуществляется при $\theta=0$, а все изменения, возникающие в системе с ростом температуры, учитывались с помощью наиболее подходящего выбора нулевого гамильтониана. Действительно, если в гамильтониане (1) считать $C(k)$ не зависящим от температуры, а в качестве H_0 выбрать выражение

$$H_0 = - \sum_k E(k) \frac{\sigma_{k0} + \sigma_{k1}}{2}, \quad (15)$$

то, проводя вычисление верхней границы термодинамического потенциала в (6) и минимизируя ее по $E(k)$, получим основные соотношения работы ⁽¹⁾.

В заключение выражаю глубокую благодарность акад. Н. Н. Боголюбову и В. В. Толмачеву за обсуждение и советы, которыми я пользовался при написании настоящей работы.

Поступило
25 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ И. А. Квасников, ДАН, **119**, № 3 (1958). ² Н. Н. Боголюбов, ЖЭТФ, **34**, в. 1 (1958); В. В. Толмачев, С. В. Тябликов, ЖЭТФ, **34**, в. 1 (1958).
- ³ Н. Н. Боголюбов, Д. Н. Зубарев, Ю. А. Церковников, ДАН, **117**, № 5 (1957). ⁴ И. А. Квасников, ДАН, **110**, 755 (1956).

В. А. МОСКАЛЕНКО

ЭНЕРГИЯ ЭКСИТОНА В ИОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 29 XI 1957)

Энергия экситона в ионных кристаллах с учетом инерционной поляризации кристаллической решетки вычислялась рядом авторов (1-5). Гакен (4) и А. Касиан сделали первые попытки получить общее выражение для энергии основного состояния экситона при произвольных связях. Эти работы не решают полностью указанного вопроса.

В настоящей заметке выводится выражение для энергии и эффективной массы экситона, лишенное ограничений по величине константы связи и температуры. Эта задача для полярона была решена в (6). Гамильтониан системы имеет вид

$$H = \frac{P^2}{2M} + \frac{p^2}{2\mu} - \frac{e^2}{\kappa r} + \\ + \sum E(f) a_f^\dagger a_f + \sum [A_f e^{i f R} (e^{i \sigma_0 f R} - e^{-i \sigma_1 f R}) + \text{к. с.}], \quad (1)$$

где $M = m_1 + m_2$ — сумма эффективных масс электрона и дырки; μ — их приведенная масса; $\sigma_i = m_i/M$; R, P — координата и импульс центра тяжести экситона; r, p — координата и импульс, описывающие внутреннее движение экситона; a_f^\dagger, a_f — операторы Бозе для фононов; $E = \hbar\omega$; ω — предельная частота оптических колебаний; $A_f = -\frac{e}{f} \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega c}{V}}$; $c = \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\epsilon}$; κ — квадрат показателя преломления; ϵ — диэлектрическая постоянная. Для вычисления статистической суммы

$$Z = \text{Sp } e^{-H\beta}, \quad \beta = \frac{1}{kT}. \quad (2)$$

воспользуемся ее представлением при помощи континуального интеграла Фейнмана

$$Z = \int \cdots \int \delta(R_\beta - R_0) \delta(r_\beta - r_0) \prod_f \delta(q_{f\beta} - q_{f0}) dR_\beta dR_0 dr_\beta dr_0 \prod_f dq_{f\beta} dq_{f0} \times \\ \times \int e^{S'} Dr DR \prod_f Dq_f. \quad (3)$$

Функционал S' можно получить сделав замену t на $-i\hbar\beta$ в выражении iS_H/\hbar , где S_H — классическое действие, соответствующее гамильтониану (1). Из (3) можно исключить осцилляторы поля (7), в результате получаем

$$Z = \int \delta(R_\beta - R_0) \delta(r_\beta - r_0) dR_\beta dR_0 dr_\beta dr_0 \int e^S Dr DR \chi, \quad (4)$$

где

$$S = -\frac{M}{2\hbar^2} \int_0^\beta \left(\frac{dR}{d\tau} \right)^2 d\tau - \frac{\mu}{2\hbar^2} \int_0^\beta \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 d\tau + \frac{e^2}{x} \int_0^\beta \frac{1}{|r_\tau|} d\tau + \\ + \frac{\hbar\omega ce^2}{2} \left[\int_0^\beta d\tau \int_0^\tau d\sigma + \bar{n} \int_0^\beta \int_0^\beta d\tau d\sigma \right] e^{-\hbar\omega(\tau-\sigma)} \left[\frac{1}{|R_\tau - R_\sigma + \sigma_2(r_\tau - r_\sigma)|} + \right. \\ \left. + \frac{1}{|R_\tau - R_\sigma + \sigma_1(r_\tau - r_\sigma)|} - \frac{1}{|R_\tau - R_\sigma + \sigma_2 r_\tau + \sigma_1 r_\sigma|} - \frac{1}{|R_\tau - R_\sigma - \sigma_1 r_\tau - \sigma_2 r_\sigma|} \right], \quad (5)$$

$$\bar{n} = (e^{\hbar\omega\beta} - 1)^{-1};$$

χ — статистическая сумма для свободной решетки.

Для вычисления (4) используется вариационный способ. S аппроксимируется более простым выражением S_1 , представленным в виде суммы

$$S_1 = S_2 + S_3 \quad (6)$$

и содержащим свободные параметры.

Используя представление о вспомогательной частице для S_2 , получаем

$$S_2 = -\frac{M}{2\hbar^2} \int_0^\beta \left(\frac{dR}{d\tau} \right)^2 d\tau - \frac{C_2}{2} \int_0^\beta R_\tau^2 d\tau + \\ + \frac{\hbar\omega_2 C_2}{2} \left[\int_0^\beta d\tau \int_0^\tau d\sigma + \bar{n}_2 \int_0^\beta \int_0^\beta d\tau d\sigma \right] R_\tau R_\sigma e^{-\hbar\omega_2(\tau-\sigma)} - 3 \ln \left(2 \sinh \hbar\omega_2 \frac{\beta}{2} \right), \quad (7)$$

$$\bar{n}_2 = (e^{\hbar\omega_2\beta} - 1)^{-1}.$$

Это выражение обладает трансляционной инвариантностью.

Для аппроксимации внутреннего движения экситона выберем S_3 в виде

$$S_3 = -\frac{\mu}{2\hbar^2} \int_0^\beta \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 d\tau - \frac{C_3}{2} \int_0^\beta r_\tau^2 d\tau. \quad (8)$$

C_2 , ω_2 и C_3 — свободные параметры, которые будут определены из условия максимальности правой части соотношения

$$Z \geq \exp \left\{ \frac{1}{Z_1} \int dr_0 dR_0 \int (S - S_1) e^{S_1} Dr DR \right\} Z_1, \quad (9)$$

где

$$Z_1 = \int dr_0 dR_0 \int e^{S_1} Dr DR. \quad (10)$$

Интегралы в (9) и (10) берутся по траекториям, начинающимся и кончивающимся в одной и той же точке $r(\beta) = r(0) = r_0$, $R(\beta) = R(0) = R_0$. Благодаря отмеченному свойству инвариантности S_2 для траектории $R(\tau)$ можно принять $R_0 = 0$. В дальнейшем используются обозначения

$$w = \frac{\omega_2}{\omega}, \quad v = \frac{\omega_2}{\omega} \left(1 + \frac{C_2}{M\omega_2^2} \right)^{1/2}, \quad \alpha = \frac{1}{\omega} \left(\frac{C_3}{\mu} \right)^{1/2}, \\ \lambda = \frac{\hbar\omega\beta}{2}, \quad g = \frac{ce^2}{\hbar} \left(\frac{M}{2\hbar\omega} \right)^{1/2}. \quad (11)$$

Если ввести обозначение

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{Z_1} \int dr_0 dR_0 \int e^{S_1} (\dots) Dr DR,$$

то получим результаты вычислений:

$$\langle \exp i(\mathbf{f}, \sigma_2 \mathbf{r}_\tau + \sigma_1 \mathbf{r}_\sigma) \rangle = \exp \left\{ -\frac{\hbar^2 f^2}{4\mu\alpha\hbar\omega} \left[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \coth \alpha\lambda + 2\sigma_1\sigma_2 \frac{\operatorname{ch} \alpha(\hbar\omega|\sigma-\tau|-\lambda)}{\operatorname{sh} \alpha\lambda} \right] \right\}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \langle \exp i(\mathbf{f}, \mathbf{R}_\tau - \mathbf{R}_\sigma) \rangle &= \exp \left\{ -\frac{\hbar^2 f^2}{2M} \left[\frac{\omega^2}{v^2} |\sigma - \tau| - \frac{\hbar\omega}{2} \frac{\omega^2(\sigma - \tau)^2}{v^2} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{\hbar\omega} \frac{1}{v} \left(1 - \frac{\omega^2}{v^2} \right) \left(\coth \lambda v - \frac{\operatorname{ch} v(\hbar\omega|\sigma-\tau|-\lambda)}{\operatorname{sh} \lambda v} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

которые являются основой для вычисления правой части (9).

При вычислениях применялся параллельный перенос в функциональном интеграле $x(\tau) = \bar{x}(\tau) + y(\tau)$, где $\bar{x}(\tau)$ — экстремальная траектория, удовлетворяющая условиям на концах.

Обозначим через A последний член выражения (5); тогда можно написать

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \frac{2\lambda^2 g}{V\pi \operatorname{sh} \lambda} \int_0^1 ds \operatorname{ch}(\lambda s) \times \\ &\times \left\{ \left[\frac{\omega^2}{2v^2} \lambda (1-s^2) + \frac{1}{v} \left(1 - \frac{\omega^2}{v^2} \right) \left(\coth \lambda v - \frac{\operatorname{ch} \lambda vs}{\operatorname{sh} \lambda v} \right) + \frac{k}{\alpha} \left(\coth \alpha\lambda - \frac{\operatorname{ch} \alpha\lambda s}{\operatorname{sh} \alpha\lambda} \right) \right]^{1/2} + \right. \\ &+ \left[\frac{\omega^2}{2v^2} \lambda (1-s^2) + \frac{1}{v} \left(1 - \frac{\omega^2}{v^2} \right) \left(\coth \lambda v - \frac{\operatorname{ch} \lambda vs}{\operatorname{sh} \lambda v} \right) + \frac{1}{k\alpha} \left(\coth \alpha\lambda - \frac{\operatorname{ch} \alpha\lambda s}{\operatorname{sh} \alpha\lambda} \right) \right]^{-1/2} - \\ &- 2 \left[\frac{\omega^2}{2v^2} \lambda (1-s^2) + \frac{1}{v} \left(1 - \frac{\omega^2}{v^2} \right) \left(\coth \lambda v - \frac{\operatorname{ch} \lambda vs}{\operatorname{sh} \lambda v} \right) + \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1+k^2}{2k} \coth \alpha\lambda + \frac{\operatorname{ch} \alpha\lambda s}{\operatorname{sh} \alpha\lambda} \right) \right]^{-1/2} \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $k = m_2/m_1$.

Окончательное выражение для $\ln Z$, справедливо при любых связях и температурах, имеет вид

$$\begin{aligned} \ln Z &\geq \ln Z^{(0)} + 3 \ln \frac{v}{w} - 3 \ln (2 \operatorname{sh} \lambda v) - 3 \ln (2 \operatorname{sh} \alpha\lambda) - \\ &- \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\omega^2}{v^2} \right) + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\omega^2}{v^2} \right) \lambda v \coth \lambda v + \frac{3}{2} \lambda \alpha \coth \alpha\lambda + \\ &+ 3 \ln (2 \operatorname{sh} \lambda w) + 4 \lambda \frac{e^2}{\kappa \hbar} \sqrt{\frac{\mu \alpha}{\pi \hbar \omega} \operatorname{th} \alpha\lambda} + \langle A \rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

где $Z^{(0)} = 2V\chi(M/2\pi\beta\hbar^2)^{3/2}$.

Отметим, что при $k=0$ формула (15) переходит в аналогичное выражение поляронной теории (см. (6), (56)). Существенно отметить, что при $k=1$ $\langle A \rangle \neq 0$. Для области предельно низких температур получаем после упрощения выражения:

$$E_0 = E_0^{(0)} + \left\{ \frac{3\alpha}{2} - \frac{4e^2}{\kappa \hbar} \sqrt{\frac{\mu \alpha}{\pi \hbar \omega}} + \frac{3v}{2} \left(1 - \frac{w}{v} \right)^2 - \frac{\langle A_0 \rangle}{\lambda} \right\} \frac{\hbar\omega}{2}, \quad (16)$$

где $E_0^{(0)}$ — энергия системы при отсутствии взаимодействия,

$$\frac{M_{\text{эфф}}}{M} = \left(\frac{v}{w} \right)^2 \exp \left\{ -1 + \frac{w^2}{v^2} + \frac{2}{3} \frac{\langle A_1 \rangle}{\lambda} \right\}. \quad (17)$$

Формула (17) была предложена для полярона в (6). $\langle A_0 \rangle$ и $\langle A_1 \rangle / \lambda$ являются, соответственно, нулевым и первым членами разложения $\langle A \rangle$ по степеням λ^{-1} , причем для этой области температур $\langle A \rangle$ имеет вид

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \frac{2\lambda g}{V\pi} \int_0^\infty dt e^{-\lambda t} \left\{ \left[\frac{\omega^2}{v^2} \left(1 - \frac{t}{2\lambda} \right) t + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{v} \left(1 - \frac{\omega^2}{v^2} \right) (1 - e^{-vt}) + \frac{k}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) \right]^{-1/2} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \left[\frac{w^2}{v^2} \left(1 - \frac{t}{2\lambda} \right) t + \frac{1}{v} \left(1 - \frac{w^2}{v^2} \right) (1 - e^{-vt}) + \frac{1}{k\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) \right]^{-1/2} - \\ - 2 \left[\frac{w^2}{v^2} \left(1 - \frac{t}{2\lambda} \right) t + \frac{1}{v} \left(1 - \frac{w^2}{v^2} \right) (1 - e^{-vt}) + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1+k^2}{2k} + e^{-\alpha t} \right) \right]^{-1/2}.$$

В случае сильной связи экситона с решеткой, когда предполагается существенное отличие от единицы параметра k , можно опустить под знаком интеграла члены $e^{-\alpha t}$ и e^{-vt} и считать $v/w \gg 1$. Обозначим

$$v = \alpha y, \quad \alpha = \frac{2}{\pi} \frac{\mu e^4}{\hbar^2 \chi^2} \frac{1}{\hbar \omega} x. \quad (18)$$

Тогда получим для E_0 выражение

$$E_0 = E_0^{(0)} + I(x, y) + \frac{3}{4} \hbar \omega \left(-1 + \frac{\pi}{4} \frac{(cx)^2 (1+k)^2}{xy} \frac{1}{g^2} \right), \quad (19)$$

где $I(x, y)$ — известное выражение работы (1). Второй член (19) совпадает с результатом (1), где также были определены экстремальные значения x и y . Параметр w оказался равным единице. Последний член формулы (19) представляет поправку к результатам (1).

При тех же упрощающих предположениях было получено выражение для эффективной массы экситона

$$M_{\text{эфф}} = v^2 M = \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{\mu e^4}{\hbar^2 \chi^2} \frac{1}{\hbar \omega} \right)^2 x^2 y^2 M. \quad (20)$$

Если воспользоваться определением экстремального значения параметра x , то нетрудно видеть, что (20) совпадает с результатом работы (3) для эффективной массы экситона (см. также (5)). В случае значений k , близких к единице, влияние на экситон инерционной поляризации можно считать слабым, даже в случае, когда константа g не является малой. В этом случае $v = w(1 + \varepsilon)$, где $\varepsilon \ll 1$. Параметр α близок к соответствующему значению для водородоподобного атома: $\alpha_1 = \frac{16}{9\pi} \frac{\mu e^4}{\hbar^2 \chi^2} \frac{1}{\hbar \omega}$. При расчетах предполагается, что $\alpha_1 \gg 1$.

Приближенные вычисления приводят к следующим результатам:

$$E_0 = E_0^{(0)} + E_1 - 1,03 cx \hbar \omega, \quad M_{\text{эфф}} = \left(1 + 0,07 cx \frac{\hbar \omega}{|E_1|} \right) M, \quad (21)$$

где $E_1 = - \frac{4}{3\pi} \frac{\mu e^4}{\hbar^2 \chi^2}$.

Заметим, что поправки к энергии и массе в (21) меньше, чем аналогичные поправки, полученные теорией возмущений (3), что связано, видимо, с неточным учетом знаменателей формул теории возмущений (3) и с особенностью вариационного метода.

Автор пользуется случаем выразить благодарность акад. Н. Н. Богослову, а также С. В. Тябликову и В. В. Толмачеву за интерес к работе и обсуждение результатов.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
25 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ И. М. Дыкман, С. И. Пекар, Тр. Инст. физики АН УССР, в. 3, 92 (1952).
- ² И. П. Ипатова, ЖТФ, 26, 2786 (1956); Н. І. Мейер, Physica, 22, 109 (1956).
- ³ В. А. Москаленко, Уч. зап. Кишиневск. гос. унив., 24, 55 (1956); ЖЭТФ, 30, 959 (1956); Уч. зап. Кишиневск. гос. унив., 17, 103 (1955).
- ⁴ Н. Накел, Zs. f. Phys., 147, 323 (1957).
- ⁵ И. М. Дыкман, ЖТФ, 27, 1731 (1957); И. М. Дыкман, Е. И. Каплунова, К. Б. Толпиго, ЖТФ, 26, 2459 (1956).
- ⁶ М. А. Кривоглаз, С. И. Пекар, Изв. АН СССР, сер. физ., 21, № 1 (1957).
- ⁷ R. P. Feynman, Rev. Mod. Phys., 20, 367 (1948); Phys Rev., 84, 108 (1951); 97, 660 (1955).

Б. С. НЕПОРЕНТ

ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПОГЛОЩЕНИЕМ И ИЗЛУЧЕНИЕМ
ДЛЯ МОДУЛЯЦИОННЫХ СПЕКТРОВ МНОГОАТОМНЫХ МОЛЕКУЛ

(Представлено академиком А. Н. Терениным 9 XII 1957)

Соотношения между спектрами поглощения и излучения в ряде исследований (¹⁻⁶) рассматривались с точки зрения выяснения связи вероятностей переходов между колебательными уровнями нижнего и верхнего электронных состояний с учетом принципа Франка — Кондона. Блохинцев (⁷), Ферстер (⁸) и Степано (⁹) рассматривали эти соотношения, суммируя «элементарные» переходы между отдельными колебательными уровнями нормального и возбужденного электронных состояний (рис. 1).

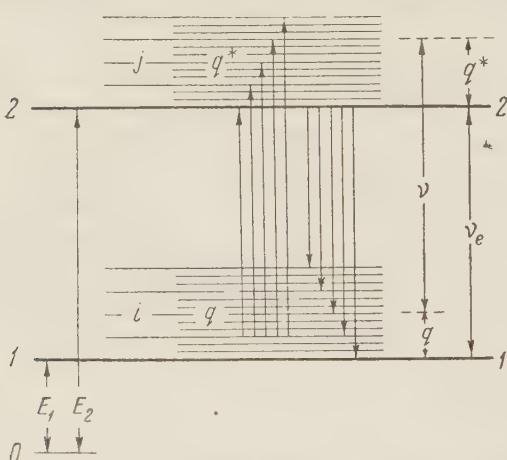


Рис. 1

зовать их при рассмотрении люминесценции, возбуждаемой в стационарных условиях.

Рассмотрим сначала молекулы, характеризуемые модуляционными спектрами, т. е. такие, в которых электронные состояния могут рассматриваться как независимые от колебательных (⁵). Условия равновесия системы, состоящей из таких люминесцирующих молекул с равновесным излучением заключаются, очевидно, в следующем:

А. Молекулы должны быть распределены между нормальным и возбужденным электронным уровнями в соответствии с законами статистического равновесия.

Б. По запасу колебательной энергии молекулы должны быть также распределены в обоих электронных состояниях равновесно*.

С. Излучательная способность рассматриваемой системы должна представлять собой произведение ее поглощательной способности на спектральную плотность равновесного излучения, т. е. спектр люминесценции должен совпадать со спектром теплового излучения системы. Если средний квантовый выход γ свечения при рассматриваемых условиях меньше единицы,

* В растворах это условие считают выполняющимся в разреженных парах для сложных молекул, согласно (¹⁴) можно ожидать установления равновесия, хотя соответствующая «температура» должна зависеть от энергий возбуждения молекулы.

го дефицит излучения будет компенсирован за счет теплового испускания, отличающегося в данном случае лишь механизмом возбуждения.

Вводя средние значения спектральной плотности коэффициентов Эйнштейна \bar{A}_v^* и \bar{B}_v для отдельных молекул, можно записать условие равновесия С:

$$\bar{n}^* \bar{A}_v^* = \bar{n} \bar{B}_v U_v \quad (1)$$

Здесь n , n^* — числа молекул в нормальном и возбужденном электронных состояниях; U_v — спектральная плотность равновесного излучения. Обозначив $\frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \bar{B}_v = \bar{A}_v$ и пользуясь выражением для U_v , относящимся к случаю $\hbar\nu \gg kT$, получим

$$\frac{\bar{A}_v^*}{\bar{A}_v} = \frac{n}{n^*} e^{-\hbar\nu/kT}. \quad (2)$$

Здесь \bar{A}_v — эквивалентная «вероятность излучения» для спектра излучения; \bar{A}_v^* — вероятность для спектра излучения. Для пары узких уровней при равновесии $n/n^* = e^{\hbar\nu/kT}$ и $\bar{A}_v^*/\bar{A}_v = 1$. В рассматриваемом нами случае, как указал Д. И. Блохинцев⁽⁷⁾, соотношения сложнее. В области частот $\nu < \nu_e$ испускание может происходить со всех уровней верхнего возбужденного состояния, а поглощение лишь с уровнем $q \geq \nu_e - \nu$ (рис. 1). Аналогично в области $\nu > \nu_e$ испускание может происходить лишь с уровнями $q^* \geq \nu - \nu_e$. В дальнейшем мы будем вести рассмотрение для этих областей раздельно, употребляя индекс минус для области $\nu < \nu_e$ и индекс плюс для $\nu > \nu_e$. Если функции равновесного распределения частиц по значениям колебательной энергии выражаются в состояниях 1 и 2, соответственно как $\rho(q)$ и $\rho^*(q^*)$, причем $\int_0^\infty \rho(q) dq = 1$ и $\int_0^\infty \rho^*(q^*) dq^* = 1$, то, очевидно (условия А и В):

$$n_-^* = n_0 e^{-E_2/kT}; \quad n_+^* = n_0 e^{-E_2/kT} \int_{-\Delta}^{\infty} \rho^*(q^*) dq^*;$$

$$n_- = n_0 e^{-E_1/kT} \int_{-\Delta}^{\infty} \rho(q) dq; \quad n_+ = n_0 e^{-E_1/kT}, \quad (3)$$

где $E_2 - E_1 = \hbar\nu_e$; n_0 — число молекул в 1 см³; $\Delta = |\nu_e - \nu|$.

Из (2) и (3), обозначая $\int_{-\Delta}^{\infty} \rho(q) dq = \rho_\Delta(\nu)$ и $\int_0^\infty \rho^*(q^*) dq^* = \rho_\Delta^*(\nu)$, получаем

$$\frac{\bar{A}_{-\nu}^*}{\bar{A}_{-\nu}} = e^{\hbar\Delta/kT} \rho_\Delta(\nu); \quad \frac{\bar{A}_{+\nu}^*}{\bar{A}_{+\nu}} = \frac{1}{e^{\hbar\Delta/kT} \rho_\Delta^*(\nu)}. \quad (4)$$

Введем теперь в рассмотрение экспериментально определяемые величины: молекулярный коэффициент поглощения ε_ν , спектральную плотность квантового выхода флуоресценции γ , и измеряемую длительность возбужденного состояния τ' . В опыте эти величины относят к полному числу молекул на соответствующих уровнях, поэтому, на основании общизвестных соотношений и (3):

$$\frac{\gamma_{-\nu}}{\tau'} = \bar{A}_{-\nu}^*, \quad \frac{\gamma_{+\nu}}{\tau'} = \bar{A}_{+\nu}^* \rho_\Delta^*(\nu), \quad \nu^2 \varepsilon_{-\nu} = \frac{c^2}{8\pi} \bar{A}_{-\nu} \rho_\Delta(\nu), \quad \nu^2 \varepsilon_{+\nu} = \frac{c^2}{8\pi} \bar{A}_{+\nu}, \quad (5)$$

* Мы не учитываем здесь возможных различий значений статистических весов электронных состояний. Соответствующие поправки могут быть легко введены.

и из (4) и (6) для всей области спектра:

$$\frac{\gamma_v / \tau'}{\frac{8\pi}{c^2} v^2 \epsilon_v} = e^{h\Delta v / kT}, \quad (6)$$

где $\Delta v = v_e - v$.

Выражение, аналогичное (6), было получено Б. И. Степановым ⁽⁹⁾, который, исходя из менее общих соображений, не мог определить в нем значения постоянных коэффициентов.

Из выражения (6) следует, что спектральные кривые поглощения и излучения при правильном выборе масштабов пересекаются при $v = v_e$, т. е. в этой точке вероятности прямых и обратных переходов всегда равны. Заметим, что, хотя значения γ_v и τ' во многих современных работах частично определяются на опыте, в этом нет необходимости, так как спектр излучения можно измерить в относительных единицах I_v , спектральной квантовой интенсивности свечения, нормируя площадь под спектральной кривой I_v , так, чтобы она была равна площади под кривой $v^2 \epsilon_v$. Такой выбор масштабов следует из условия равновесия А, согласно которому интегральные вероятности переходов между уровнями 1 и 2 (рис. 1) должны быть равны, т. е.

$$A_{21} = \int_0^{v_e} \overline{A_{-v}} dv + \int_{v_e}^{\infty} \overline{A_{+v}} \rho_{\Delta}^*(v) dv = \int_0^{v_e} \overline{A_{-v}} \rho_{\Delta}(v) dv + \int_{v_e}^{\infty} \overline{A_{+v}} dv = A_{12}, \quad (7)$$

откуда, учитывая известные соотношения (7),

$$\frac{1}{\tau_{21}} = \frac{1}{\tau'} \int_0^{\infty} \gamma_v dv = \int_0^{\infty} I_v dv = \frac{8\pi}{c^2} \int_0^{\infty} v^2 \epsilon_v dv. \quad (8)$$

Соотношения (4) и (7) можно, очевидно, записать также и для коэффициента B (и эквивалентного ему B^*), а соотношения (6) и (8) — для I_v / v^3 и ϵ_v / v и т. д.

Таким образом, кроме указанной в ⁽⁷⁻⁹⁾ необходимости выражения интенсивности спектров излучения и поглощения в сравнимых единицах (авторы ⁽⁷⁻⁹⁾ предлагали использовать значения B , I_v / v^3 и ϵ_v / v), следует еще нормировать спектральные кривые на равенство площадей под ними. Общепринятая нормировка по $I_{\max} = \epsilon_{\max} - 1$ пригодна строго лишь для зеркально симметричных спектров, а для других — лишь для изучения формы, но не интенсивностей и не соотношений между спектрами.

Необходимость нормирования спектров по площади следует также из экспериментальных результатов Б. С. Непорента и Н. Г. Бахшиева ⁽¹⁰⁾, где для сложных молекул разных типов показано соблюдение известного соотношения, связывающего интеграл Кравца и длительность возбужденного состояния.

Из полученных результатов следует, в частности, что при правильном способе нормировки и изображения спектральные кривые, описываемые полученными выражениями, пересекаются при значении $v = v_e$ при любых соотношениях распределений $\rho(q)$ и $\rho^+(q^+)$.

Полученные общие выражения описывают все соотношения между спектрами поглощения и излучения многоатомных молекул, которым свойственны модуляционные спектры. Эти выражения в равной степени могут быть отнесены как к простым многоатомным молекулам, в которых сохраняется структура спектра, так и к сложным, в которых, как показано в ^(5, 13), сильные взаимодействия между нормальными колебаниями приводят к выравниванию свойств колебательных систем в нормальном и возбужденном электронных состояниях и симметрия спектров является некоторой предельной закономерностью.

Формулы (4) и (8), при учете очевидных соотношений

$$\begin{aligned} \bar{A}_{-\nu}^* \int_0^\infty \rho^*(q^*, T) A^*(q^*, \nu) dq^*; \quad \bar{A}_{+\nu}^* = \frac{1}{\rho_\Delta(\nu)} \int_{\Delta}^\infty \rho^*(q^*, T) A^*(q^*, \nu) dq^*; \\ \bar{A}_{-\nu} = \frac{1}{\rho_\Delta(\nu)} \int_{\Delta}^\infty \rho(q, T) A(q, \nu) dq; \quad \bar{A}_{+\nu} = \int_0^\infty \rho(q, T) A(q, \nu) dq, \end{aligned} \quad (9)$$

приводят, как к частным случаям, к выражениям, полученным в (7-9). Для простых молекул интегрирование по q , ν (или, учитывая $\nu_e + q^* = \nu + q$, по q и q^*) следует, очевидно, заменить суммированием по i , j (см. рис. 1).

Отметим особо, что полученные нами результаты свидетельствуют о невозможности описания в рамках рассматриваемой схемы спектров затухания, поскольку Н. А. Борисевич и Б. С. Непорент (11) экспериментально установили, что частота, соответствующая электронному переходу, не находится в точке пересечения спектров при любом способе их изображения, а расположена в исследованных случаях вблизи максимума спектра поглощения. А. П. Казаченко и Б. И. Степанов (12), получив при дополнительных условиях и допущениях некоторые частные соотношения, пытались на основании своих результатов объяснить образование спектров затухания только как следствие различий равновесных распределений и вероятностей переходов при сохранении схемы явления, соответствующей образованию модуляционных спектров. Эти попытки, как здесь доказано, нельзя признать состоятельными. Условием образования спектров затухания является как было показано в (5, 14), зависимость положения электронных уровней от колебательного и электронного состояний молекулы, т. е., иными словами, невозможность раздельного рассмотрения электронных и колебательных состояний молекулы. Нами проводится аналогичное предлагаемому рассмотрение соответствующих систем.

Поступило
6 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ С. И. Вавилов, Phil. Mag., **43**, 307 (1922). ² В. Л. Левшин, ЖФХ, **9**, 1 (1937).
- ³ А. А. Jablonsky, Acta Phys. Polon., **5**, 271 (1936). ⁴ А. Н. Теренин, ЖФХ, **18**, 1 (1944). ⁵ Б. С. Непорент, ЖЭТФ, **21**, 172 (1951). ⁶ Б. И. Степанов, А. М. Самсон, Изв. АН ССР, сер. физ., **20**, 24 (1956). ⁷ Д. И. Блохинцев, ЖЭТФ, **2**, 459 (1939). ⁸ Т. Förgster, Fluoreszenz organischer Verbindungen, Göttingen, 1951. ⁹ Б. И. Степанов, ДАН, **112**, 839 (1957). ¹⁰ Б. С. Непорент, Н. Г. Бахшиев, Физ. сборн. Львовск. унив., в. 3, 52 (1957); Оптика и спектроскопия, **5**, в. 5 (1958).
- ¹¹ Н. А. Борисевич, Б. С. Непорент, Оптика и спектроскопия, **1**, 536 (1956).
- ¹² Б. И. Степанов, А. П. Казаченко, Оптика и спектроскопия, **2**, 339 (1957).
- ¹³ Б. С. Непорент, ЖФХ, **30**, 1048 (1956). ¹⁴ Б. С. Непорент, ЖФХ, **24**, 1219 (1950).

К. П. СТАНЮКОВИЧ

ВЗАЙМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ТЕЛ, «ИЗЛУЧАЮЩИХ» ПОТОКИ ГАЗА

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 7 XII 1957)

Пусть имеются два неподвижных сферических тела, массы которых M_1 и M_2 , находящихся на расстоянии r_0 друг от друга. Газ, испускаемый телами, будем считать ультрарелятивистским, уравнение состояния газа пусть будет

$$pv = \bar{R}T, \quad (1)$$

где $\bar{R} = \text{const}$. Уравнение адиабаты $pv^{4/3} = \text{const}$, причем $p = 1/3 \rho c^2$. Можно приближенно допустить, что давление газа, истекающего из одного тела,

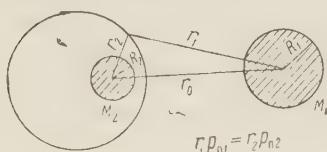


Рис. 1

будет падать до какого-то давления внешней среды, определяемого также потоком газа, истекающего из другого тела (см. рис. 1). Очевидно, что

$$r_1^2 = r_2^2 + r_0^2 - 2r_0 r_2 \cos \varphi \cos \lambda, \quad (2)$$

где φ — «широта» и λ — «долгота» относительно второго тела заданной точки, находящейся на расстоянии r_1 от первого тела и на расстоянии r_2 от второго тела.

Если $r_0 \gg R_1$ и $r_0 \gg R_2$, где R_1 и R_2 — радиусы тел M_1 и M_2 , то как известно (1),

$$r_2^2 = \frac{m_2 v_{02}}{c} \left(\frac{p_{02}}{p_{\pi 2}} \right)^{(2-k)/k} \quad (3)$$

где $m_2 = \bar{m}_2 / 4\pi$; \bar{m}_2 — масса газа, испускаемого телом M_2 ; p_{02} , v_{02} — давление и удельный объем газа в теле M_2 . Принимая $k = 4/3$, получим

$$\frac{p_{\pi 2}}{p_{02}} = \left(\frac{m_2 v_{02}}{cr_2^2} \right)^2. \quad (4)$$

Аналогично для тела M_1 будем иметь

$$\frac{p_{\pi 1}}{p_{01}} = \left(\frac{m_1 v_{01}}{cr_1^2} \right)^2. \quad (5)$$

Отсюда следует, что сила давления и пропорциональная ей сила реакции $F \sim m^2/r^2$ (если $k \neq 4/3$, то этот закон уже не будет иметь места).

Когда газ можно рассматривать как сплошную среду, то истечение из обоих тел будет происходить до тех пор, пока не выравняются давления, т. е. пока не будет выполняться условие

$$p_{\pi 1} = p_{\pi 2}, \quad (6)$$

где $p_{\pi 1}$ и $p_{\pi 2}$ — давления газа соответственно для первого и второго тела. Однако, если учитывать боковое перетекание газа, то истечение будет происходить до тех пор, пока на каждой элементарной площадке не урав-

няются действующие силы $\sim \int p dr^2$. При этом в среднем должно выполняться условие вида

$$p_{\text{п1}} r_1^2 = p_{\text{п2}} r_2^2. \quad (7)$$

Если истекают разреженные газы, то нужно учесть глубину их взаимного проникновения. При этом взаимодействие тел несколько уменьшится.

На основании (4) и (5) имеет место соотношение $m_1^2 p_{01} v_{01}^2 / r_1^2 = m_2^2 p_{02} v_{02}^2 / r_2^2$ или, на основании (1), принимая, что температура $T_0 = \text{const}$, $\frac{n_1}{n_2} \sqrt{v_{01}/r_1} = \frac{m_2}{m_1} \sqrt{v_{02}/r_2}$.

Исключая r_1^2 из (2) с помощью (6), пренебрегая боковым перетеканием газа, которое несущественно, придем к уравнению поверхности, на которой $p_{\text{п1}} r_1^2 = p_{\text{п2}} r_1^2$: $r_2^2(1 - \bar{a}) - 2r_0 r_2 \cos \varphi \cos \lambda + r_0^2 = 0$, где $\bar{a} = \frac{m_1^2 v_{01}}{m_2^2 v_{02}}$, откуда

$$\frac{r_2}{r_0} = \frac{1}{1 - \bar{a}} \left[\cos \varphi \cos \lambda \pm \sqrt{\cos^2 \varphi \cos^2 \lambda - 1 + \bar{a}} \right] \quad (8)$$

Известно (1), что если $r_0 \gg R$, то скорость истечения

$$\frac{a_{\text{п}}}{c} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{p_{\text{п}}}{p_0} \right)^{2(k-1)/k};$$

это выражение для тела M_2 при $k = 4/3$ имеет вид

$$\frac{a_{\text{п2}}}{c} = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p_{\text{п2}}}{p_{02}}} = 1 - \frac{m_2 v_{02}}{2c r_2^2}. \quad (9)$$

Поскольку масса газа, истекающая через элементарную площадку $d\mathbf{f} = r^2 \cos \varphi d\varphi d\lambda$, есть $d\bar{m} = \bar{m} d\mathbf{f} / 4\pi r^2 = m \cos \varphi d\varphi d\lambda$, то проекция силы, действующей на тело M_2 , на ось r_0 есть

$$-F = \bar{J} = \int_0^{m_2} a_{x2} \left(\frac{a_{\text{п2}}}{c} + \frac{c}{3a_{\text{п2}}} \right) d\bar{m} = 4m_2 c \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi} \left(\frac{a_{\text{п2}}}{c} + \frac{c}{3a_{\text{п2}}} \right) \cos^2 \varphi \cos \lambda d\varphi d\lambda, \quad (10)$$

где $a_{x2} = a_2 \cos \varphi \cos \lambda$.

Подставляя сюда $a_{\text{п2}}$ из (9), придем к выражению $F = \frac{4/3 m_2^2 v_{02}}{r_0^2} \bar{F}(\bar{a})$,

где

$$\begin{aligned} \bar{F}(\bar{a}) &= \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi} \left[\cos \varphi \cos \lambda + \sqrt{\cos^2 \varphi \cos^2 \lambda - 1 + \bar{a}} \right]^2 \cos^2 \varphi \cos \lambda d\varphi d\lambda = \\ &= 4 \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi} \sqrt{\cos^2 \varphi \cos^2 \lambda - 1 + \bar{a}} \cos^3 \varphi \cos^2 \lambda d\varphi d\lambda. \end{aligned} \quad (11)$$

В общем виде $\bar{F}(\bar{a})$ вычислить затруднительно. Если $\bar{a} > 1$, что может иметь место при $M_1/M_2 > 1$ и, следовательно, при $m_1/m_2 > 1$, то

$$\bar{F}(\bar{a}) \approx \frac{2}{3} \pi \sqrt{\bar{a}} \left(1 - \frac{1}{5\bar{a}} \right). \quad (12)$$

При этом

$$F \approx \frac{\bar{m}_1 \bar{m}_2 \sqrt{v_{01} v_{02}}}{18\pi r_0^2} \left[1 - \frac{\bar{m}_2^2 v_{02}}{5\bar{m}_1^2 v_{01}} \right]. \quad (13)$$

Если $\bar{a} = 1$, то будут иметь место соотношения

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 = M; \quad \bar{m}_1 = \bar{m}_2 = \bar{m}; \quad v_{01} = v_{02} = v_0; \\ \bar{F}(\bar{a}) &= \pi/2; \quad F = \bar{m}^2 v_0 / 24\pi r_0^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Если в (13) положить $\bar{a} = 1$, то получим

$$F = \frac{2\bar{m}^2 v_0}{45\pi r_0^2}, \quad (15)$$

что мало отличается от (14). Таким образом, вычисляя $\bar{F}(\bar{a})$, достаточно ограничиться первым членом разложения в ряд по степеням \bar{a} и считать, что можно провести исследование при помощи интерполяционного соотношения, дающего правильные результаты для $\bar{a} \rightarrow \infty$ и $\bar{a} = 1$:

$$F = \frac{\bar{m}_1 \bar{m}_2 V \bar{v}_{01} \bar{v}_{02}}{18\pi r_0^2} \left[1 - \frac{\bar{m}_2^2 \bar{v}_{02}}{4\bar{m}_1^2 \bar{v}_{01}} \right]. \quad (16)$$

При $\bar{a} \gg 1$

$$F = \frac{\bar{m}_1 \bar{m}_2 V \bar{v}_{01} \bar{v}_{02}}{18\pi r_0^2}. \quad (17)$$

Очевидно, что сила взаимодействия между телами будет силой притяжения, поскольку газ расширяется неравномерно, а именно, меньше при истечении в область внутри тел. При этом разность количеств движения истекающего газа и приведет к «притяжению» тел. На тела действует также сила давления F_p , однако, поскольку $F_p \sim pR^2$, а $F \sim pr_0^2$, то $F_p / F \sim R^2 / r_0^2$, откуда следует, что силой давления при $R/r_0 > 1$ можно пренебречь.

Случай $M_1 = M_2 = M$ является наиболее интересным и он наиболее корректно рассматривается, поскольку при $\bar{a} = 1$ результат не зависит о критериях равенства давлений или сил. При этом поверхность «взаимодействия» потоков является плоскостью, перпендикулярной к r_0 и делящей r_0 пополам.

Правда, некоторое различие в числовом коэффициенте в законе взаимодействия может быть объяснено боковым перетеканием газов для плотных потоков и если учитывать для не очень плотных потоков глубину их взаимного проникновения. Оба эти фактора могут несколько уменьшить силу взаимодействия.

Рассмотрев корректно случай, когда $M_1 = M_2$, легко обычными методами теории потенциала (считая, что имеет место суперпозиция потоков, что справедливо на больших расстояниях от тел) рассмотреть общий случай, когда $M_1 > M_2$, считая, что $M_1 = \bar{k}M_2$, где $\bar{k} > 1$. При этом естественно, окажется, что влияние тела M_1 на M_2 равно влиянию тела M_2 на M_1 .

Полагая, что

$$\bar{m}_{1,2} V \bar{v}_{01,2} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\bar{m}_2^2}{\bar{m}_1^2} \frac{\bar{v}_{02}}{\bar{v}_{01}} \right)^{1/2} = \beta_{1,2} M_{1,2}, \quad (18)$$

найдем

$$F = \frac{\beta_1 \beta_2 M_1 M_2}{18\pi r_0^2} = \frac{GM_1 M_2}{r_0^2}, \quad (19)$$

где мы приняли $\beta_1 \beta_2 = 18\pi G = \text{const}$.

Мы пришли к закону взаимодействия между телами вида закона Ньютона или Кулона.

Если допустить, что количество газа, испускаемого телами за единицу времени, пропорционально массе тел, то надо положить

$$\bar{m}_1 = \bar{\alpha}_1 M_1, \quad \bar{m}_2 = \bar{\alpha}_2 M_2, \quad (20)$$

где $\bar{\alpha}_1 = \sqrt{\frac{18\pi G \rho_{01}}{1 - 1/4 M_2^2 / M_1^2}}$, $\bar{\alpha}_2 = \sqrt{\frac{18\pi G \rho_{02}}{1 - 1/4 M_1^2 / M_2^2}}$ где $\rho_{01,2} = 1/v_{01,2}$.

Отсюда

$$\rho_{01,2} = \frac{\bar{\alpha}_{1,2}^2}{18\pi G} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{M_2^2}{M_1^2} \right). \quad (21)$$

В общем случае можно написать,

$$\rho_{01,2} = \frac{\bar{\alpha}_{1,2}^2}{18\pi G} \bar{\theta}, \quad (22)$$

где $\bar{\theta} = \theta_0 (1 - 1/4 M_2^2 / M_1^2)$; при $M_2 / M_1 = 1$ $\bar{\theta} = 3/4 \theta_0$, при $M_2 / M_1 \rightarrow 0$ $\bar{\theta} = 1$. Фактор $\theta_0 < 1$ учитывает степень взаимного проникания потоков газов при их взаимодействии.

Рассмотрим теперь случай, когда тела, испускают не частички газа, а излучают кванты с массой покоя, равной нулю, причем будем считать, что для излучения справедливы те же уравнения состояния. Исключая из уравнений

$$m = \frac{\bar{m}}{4\pi} = \frac{r^2 a}{v \sqrt{1 - a^2/c^2}}, \quad \frac{w}{\sqrt{1 - a^2/c^2}} = w_0 \quad (23)$$

величину a , найдем, что для излучения будет справедливо выражение

$$m = \frac{\bar{m}}{4\pi} = \frac{c w_0 r^2 \sqrt{1 - w^2/w_0^2}}{w v} = \frac{E_0}{4\pi c^2}, \quad (24)$$

где E_0 — полная энергия излучения.

Поскольку

$$\frac{w}{w_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1/4} = \left(\frac{v_0}{v} \right)^{1/2}, \quad (25)$$

заменив w через p , придем к уравнению

$$\left(\frac{p}{p_0} \right)^{1/2} - \frac{p}{p_0} + \left(\frac{v_0 E_0}{4\pi c^3 r^2} \right)^2 = 0. \quad (26)$$

На больших расстояниях от тел

$$\frac{p}{p_0} \approx \left(\frac{E_0 v_0}{4\pi c^3 r^2} \right)^2, \quad \frac{w}{w_0} \approx \frac{1}{r} \sqrt{\frac{v_0 E_0}{4\pi c^3}}, \quad (27)$$

и для силы взаимодействия придем к прежнему результату.

Как было показано ранее ⁽¹⁾, используемое решение имеет смысл при $\infty > r \geq r_{\min} = r_{kp}$, где $r_{kp}^2 = 3\sqrt{3} m / 2\rho_0 c = 3\sqrt{3} \bar{m} / 8\pi c \rho_0$. Заменяя $\bar{m} = \bar{\alpha} M$, найдем, что $r_{kp}^2 = 3\sqrt{3} \bar{\alpha} M / 8\pi \rho_0 c$.

Естественно предположить, что $r_{kp} = R$, где R — радиус излучающего тела. Тогда будем иметь

$$\bar{\alpha}_{1,2} = \frac{8\pi c \rho_{01,2} R_{1,2}^2}{3\sqrt{3} M_{1,2}}. \quad (28)$$

Решая совместно (22) и (28), найдем

$$\bar{\alpha}_{1,2} = \frac{27\sqrt{3} GM_{1,2}}{4c\theta R_{1,2}^2}, \quad \rho_{01,2} = \frac{243GM_{1,2}^2}{32\pi c^2 \theta R_{1,2}^4}. \quad (29)$$

Таким образом, мы выразили величины $\bar{\alpha}_{1,2}$ и $\rho_{01,2}$ через константу взаимодействия между телами, их массы и размеры.

В заключение выражают благодарность И. Г. Арамановичу за ценные дискуссии.

Поступило
2 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ К. П. Станюкович, ДАН, 119, № 2 (1958).

А. Н. ТАВХЕЛИДЗЕ и В. К. ФЕДЯНИН

ПРИБЛИЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ
ФОТОНОВ НА НУКЛОНАХ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 20 XI 1957)

Изучение процесса рассеяния фотонов на нуклонах может дать важные сведения о мезонной структуре нуклона. В настоящей работе на основе дисперсионных соотношений для комптоновского рассеяния⁽¹⁾ получены приближенные уравнения для физических амплитуд*.

1. Кинематическое исследование амплитуды. Обозначим начальные импульсы нуклона и фотона через p и k , конечные — через p' и k' . Из векторов p и k , p' и k' , учитывая законы сохранения энергии — импульса $p + k = p' + k'$, можно построить два независимых скалярных произведения ν и ν_1 **

$$\nu = (p + p') \cdot k, \quad \nu_1 = k \cdot k'. \quad (1)$$

Из релятивистской инвариантности амплитуды процесса можно представить в виде

$$\hat{R} = \sum_i^3 \sum_{\nu, \mu=0} \Omega_i(\nu, \nu_1) \bar{u}(p') \hat{R}_{\mu\nu}^i u(p) e'_\mu e_\nu, \quad (2)$$

где e_ν , e'_μ — векторы поляризации начального и конечного фотона $\bar{u}(p')$, $u(p)$ — спиноры, характеризующие нуклон в конечном и начальном состояниях; $\Omega_i(\nu, \nu_1)$ — инвариантные функции, обладающие только изотопической структурой¹; $\hat{R}_{\mu\nu}^i$ — операторы, содержащие спиновую структуру амплитуды процесса. Суммирование идет по всем независимым структурам.

Из условий релятивистской и градиентной инвариантности можно найти число независимых структур $\hat{R}_{\mu\nu}^i$ и получить их явное выражение⁽³⁾. В случае псевдоскалярного мезонного поля число независимых структур равно 10. Если учесть инвариантность амплитуды относительно временного отражения, то это число сокращается до 6. В качестве 6 независимых структур мы выбираем следующие выражения ($\hat{R}_i = \sum_{\mu, \nu} e'_\mu \hat{R}_{\mu\nu}^i e_\nu$):

$$\hat{R}_1 = \frac{1}{p \cdot k p \cdot k'} \{e \cdot e' p \cdot k p \cdot k' + (e \cdot p' e' \cdot p p \cdot k - e' \cdot p' e \cdot p p' \cdot k)\};$$

$$\hat{R}_2 = \frac{(k \cdot k')^{1/2}}{p \cdot k p \cdot k'} \{\hat{e}' (e \cdot p' p \cdot k - e \cdot p p' \cdot k) + \hat{e} (e' \cdot p p' \cdot k' - e' \cdot p' p \cdot k')\};$$

$$\hat{R}_3 = \frac{1}{(k \cdot k')^{1/2}} \{\hat{e}' (\hat{k} + \hat{k}') \hat{e} - \hat{e} (\hat{k} + \hat{k}') \hat{e}'\};$$

$$\hat{R}_4 = \frac{1}{p \cdot k p \cdot k'} \{\hat{e}' \cdot \hat{k}' (e \cdot p' p \cdot k - e \cdot p p' \cdot k) + \hat{e} \hat{k} (e' \cdot p' p \cdot k' - e' \cdot p p' \cdot k')\};$$

* Много интересных соотношений для комптоновского рассеяния содержится в работах⁽²⁾.

** В системе $p + p' = 0$ энергия фотона $E = \nu / 2p_0$, импульс отдачи $p^2 = \nu_1 / 2$.

$$\begin{aligned}\hat{R}_5 &= \frac{(k \cdot k')^{\frac{1}{2}}}{p \cdot k p \cdot k'} \{ \hat{e}' (\hat{k} + \hat{k}') \hat{e} p \cdot k' + \hat{e} (\hat{k} + \hat{k}') \hat{e}' p \cdot k \} - 2\hat{R}_2; \\ \hat{R}_6 &= \frac{(k \cdot k')^{-\frac{1}{2}}}{p \cdot k p \cdot k'} \{ 2 (\hat{k} + \hat{k}') (e \cdot p' e' \cdot p p \cdot k + e' \cdot p' e \cdot p p \cdot k') - \\ &\quad - 2 p \cdot k p' \cdot k [\hat{e}' (e \cdot p' + e \cdot p) + \hat{e} (e' \cdot p + e' \cdot p')] \} + \hat{R}_3; \\ a \cdot b &= a_0 b_0 - \mathbf{a} \mathbf{b}, \quad \hat{a} = a_0 \gamma_0 - \mathbf{a} \gamma.\end{aligned}\tag{3}$$

Изотопическая зависимость Ω_i очевидна:

$$\Omega_i = \Omega_i^1 + \Omega_i^2 \tau_3 = \Omega_i^{(p)} \frac{1 + \tau_3}{2} + \Omega_i^{(n)} \frac{1 - \tau_3}{2},\tag{4}$$

где $\Omega_i^{(p)}$ описывает рассеяние на протоне, $\Omega_i^{(n)}$ — рассеяние на нейтроне.

Установим некоторые свойства симметрии функций $\Omega_i(\nu, \nu_1)$. С помощью формализма S -матрицы, матричный элемент комптоновского рассеяния может быть записан в виде (1)

$$\begin{aligned}\langle \gamma' | s | \gamma \rangle &= \frac{i}{\sqrt{4k_0 k'_0}} \int e^{i(k'x - ky)} \left\langle \Phi_{p'} \left| \frac{\delta j_\mu(y)}{\delta A_\mu(x)} \right| \Phi_p \right\rangle dx dy, \\ \langle \gamma' | s | \gamma \rangle &= i \frac{(2\pi)^4}{\sqrt{4k_0 k'_0}} \delta(p + k - p' - k') R,\end{aligned}\tag{5}$$

где $A_\mu(x)$ — оператор электромагнитного поля; $j_\mu(x) = -i \frac{\delta S^+}{\delta A_\mu(x)} S^+$; $|\Phi_p\rangle$ — вектор состояния нуклона.

Из (5) можно установить, что

$$R(p, k, p', k') = R^*(p', -k, p, -k').\tag{6}$$

Подставляя (3) в (2) и учитывая (6), получим следующее важное свойство $\Omega_i(\nu, \nu_1)$:

$$\Omega_i(\nu, \nu_1) = \Omega_i^*(-\nu, \nu_1),\tag{7}$$

или

$$\operatorname{Re} \Omega_i(\nu, \nu_1) = \operatorname{Re} \Omega_i(-\nu, \nu_1), \quad \operatorname{Im} \Omega_i(\nu, \nu_1) = -\operatorname{Im} \Omega_i(-\nu, \nu_1).$$

2. Дисперсионные соотношения для релятивистских амплитуд Ω_i . Используя свойство аналитичности амплитуды R в верхней полуплоскости переменной ν ⁽⁴⁾, имеем

$$\operatorname{Re} \Omega_i(\nu, \nu_1) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \Omega_i(\nu', \nu_1)}{\nu' - \nu} d\nu'.\tag{8}$$

Область отрицательных ν в (8) можно исключить с помощью (7). Метод исключения области $0 < \nu < 2M\mu + \mu^2 - \nu_1$ для амплитуды R дан в работе (1). В этой области эрмитова часть амплитуды R , D запишется в виде

$$\begin{aligned}D &= \sum_i \bar{u}(p') \hat{R}_i u(p) \Omega_i^0 = -\bar{u}(p') \left\{ 4 (\hat{\mu}^2 M + \mu e \tau_p) \hat{R}_1 + \right. \\ &\quad \left. + (2\hat{\mu}^2 M + \hat{\mu} e \tau_p) \hat{R}_4 + \frac{1}{4\nu_1^{\frac{1}{2}}} (2\hat{\mu} M + e \tau_p)^2 \hat{R}_5 + \frac{\nu_1^{\frac{1}{2}}}{2} \hat{\mu}^2 \hat{R}_6 \right\} u(p), \\ \tau_p &= \frac{1 + \tau_3}{2}, \quad \tau_n = \frac{1 - \tau_3}{2}, \quad \hat{\mu} = \mu'_p \tau_p + \mu_n \tau_n,\end{aligned}\tag{9}$$

где μ'_p и μ_n — аномальные магнитные моменты протона и нейтрона.

С учетом (7) и (9) выражение (8) запишется следующим образом:

$$\operatorname{Re} \Omega_i(\nu, \nu_1) = \Omega_i^0 + \frac{1}{\pi} P \int_{2M\mu + \mu^2 - \nu_1}^{\infty} \left(\frac{1}{\nu' - \nu} + \frac{1}{\nu' + \nu} \right) \operatorname{Im} \Omega_i(\nu', \nu_1) d\nu'.\tag{10}$$

3. Дисперсионные соотношения для физических амплитуд. Получение дисперсионных соотношений для релятивистских амплитуд является промежуточным этапом. С целью получения дисперсионных соотношений для физических амплитуд $M_i(\nu, \nu_1)$ представим амплитуду комптоновского рассеяния разложенной по трехмерным структурам r_i (все выкладки в дальнейшем ведутся в системе центра масс):

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^6 M_i(\nu, \nu_1) \hat{r}_i, \quad (11)$$

где $\hat{r}_1 = i[\vec{s}(\mathbf{e} \times \mathbf{n})\mathbf{e}' \cdot \mathbf{n} - \vec{s}(\mathbf{e}' \times \mathbf{n}')\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}']$, $\hat{r}_2 = \mathbf{e} \cdot \mathbf{n}' \mathbf{e}' \cdot \mathbf{n}$, $\hat{r}_3 = i\vec{s}(\mathbf{e}' \times \mathbf{n}') \times \times (\mathbf{e} \times \mathbf{n})$, $\hat{r}_4 = i\vec{s}(\mathbf{n}' \times \mathbf{n})\mathbf{e}' \cdot \mathbf{e}$, $\hat{r}_5 = i\vec{s}(\mathbf{e} \times \mathbf{e}')$, $\hat{r}_6 = \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}'$, $\mathbf{n} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$, $\mathbf{n}' = \mathbf{k}'/|\mathbf{k}'|$.

Подставляя (3) в (2) и сравнивая с (11), установим связь между M_i и Ω_i :

$$M_i(\nu, \nu_1) = \sum_{j=1}^6 c_{ij}(\nu, \nu_1) \Omega_j(\nu, \nu_1). \quad (12)$$

Можно получить и обратные соотношения:

$$\Omega_i(\nu, \nu_1) = \sum_{j=1}^6 b_{ij}(\nu, \nu_1) M_j(\nu, \nu_1). \quad (13)$$

Учитывая (10), (12) и (13), можно написать дисперсионные соотношения для физических амплитуд M_i :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} M_i(\nu, \nu_1) &= \sum_j c_{ij}(\nu, \nu_1) \Omega_j^0 + \\ &+ \sum_{f, k} \frac{1}{\pi} P \int_{2M\mu+\mu^2-\nu_1}^{\infty} dv' \left(\frac{1}{\nu' - \nu} + \frac{1}{\nu' - \nu} \right) c_{if}(\nu, \nu_1) b_{fk}(\nu', \nu_1) \operatorname{Im} M_k. \end{aligned} \quad (14)$$

Из-за громоздкости матриц c_{ik} , b_{ik} формулы (14) явно не выписываются. Однако в области энергий, где можно пренебречь членами порядка $(k_0/M)^2$ матрицы c_{ik} и b_{ik} , упрощаются и, удерживая главные члены разложения получаем приближенные уравнения для физических амплитуд, которые не приводятся здесь из-за недостатка места.

4. Условие унитарности. Дисперсионные соотношения (14), связывают эрмитову и антиэрмитову части амплитуды реакции. Условие унитарности $S^*S = 1$, записанное в одномезонном приближении, позволяет нам выразить антиэрмитову часть комптоновского рассеяния через амплитуды фоторождения. В итоге (14) приобретают смысл уравнений. Из $S^*S = 1$ и $S = 1 + R$ в одномезонном приближении имеем

$$\langle \gamma' | R + R^+ | \gamma \rangle = -\langle \gamma' | R^+ | \pi \rangle \langle \pi | R | \gamma \rangle; \quad (15)$$

$|\pi\rangle$ характеризует нуклон и мезон в промежуточном состоянии с импульсами p'', q и прочими квантовыми числами.

Учитывая (5) и определение амплитуды фоторождения (5)

$$\langle \pi | R | \gamma \rangle = i \frac{(2\pi)^4}{V^{4k_0q_0}} \delta(p + k - p'' - q) T, \quad (16)$$

где $T = i\vec{s}\mathbf{e} F_1 + \vec{s} \cdot \mathbf{m} \vec{s}(\mathbf{n} \times \mathbf{e}) F_2 + i\vec{s} \cdot \mathbf{n} \mathbf{m} \cdot \mathbf{e} F_3 + i\vec{s} \cdot \mathbf{m} \mathbf{m} \cdot \mathbf{e} F_4, m = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$, после простых вычислений получим связь между $\operatorname{Im} M_i$ и F_i :

$$\operatorname{Im} M_2 = (4\pi)^{-2} \lambda \int d\Omega \left\{ \frac{m_x}{n_x} F_{12} + \beta F_{21} + \frac{m_x}{n_x} F_{13} + \beta F_{31} - F_{22} + \frac{n_z'^2 m_y^2 - m_x^2}{n_z'^2} F_{23} + \right.$$

$$\left. + (\alpha n_z - \beta m_z) F_{32} + \alpha [F_{14} + F_{41} + n_z' F_{33} + \mathbf{n}' \cdot \mathbf{m} F_{34} + \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} F_{43} + F_{44}] \right\};$$

$$\operatorname{Im} M_6 = (4\pi)^{-2} \lambda \int d\Omega \{ F_{11} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} F_{12} - \mathbf{n}' \cdot \mathbf{m} F_{21} + n_z' F_{22} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + m_y^2 [F_{14} + F_{41} + n_z' F_{23} + n_z' F_{32} + n_z' F_{33} \mathbf{n}' \cdot \mathbf{m} F_{34} + \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} F_{43} + F_{44}]; \\
n_x'^2 \operatorname{Im} M_1 - n_z' \operatorname{Im} M_3 + \operatorname{Im} M_5 & = (4\pi)^{-2} \lambda \int d\Omega \{ -F_{11} + \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} F_{12} + \mathbf{n}' \cdot \mathbf{m} F_{21} - \\
- m_x^2 F_{14} - m_y^2 F_{41} - n_z' F_{22} + n_x' m_x \beta F_{23} - n_z' m_y^2 F_{32} + n_x' m_x F_{24} + n_x' m_x m_y^2 F_{34} \}; \\
\operatorname{Im} M_3 - n_z' \operatorname{Im} M_5 & = (4\pi)^{-2} \lambda \int d\Omega \{ n_z' F_{11} - \mathbf{n}' \cdot \mathbf{m} F_{12} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} F_{21} + \\
+ n_z' m_y^2 F_{14} - n_x' m_x \beta F_{41} + F_{22} + m_y^2 F_{23} + n_x'^2 \beta^2 F_{32} - n_x'^2 \beta F_{31} - n_x'^2 \beta m_y^2 F_{34} \}; \\
2 \operatorname{Im} M_1 + n_z' \operatorname{Im} M_3 + \operatorname{Im} M_5 & = (4\pi)^{-2} \lambda \int d\Omega \left\{ -F_{11} + \left(\beta - m_x \frac{n_z'}{n_x'} \right) F_{12} - \right. \\
- \left[\left(\beta n_z' - \frac{m_x}{n_x'} \right) F_{21} - m_x \frac{n_z'}{n_x'} F_{13} - \beta n_z' F_{31} - \mathbf{n}' \cdot \mathbf{m} \frac{m_x}{n_x'} F_{14} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} \beta F_{41} + n_z' F_{22} + \right. \\
+ \left(n_z' m_y^2 + \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} \frac{m_x}{n_x'} \right) F_{23} + \left(n_z' m_y^2 + \beta \mathbf{n}' \cdot \mathbf{m} \right) F_{32} + \\
\left. + \frac{m_x}{n_x'} F_{24} + \beta F_{42} + \alpha n_x'^2 F_{33} + \alpha n_x'^2 \left(\beta F_{34} + \frac{m_x}{n_x'} F_{43} \right) \right\}; \\
\operatorname{Im} (M_3 + M_4) & = (4\pi)^{-2} \lambda \int d\Omega \left\{ -\frac{m_x}{n_x'} F_{12} - \beta F_{21} + F_{22} + m_y^2 (F_{23} + F_{32}) + \right. \\
\left. + m_y^2 F_{33} + m_y^2 \left(\beta F_{34} + \frac{m_x}{n_x'} F_{43} \right) \right\}. \quad (17)
\end{aligned}$$

Здесь $n_x' = \sin \theta$, $n_z' = \cos \theta = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'$, $m_x = \sin \theta' \cos \varphi'$, $m_y = \sin \theta' \sin \varphi'$, $m_z = \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} = \cos \theta'$, $\mathbf{n}' \cdot \mathbf{m} = \cos \theta'' = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \varphi'$, $d\Omega = \sin \theta' d\theta' d\varphi'$, $\beta = \frac{(\mathbf{m} \times \mathbf{n}')_y}{n_x'}$, $\alpha = \frac{1}{n_x'} \left[m_x m_z + \frac{n_z'}{n_x'} (m_y^2 - m_x^2) \right]$, $F_{ik} = F_i^+ (\mathbf{n}' \cdot \mathbf{m}) F_k (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})$, $\lambda = \frac{\omega E_k}{W}$.

В заключение выражаем глубокую благодарность акад. Н. Н. Боголюбову и А. А. Логунову за ценные обсуждения и постоянный интерес к работе.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступило
14 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. Н. Богоявленский, Д. В. Ширков, ДАН, **113**, № 3 (1957). ² М. Гелль-Манн, М. Л. Гольдбергер, У. Е. Тиринг, Phys. Rev., **95**, 6, 1612 (1954); Ф. Е. Лоу, Phys. Rev., **96**, 5, 1428 (1954); М. Гелль-Манн, М. Л. Гольдбергер, Phys. Rev., **96**, 5, 1433 (1954). ³ М. Кавагучи, Н. Мугибаяши, Progr. Theor. Phys., **8**, 2 (1952). ⁴ А. А. Логунов, П. С. Исаев, Nucl. Phys. (в печати). ⁵ А. А. Логунов, Л. Д. Соловьев, А. Н. Тавхелидзе, Nucl. Phys., **4**, 497 (1957).

ОКЕАНОЛОГИЯ

К. В. БЕКЛЕМИШЕВ

СВЯЗЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФИТОПЛАНКТОНА ИНДООКЕАНСКОГО СЕКТОРА АНТАРКТИКИ С ГИДРОЛОГИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ

(Представлено академиком А. А. Григорьевым 10 XII 1957)

Фитопланктон в своем распределении тесно связан с распределением поверхностных водных масс. Отдельные планктоны сообщества приурочены к определенным водным массам, как к своим биотопам⁽¹⁾. Теснота связи планктона со обществами с их водными массами и структура фитогеографических границ в зонах смешения изучены пока на очень небольшом числе примеров. Отдельную проблему представляет смешение богатой биогенными элементами глубинной воды с поверхностью водой, содержащей фитопланктон.

Материалом для настоящей статьи послужили сетевые сборы фитопланктона (сеть Джеди, газ № 38) на 46 станциях, сделанных дизельэлектроходом «Объ» в январе — апреле 1957 г. между Антарктидой и субтропической конвергенцией по широте и между 20 и 90° в. д. В просмотренных пробах было обнаружено 79 видов водорослей, относящихся к 24 родам. Из этого числа видов 70 относится к диатомеям, 9 — к жгутиконосцам (Dinoflagellata, Cystoflagellata, Chrysophyta, Heteroconta). В январе — марте антарктический фитопланктон находился в весенне-летнем состоянии, образуя между Антарктидой и антарктической конвергенцией мощное монотонное, почти непрерывное «цветение» с весом сестона, равным граммам и десяткам граммов в 1 м³ (максимум 27 г/м³). В апреле «цветение» узкими полосами сохранялось только у антарктической дивергенции и у субтропической конвергенции.

Во время наших работ субтропическая конвергенция была пересечена примерно на 40° ю. ш. (станции №№ 258 и 297), антарктическая конвергенция — на 51° ю. ш. (станции №№ 251, 290 и 291), антарктическая дивергенция — примерно на 64—65° ю. ш. * Дивергенция служит границей водных масс восточного и западного дрейфов и характеризуется подъемом глубинных вод. Подъем этот не является равномерным на всем протяжении линии дивергенции. Наличие циклонов приводит к неравномерности вертикальной циркуляции на дивергенции: места подъема вод чередуются с опусканиями или

местами, где подъем нейтрализуется опусканием вод по периферии циклона⁽²⁾. На участках антарктической дивергенции, где при данном типе циклонической активности в атмосфере циклоны находятся наиболее часто, наблюдаются довольно устойчивые подъемы вод.

Такой циклон со значительным подъемом воды был встречен нами в первых числах февраля 1957 г. к северу от Земли Эндерби, где площадь выхода глубинных вод была гораздо больше, чем восточнее и западнее. Особенно хорошо это заметно по карте распределения максимальных температур: площадь, занятая температурами от 1,5 до 2,0°, севернее Земли Эндерби заметно увеличивается (рис. 1); глубина положения слоя макси-

* Гидрологические данные взяты из отчета гидрологического отряда II Морской антарктической экспедиции АН СССР (начальник отряда К. В. Морошкин).

мальных температур уменьшается от 700 — 900 до 300 м. По расчетам Ю. А. Иванова и Б. А. Тареева (²), наибольшая скорость подъема воды в циклоне к северу от Земли Эндерби была равна $2,3 \cdot 10^{-3}$ см/сек, или 8,2 см/час. Такая скорость подъема воды не допускает развития в этом месте «цветения» фитопланктона. Бедная зачатками «новая» вода непрерывно оттесняет на периферию циклона ранее поднявшуюся воду, в которой уже на-

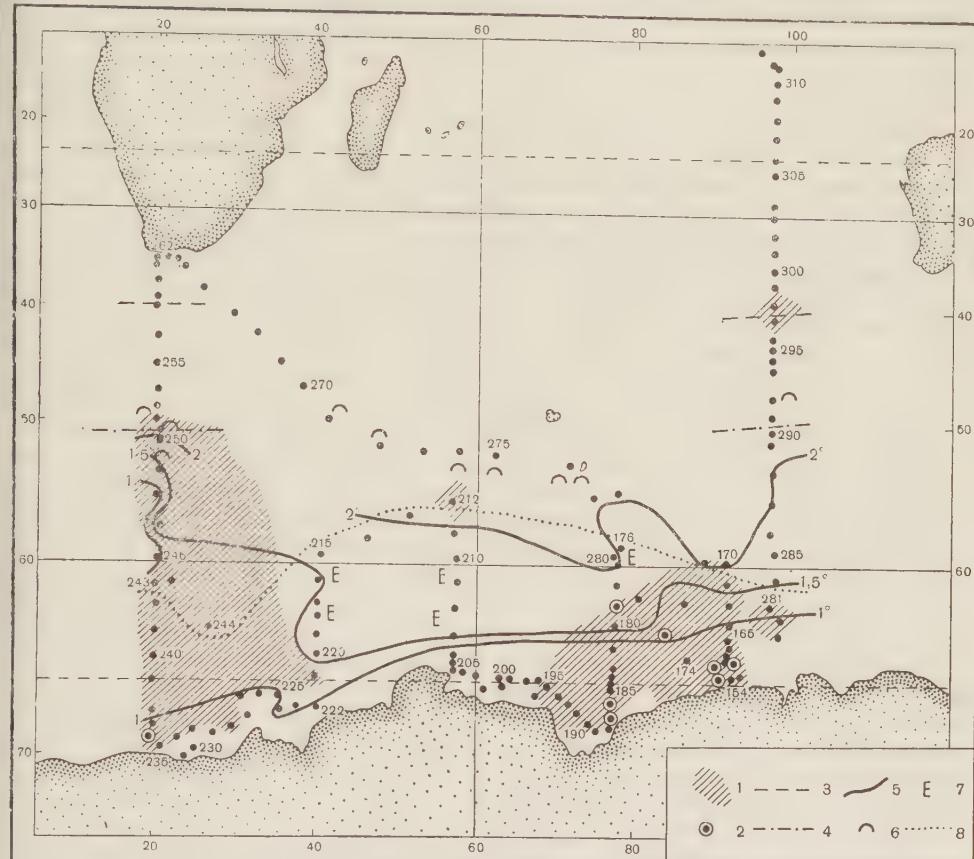


Рис. 1. Распределение фитопланктона в Индоокеанском секторе Антарктики в январе — апреле 1957 г. и положение основных гидрологических границ: 1 — акватория, занятая «цветением», 2 — станции, на которых были найдены высокоантарктические виды диатомей, 3 — линия субтропической конвергенции, 4 — линия антарктической конвергенции, 5 — изотермы в слое максимальных температур, 6 — станции, на которых была найдена субантарктическая *Rhizosolenia curvata*, 7 — станции, на которых наблюдались массовые скопления евфаузид у поверхности, 8 — южная граница распространения *Chaetoceros atlanticus* (примерно такова же южная граница других видов, не встречающихся в высокоантарктической подобласти). Разрыв в штриховке между станциями №№ 165—170 и 281—282 соответствует трехмесячному перерыву, разделяющему время работы на этих станциях

чалось развитие водорослей. В районе подъема воды мала не только биомасса водорослей (несколько десятков миллиграммов в 1 м³), но и отсутствуют 11 наиболее обычных антарктических видов диатомей. На 10 наиболее бедных станциях (расположенных между 1,5 и 2,0°С в слое максимальных температур) обнаружено всего 7 видов водорослей (*Rhizosolenia alata*, *Rh. styliformis*, *Rh. hebetata semispina*, *Corethron criophilum*, *Chaetoceros atlanticus*, *Ch. criophilus*, *Fragilariopsis antarctica*, *Nitzschia seriata*), а на самой бедной станции — всего 4 вида. Сходное обеднение видового состава, не сопровождаемое, однако, уменьшением биомассы, отмечено на станциях, расположенных несколько южнее и западнее основного подъема вод между изотермами 1,0 и 1,5° в слое максимальных температур. К северу от

Залива Олафа Прюдса (59° — 63° ю. ш., 77° — 78° в. д.) на нескольких станциях в слое максимальных температур температура была между $1,5$ и $2,0^{\circ}\text{C}$. Эти станции тоже беднее соседних. Таким образом, выявляется картина отрицательного влияния антарктической дивергенции на развитие фитопланктона даже вне участков с мощным циклоническим подъемом воды.

На обедненных фитопланктоном станциях, расположенных в центре циклона, наблюдалось большое количество евфаузид, поднявшихся с глубинной водой и малочисленных в «цветущей» воде вокруг. Возможно, выедание водорослей этими раками играло некоторую роль в уменьшении количества фитопланктона. Однако на обедненных станциях отсутствует большая группа видов диатомей. Отсутствующие виды вполне сходны по жизненной форме с видами, имеющимися на этих станциях. Допустить их выборочное поедание раками нет никаких оснований. Главной причиной бедности фитопланктона приходится признать слишком быстрый подъем воды. Сходное распределение планктона в районах подъема вод составляет правило ⁽³⁾. Знание этой закономерности дало возможность непосредственно в момент исследования констатировать подъем вод по чисто биологическим признакам. После обработки гидрологических данных этот вывод был подтвержден. Нельзя не отметить также, что распределение планктона к северу от Земли Эндерби явилось хорошим примером обратной зависимости количеств зоо- и фитопланктона, не связанной с предполагавшимся некоторыми авторами вытеснением животных водорослями.

Среди обитающих в исследованном районе водорослей оказалось несколько групп видов, различающихся между собой ареалами. Границами их ареалов являются линии конвергенций и дивергенции. 1. Только к югу от антарктической дивергенции между нею и Антарктидой встречены *Charcotia bifrons*, *Eucampia antarctica* (главным образом, *forma balaustum*), *Biddulphia striata*, *Coscinodiscus bouveti* и *Thalassiosira* sp. Возможно, нахождение некоторых из этих видов близ берега связано с их неритической природой. 2. Только к северу от дивергенции встречены *Rhizosolenia simplex*, *Chaetoceros atlanticus*, *Ch. castracanei*, *Ch. pendulus*, *Ch. peruvianus*, *Coscinodiscus (quinquies-marcatus?)*. 3. От антарктической конвергенции до самой Антарктиды, встречаясь по обе стороны дивергенции, распространены *Chaetoceros criophilus*, *Ch. dichaeta*, *Rhizosolenia bidens*, *Fragilariaopsis antarctica*, *Dactyliosolen antarcticus*, *Corethron criophilum*. 4. В антибorealной области между антарктической и субтропической конвергенциями распространены, например, *Rhizosolenia curvata* и *Chaetoceros lorenzianus*. Имеется еще несколько типов ареалов и ареалы, промежуточные между двумя типами. Некоторые из приведенных видов не эндемичны для перечисленных антарктических водных масс. Однако в соседних водных массах они так малочисленны, что редко бывают найдены. Для некоторых из этих видов характерна массовость в Антарктике (и иногда еще в северном полушарии) при редкости в тропиках.

Интересно, что антарктическая дивергенция может, по-видимому, служить фитогеографической границей. Она сможет служить границей и некоторым видам зоопланктона ⁽⁴⁾. По нашим данным, она служит также южной границей распространения альбатросов рода *Phoebetria*. Если в дальнейшем существование видов, обитающих только к югу от дивергенции, подтвердится, можно будет говорить о высоко-антарктической и о ниже-антарктической подобластях в составе биогеографической антарктической циркумполярной области. Первая связана с приантарктической водной массой западного дрейфа, вторая — с водной массой восточного дрейфа. Эти две подобласти должны быть слабо различимы к северу от моря Уэдделла, где Земля Грэма вызывает поворот приантарктической воды на северо-восток.

В районе антарктической конвергенции (51° ю. ш.) четко выражена зона смешения флор шириной около 215 км. К северу от нее, на 50° ю. ш., были найдены антарктические *Chaetoceros criophilus*, *Ch. dichaeta*, *Fragilariaop-*

sis antarctica, Synedra pelagica, Thalassiothrix antarctica и некоторые другие. К югу от конвергенции, на 52° ю. ш., была найдена антибoreальная Rhizosolenia curvata. Нахождения этого вида к югу от антарктической конвергенции, недалеко от последней, в сравнительно теплой воде, были описаны и ранее (⁵). Наличие зоны смешения наглядно иллюстрирует горизонтальный водообмен поперек конвергенции. Эта зона смешения по своей структуре, очевидно, не очень отличается от зоны смешения флор в районе других фронтов, но сравнительно слабо развита.

Институт океанологии
Академии наук СССР

Поступило
3 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ К. В. Беклемишев, В. А. Бурков, Тр. Инст. океанол., 27, 55 (1957).
² Ю. А. Иванов, Б. А. Тареев, Изв. АН СССР, сер. географ., № 4 (1958). ³ N. A. McIntosh, Disc. Rep., 9, 65 (1934). ⁴ S. Ekman, Zoogeography of the Sea, London, 1953. ⁵ T. J. Hargrave, Disc. Rep., 8, 1 (1934).

А. С. САРКИСЯН

О НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ
В БАРОКЛИННОМ ОКЕАНЕ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 9 XII 1957)

Мы рассматриваем задачу о нестационарных течениях, возбуждаемых ветром в бароклиинном океане. Мы считаем океан бесконечным по горизонтали и по глубине. Ось z направляется вертикально вниз, x — на восток, y — на север. Плоскость $z = 0$ — поверхность океана в невозмущенном состоянии. Для учета наличия материалов полагаем, что вне акватории данного океана тангенциальное давление ветра тождественно равно нулю. Как показали расчеты (1, 2), полученное таким образом поле течений находится в согласии с данными наблюдений всюду, за исключением узкой прибрежной полосы. На вопросе об уточнении картины прибрежных течений в данной работе останавливаться не будем. Разделим мысленно океан на две части по высоте и рассмотрим нашу задачу для каждого слоя в отдельности.

1. Приповерхностный однородный слой. Считаем для этого слоя процесс квазистационарным и предлагаем очень простую схему течений. А именно: исходим из уравнений движения

$$\nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + lv = g \frac{\partial \zeta}{\partial x}; \quad (1)$$

$$\nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - lu = g \frac{\partial \zeta}{\partial y}. \quad (2)$$

Границыми условиями по z являются

при $z = 0$

$$\rho_0 \nu \frac{\partial u}{\partial z} = -T_x(x, y, t), \quad \rho_0 \nu \frac{\partial v}{\partial z} = -T_y(x, y, t); \quad (3)$$

при $z = \infty$

$$u = u_g = -\frac{g}{l} \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad v = v_g = \frac{g}{l} \frac{\partial \zeta}{\partial x}. \quad (4)$$

Приняты обозначения: u, v — составляющие скорости течения по осям x, y ; $l = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса, ν — коэффициент вертикального турбулентного перемешивания, ζ — возвышение точек поверхности океана над их состоянием в покое, T_x, T_y — составляющие тангенциального давления ветра. Решение уравнений (1), (2) при граничных условиях (3), (4) имеет вид

$$u + iv = \frac{g}{l} \left(i \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{(1-i)}{2\rho_0 \nu} (T_x + iT_y) e^{-\alpha z}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{l}{2\nu}}. \quad (5)$$

Значение вертикальной скорости w получаем путем простой квадратуры по z уравнения неразрывности несжимаемой жидкости с использованием граничного условия $w|_{z=0} = -\partial \zeta / \partial t$; имеем

$$w = -\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0 l \alpha'} [e^{-\alpha z} (\sin \alpha z + \cos \alpha z) - 1] \Delta P'_0, \quad (6)$$

где Δ — плоский оператор Лапласа; $\alpha' = \sqrt{l/2v'}$; v' — коэффициент вертикального турбулентного перемешивания воздуха. При выводе (6), как и ранее (3), мы выразили T_x, T_y через атмосферное давление на уровне моря P'_0 . Заметим, что в (6) отсутствуют члены, обусловленные изменением параметра Кориолиса с широтой. Это не означает, что в предлагаемой схеме отсутствует влияние β -эффекта на поверхностные течения, так как ниже мы определим поле $\zeta(x, y, t)$ путем решения уравнения, в котором учтено изменение параметра Кориолиса с широтой. Из (6) при $z \rightarrow \infty$ (т. е. практически на глубине $z = 50$ м) получаем:

$$w|_{z=\infty} = -\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{1}{l\rho_0\alpha'} \Delta P'_0. \quad (7)$$

2. Бароклини́йный слой. Нижнюю границу приповерхностного однородного слоя мы принимаем за верхнюю границу бароклинического слоя. Для решения задачи применительно к этому слою исходим из следующей системы упрощенных уравнений;

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - lv + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + lu + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} = 0; \quad (9)$$

$$\rho g - \frac{\partial P}{\partial z} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \gamma w = 0, \quad (12)$$

где $\rho = \rho_1 - \rho_0$, $P = P_1 - P_0 = P_1 - \rho_0 gz$ — соответственно, аномалии плотности ρ_1 и давления P_1 ; $\gamma = \partial p / \partial z \approx \text{const}$.

Начальные условия: при $t = 0$ $u = u_0(x, y, z)$, $v = v_0(x, y, z)$, $P = P_0(x, y, z)$.

На вопросе о граничных условиях по оси z остановимся ниже. Заменим в (12) ρ через его значение, получаемое из (10); имеем

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z \partial t} + u \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} + v \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial z} + \gamma g w = 0. \quad (13)$$

Продифференцируем (13) по z ; с учетом (11) получим

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\gamma g} \frac{\partial^3 P}{\partial t \partial z^2} + \frac{1}{\gamma g} \frac{\partial}{\partial z} \left(u \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} + v \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial z} \right). \quad (14)$$

Из (8) и (9) выведем уравнение вихря скорости

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega}{\partial y} + (l + \Omega) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \beta v = 0, \quad (15)$$

где $\Omega = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y$, $\beta = \partial l / \partial y$.

В уравнении (15) сделаем следующие упрощения. В выражении коэффициента при горизонтальной дивергенции скорости отбросим Ω по сравнению с l и примем квазигеострофическое приближение

$$u \approx \frac{1}{\rho_0 l} \frac{\partial P}{\partial y}, \quad v \approx \frac{1}{\rho_0 l} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad \Omega \approx \frac{1}{\rho_0 l} \Delta P_0.$$

Тогда, учитывая еще (14), приведем (15) к виду

$$\frac{1}{\rho_0 l} \frac{\partial \Delta P}{\partial t} + \frac{l}{\gamma g} \frac{\partial^3 P}{\partial z^2 \partial t} = \frac{1}{\rho_0^2 l^2} J(P, \Delta P) + \frac{1}{\gamma g \rho_0} \frac{\partial}{\partial z} J(P, \frac{\partial P}{\partial z}) - \frac{\beta}{\rho_0 l} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (16)$$

где $J(a, b) = \frac{\partial a \partial b}{\partial y \partial x} - \frac{\partial a \partial b}{\partial x \partial y}$.

Мы получили, таким образом, одно уравнение для определения P . Чтобы задать граничное условие на верхней границе бароклинического слоя, заменим в уравнении (13) u и v их геострофическим приближением и

положим в полученном соотношении $z = 0$:

$$\left(\gamma g \omega + \frac{\partial^2 P}{\partial z \partial t} \right)_{z=0} - \frac{1}{\rho_0 l} J \left(P, \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{z=0} = 0. \quad (17)$$

Как мы условились выше, $z = 0$ для бароклинного слоя соответствует уровню $z = \infty$ однородного слоя, поэтому в (17) можно подставить значение ω из формулы (7), заменяя в ней ζ через $\frac{1}{\rho_0 g} P|_{z=0}$ (такое выражение для ζ , как известно, легко получается из уравнения статики при граничном условии $P|_{z=\infty} = 0$):

$$\left[\frac{\partial^2 P}{\partial z \partial t} - \frac{\gamma}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial t} \right]_{z=0} = \frac{1}{\rho_0 l \alpha'} \Delta P'_0 + \frac{1}{\rho_0 l} J \left(P, \frac{\partial P}{\partial z} \right)_{z=0}. \quad (18)$$

Обозначим теперь $\partial P / \partial t$ через q и для удобства записи перейдем к безразмерным координатам x_1, y_1, z_1 при помощи соотношений

$$x = \sqrt{\frac{\gamma g}{\rho_0 l^2}} H x_1, \quad y = \sqrt{\frac{\gamma g}{\rho_0 l^2}} H y_1, \quad z = H z_1.$$

Тогда дифференциальное уравнение (16) и граничное условие (18) записутся в виде

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial y_1^2} - \frac{\partial^2 q}{\partial z_1^2} = \frac{l}{g \gamma H^2} \left[J(P, \Delta P) + \frac{\partial}{\partial z_1} J \left(P, \frac{\partial P}{\partial z_1} \right) \right] - \frac{\beta H}{l} \sqrt{\frac{\gamma g}{\rho_0}} \frac{\partial P}{\partial x_1}; \quad (16')$$

$$\text{при } z_1 = 0 \quad \frac{\partial q}{\partial z_1} - \alpha_1 q = \frac{l}{\alpha' H} \Delta P'_0 + \frac{l}{g \gamma H^2} J \left(P, \frac{\partial P}{\partial z_1} \right), \quad \alpha_1 = \frac{\gamma H}{\rho_0}. \quad (18')$$

Вторым условием по z_1 является ограниченность q при $z_1 = \infty$. Задачу решаем шагами по времени, считая, что в период одного шага правые части уравнений (16') и (18') не зависят от t . При определении q мы пользуемся методом, разработанным Г. И. Марчуком и Н. И. Булеевым в теории прогноза погоды (4). Обозначим правые части уравнений (16'), (18') соответственно через $F(x_1, y_1, z_1)$, $f(x_1, y_1)$ и представим заданные и искомые величины в виде интеграла Фурье. Например:

$$F(x_1, y_1, z_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_{m, n}(z_1) e^{i(m x_1 + n y_1)} dm dn,$$

$$\text{где } F_{m, n}(z_1) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(m x'_1 + n y'_1)} F(x'_1, y'_1, z_1) dx'_1 dy'_1.$$

Тогда получаем для $q_{m, n}$ уравнение

$$d^2 q_{m, n} / dz_1^2 - (m^2 + n^2) q_{m, n} = F_{m, n}, \quad (19)$$

и граничные условия

$$\text{при } z_1 = 0 \quad dq_{m, n} / dz_1 - \alpha_1 q_{m, n} = f_{m, n}; \quad (20)$$

$$\text{при } z_1 \rightarrow \infty \quad q_{m, n} \text{ ограничены.} \quad (21)$$

Решением уравнения (19), удовлетворяющим граничным условиям (20), (21), является

$$q_{m, n} = \frac{1}{2\rho} \int_{-\infty}^0 \left[e^{-\rho|s-z_1|} + \frac{\rho - \alpha_1}{\rho + \alpha_1} e^{-\rho(s-z_1)} \right] F_{m, n}(s) ds - \frac{f_{m, n}}{\rho + \alpha_1} e^{-\rho z_1}, \quad (22)$$

$$\rho = \sqrt{m^2 + n^2}$$

Помножим обе части (22) на $e^{i(m x_1 + n y_1)}$ и проинтегрируем по m и n от $-\infty$ до $+\infty$. Тогда получим

$$q = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{\infty} G(x'_1, y'_1, s, x_1, y_1, z_1) F(x'_1, y'_1, s) dx'_1 dy'_1 ds - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \chi(z_1, \rho_1) f(x'_1, y'_1) dx'_1 dy'_1, \quad (23)$$

или, после подстановки значений F, f и некоторых преобразований:

$$q = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \left[\frac{l}{g\gamma H^2} J(P, \Delta P) - \frac{\beta H}{l} \sqrt{\frac{\gamma g}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x'_1}} \right] G ds dx'_1 dy'_1 - \\ - \frac{l}{4\pi g\gamma H^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\partial G}{\partial s} J \left(P, \frac{\partial P}{\partial s} \right) ds dx'_1 dy'_1 - \frac{l}{2\pi \alpha' H} \int_{-\infty}^{\infty} \chi \Delta P'_0 dx'_1 dy'_1. \quad (24)$$

В формулах (23), (24) приняты обозначения

$$G = \sigma[(s - z_1), \rho_1] + 2\chi[(z_1 + s), \rho_1] - \sigma[(z_1 + s), \rho_1], \quad \rho_1 = \sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + (y_1 - y'_1)^2}, \\ \sigma(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \chi(a, b) = \sigma(a, b) + \alpha_1 \int_{-\infty}^a \sigma(a', b) e^{-\alpha_1(a+a')} da'.$$

Заметим, что в первом приближении можно считать $\alpha_1 = 0$. Следовательно, $\chi(a, b) = \sigma(a, b)$. Кроме того, можно пренебречь адвекцией вихря $J(P, \Delta P)$ по сравнению с адвекцией плотности $J(P, \partial P/\partial z)$. Итак, мы определили q , следовательно, и P . Если поле $P(x, y, z, t)$ найдено, то пользуясь квазигеострофическим приближением, можно легко определить u, v из (8), (9), а затем w из (13). Легко видеть, что при $z_1 \rightarrow \infty$ величина q , а следовательно, и все искомые гидродинамические характеристики стремятся к нулю. А это необходимо для течений в бароклинном океане. Отметим, что деление океана на два слоя формально. Эти два слоя взаимно связаны и обусловлены друг другом. В самом деле, формулы (5), (6) вовсе не дают решения задачи для приповерхностного слоя, а лишь выражают u, v, w через ζ . Само поле ζ определяется путем решения задачи для бароклинного океана. С другой стороны, без формулы (7), полученной из «однородной модели», мы не могли бы решить задачу для бароклинного слоя. Сделаем еще одно замечание. Уравнение переноса плотности (12) является упрощенным видом уравнения плотностной диффузии⁽⁵⁾. Мы сознательно отбросили в нем все члены, обусловленные собственно диффузией плотности, хотя их сохранение не представляет математических трудностей. Тем самым подчеркиваем, что в известном (см., например, ⁽⁶⁾) процессе приспособления поля масс к полю течений плотностная диффузия играет второстепенную роль. Нам представляется, что этот процесс происходит следующим образом: поле ветра создает определенную горизонтальную и вертикальную циркуляцию и наклон уровня, в приповерхностном слое океана; под действием этих факторов (в нашей схеме это выражено граничным условием (7)) возникает циркуляция и перераспределение поля масс в бароклиническом слое океана таким образом, что при $z = \infty$ течения затухают, а изобары совпадают с изостерами. Это перераспределение математически описывается членами, выражающими перенос плотности по горизонтали и особенно по вертикали, т. е. членами $u \partial \varphi / \partial x, v \partial \varphi / \partial y, w \partial \varphi / \partial z$, а не членами, обусловленными диффузией плотности.

В заключение выражаю благодарность члену-корреспонденту АН СССР И. А. Кибелью за ряд ценных указаний.

Институт прикладной геофизики
Академии наук СССР

Поступило
9 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. С. Саркисян, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8 (1957). ² А. С. Саркисян, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5 (1957). ³ А. С. Саркисян, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6 (1956). ⁴ И. А. Кибель, Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды, 1957. ⁵ П. С. Линейкин, ДАН, 101, № 3 (1955). ⁶ В. Б. Штокман, Тр. Инст. океанол., 3, 3 (1949).

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. Я. ШИНЯЕВ

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИИ В СПЛАВАХ НА ОСНОВЕ НИКЕЛЯ
С ЧИСЛОМ КОМПОНЕНТОВ ОТ 2 ДО 8**

(Представлено академиком И. П. Бардиным 22 X 1957)

В работе ⁽¹⁾ нами было показано, что введение титана, хрома, вольфрама, алюминия в твердый раствор никеля существенно увеличивает энергию активации диффузии и уменьшает значение коэффициентов диффузии. Наибольший эффект наблюдался при одновременном введении всех указанных металлов в твердый раствор никеля.

Этот результат находится в хорошем согласии с данными рентгеновских исследований, которые показали, что величина среднего квадратичного отклонения атомов кристаллической решетки от положения равновесия для сплава, аналогичного нашим системам, уменьшается при введении в никелевый твердый раствор титана, хрома, алюминия, причем наибольший эффект наблюдался при одновременном введении этих элементов ⁽²⁾.

Сопоставление данных по диффузии с результатами рентгеновских исследований позволили сделать вывод, что при соблюдении постоянных условий эксперимента при исследовании диффузии можно получить объективные результаты об изменении сил межатомной связи в сплавах.

В настоящей работе нами была сделана попытка исследовать влияние более сложного легирования никелевого твердого раствора на его диффузионные характеристики.

Исходя из общих положений, можно было ожидать, что с увеличением числа вводимых элементов эффект увеличения энергии активации диффузии будет возрастать вначале быстро, затем медленнее. Для исследования этого вопроса нами было проведено изучение диффузии в сплавах систем: Ni—Ti, Ni—Ti—Cr, Ni—Ti—Cr—W—Al, Ni—Ti—Cr—W—Al—B, Ni—Ti—Cr—W—Al—Mo—C и Ni—Ti—Cr—W—Al—Mo—C—Nb.

Все выбранные нами составы сплавов относились к области, переходной от ненасыщенных твердых растворов к гетерогенным составам. Микроструктурные данные этих сплавов указывали на начальную стадию распада твердых растворов. С увеличением числа компонентов сплава мелкодисперсное выделение распространялось в область все более высоких температур ^(3—6).

В качестве диффундирующего элемента во всех сплавах применялось железо, содержащее радиоактивный изотоп Fe⁵⁹. Как было показано нами ранее, в этом случае диффузионные характеристики отражают действительное изменение энергии связи между атомами кристаллической решетки сплавов и полностью исключается влияние на них концентрации вводимых элементов и основы сплава.

Измерение коэффициента диффузии проводилось по ранее разработанному методу ⁽⁷⁾, основанному на применении электролитической полировки для снятия с образца тонких слоев. Точность измерения коэффициентов диффузии этим методом составляла 5—8 %.

Исследование диффузии проводилось в температурном интервале от 950 до 1250°. В сплавах систем Ni—Ti—Cr—W—Al—B, Ni—Ti—

$\text{Cr}-\text{W}-\text{Al}-\text{Mo}-\text{C}$ и $\text{Ni}-\text{Ti}-\text{Cr}-\text{W}-\text{Al}-\text{Mo}-\text{C}-\text{Nb}$ величина коэффициента диффузии при температурах $<1100^\circ$ была настолько мала, что достаточную для ее определения глубину диффузии удалось получить только при значительном (примерно в 2 раза) увеличении продолжительности диффузионного отжига по сравнению с таковою для двойных и тройных сплавов.

Результаты исследования температурной зависимости коэффициентов диффузии для указанных сплавов представлены на рис. 1. Как видно из этого рисунка, экспериментальные точки хорошо укладываются на прямые линии, что характеризует высокую точность определения коэффициента диффузии, причем углы наклона прямых зависимости логарифма удельной активности радиоактивных изотопов в снятых слоях $\lg D$ от $1/T$ последовательно увеличивается с переходом от двойного к более сложным сплавам. Это означает также, что процесс диффузии в сложном сплаве, как например, в сплаве системы $\text{Ni}-\text{Ti}-\text{Cr}-\text{W}-\text{Al}-\text{Mo}-\text{C}-\text{Nb}$, при исследовании в широком интервале температур, когда значение коэффициента диффузии меняется на несколько порядков, проходит при одном и том же значении энергии активации.

Из углов наклона прямых, представленных на рис. 1, была вычислена методом наименьших квадратов энергия активации диффузии E для каждого сплава. Изменение E в зависимости от состава сплава изображено на рис. 2, из которого следует, что величина E в твердых растворах на основе никеля может быть значительно увеличена путем введения в сплав соответствующих растворимых в никеле элементов. Энергия активации диффузии в 8-компонентном сплаве в 2 раза больше энергии активации диффузии железа в чистом никеле.

Рис. 1. Температурная зависимость коэффициента диффузии железа в сплавах систем: 1 — $\text{Ni}-\text{Ti}$, 2 — $\text{Ni}-\text{Ti}-\text{Cr}$, 3 — $\text{Ni}-\text{Ti}-\text{Cr}-\text{W}-\text{Al}$, 4 — $\text{Ni}-\text{Ti}-\text{Cr}-\text{W}-\text{Al}-\text{B}$, 5 — $\text{Ni}-\text{Ti}-\text{Cr}-\text{W}-\text{Al}-\text{Mo}-\text{C}$, 6 — $\text{Ni}-\text{Ti}-\text{Cr}-\text{W}-\text{Al}-\text{Mo}-\text{C}-\text{Nb}$

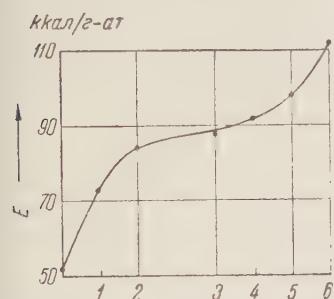


Рис. 2. Изменение энергии активации диффузии в сплавах никелевых систем в зависимости от состава сплава. Номера систем те же, что на рис. 1

увеличивает E на 60% по сравнению со значением энергии активации диффузии для чистого никеля. Введение 5 и 6 компонентов позволяет повысить значение E только на 10—15% по сравнению с тройным сплавом.

Дальнейшее увеличение E имеет место только в результате образования между атомами в сплавах новых связей химического характера, например, образования мелкодисперсных карбидов титана в 7-компонентном и карбидов титана и ниобия в 8-компонентном сплавах. В результате образования карбидов величина E вновь интенсивно возрастает (см. рис. 2).

Результаты нашей работы показали, что в 7- и 8-компонентных сплавах энергия активации диффузии возрастает более чем в 2 раза по сравнению с чистым никелем. Этот результат хорошо согласуется с другими нашими (8)

и литературными⁽⁹⁾ данными по влиянию образования химических соединений на величину энергии активации диффузии.

Поскольку изменение E в подобных исследованиях отражает действительное изменение энергии междуатомного взаимодействия кристаллической решетки сплава, можно сделать следующий вывод. При введении определенных количеств специально выбранных элементов в результате искажения решетки твердого раствора происходит значительное увеличение сил междуатомной связи кристаллической решетки сплава. Величина сил связи, а следовательно, энергия атомов кристаллической решетки сплава достигает некоторого максимального значения при введении в твердый раствор на основе никеля 5—6 элементов. В результате образования в сплавах новых химических соединений энергия междуатомного взаимодействия может быть дополнительно увеличена по сравнению с твердыми растворами сплавов.

Полученные нами результаты по исследованию диффузии в указанных сплавах хорошо согласуются с данными о длительной прочности тех же сплавов, которая, например, при температуре 1100° существенно возрастает при переходе от двойного и тройного сплавов к сплавам более сложным. Максимальную прочность при этой температуре имеет 8-компонентный сплав. Сопоставляя результаты исследований диффузии с данными по длительной прочности тех же сплавов, можно сделать вывод, что диффузия и длительная прочность определяются в основном одними и теми же факторами.

Поступило
3 X 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ И. И. Корнилов, А. Я. Шиняев,, Изв. АН СССР, ОТН, № 9, 50 (1957).
² Г. В. Курдюмов, И. Т. Травина, ДАН, 99, 77 (1954). ³ И. И. Корнилов, В. В. Коцомедемьянский, Изв. АН СССР, ОТН, № 2, 90 (1955). ⁴ И. И. Корнилов, Л. И. Пряхина, Изв. АН СССР, ОТН, № 7, 101 (1956). ⁵ И. И. Корнилов, А. Я. Снятков, Ф. М. Титов, Журн. неорг. хим., 2, в. 1, 160 (1957).
⁶ И. И. Корнилов, Л. И. Пряхина, О. В. Ожимкова, Изв. АН СССР, ОХН, 1956, 885. ⁷ М. Б. Нейман, А. Я. Шиняев, ДАН, 96, 315 (1954). ⁸ М. Б. Нейман, А. Я. Шиняев, ДАН, 103, 101 (1955). ⁹ А. Вегкowitz F. Jamot, F. Nix, Phys. Rev., 95, 1185 (1954).

А. Н. БАШКИРОВ, В. В. КАМЗОЛКИН, К. М. СОКОВА и Т. П. АНДРЕЕВА

**О СОСТАВЕ СПИРТОВ, ПОЛУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ЖИДКОФАЗНОМ
ОКИСЛЕНИИ *н*-ПАРАФИНОВЫХ УГЛЕВОДОРОДОВ**

(Представлено академиком А. В. Топчиевым 14 XII 1957)

Исследования в области жидкофазного окисления парафиновых углеводородов привели нас ранее к разработке направленного процесса получения высших алифатических спиртов^(1, 2). Направленность этого процесса обеспечивается присутствием в реакционной зоне борной кислоты и выбором условий проведения реакции.

Изучение химического состава и строения спиртов, получающихся в данном процессе, представляет значительный интерес для выяснения механизма образования спиртов, а также выбора путей их рационального использования. В предыдущих исследованиях⁽³⁾ было установлено, что при окислении нормальных парафиновых углеводородов в жидкой фазе азотокислородной смесью, содержащей 3,0—4,5% кислорода, при температуре 165—170° в присутствии борной кислоты образуются преимущественно вторичные спирты, обладающие тем же углеродным скелетом и числом атомов углерода в молекуле, что и исходный углеводород. Целью настоящего исследования являлось выяснение вопроса о положении гидроксильной группы в молекуле спиртов.

В свете поставленной задачи наше внимание привлек один из химических методов исследования строения органических соединений — метод окисления спиртов двухромовокислым калием в среде разбавленной серной кислоты⁽⁴⁾.

При окислении первичных спиртов этим реагентом получаются карбоновые кислоты с тем же числом атомов углерода, что и в исходном спирте. При окислении же вторичных спиртов происходит разрыв углерод-углеродных связей по месту положения гидроксильной группы, в результате чего образуются карбоновые кислоты с меньшим числом углеродных атомов в молекуле. Следовательно, по составу кислот, получающихся при окислении спиртов указанным реагентом, можно судить о положении гидроксильной группы в исследуемых спиртах. Однако в литературе имеются указания на то, что данная реакция идет не совсем гладко, и наряду с кислотами, образующимися в результате окисления по месту нахождения гидроксильной группы, образуются также кислоты иного молекулярного веса. Кроме того, при проведении реакции в среде серной кислоты при повышенной температуре протекают некоторые побочные реакции, приводящие к осмолению. К сожалению, вопрос о количественном соотношении между основным направлением реакции окисления и вышеуказанными побочными реакциями недостаточно освещен в литературе.

Чтобы решить вопрос о возможности применения данного метода для определения положения гидроксильной группы в исследуемых спиртах, нами была изучена реакция окисления индивидуальных алифатических спиртов с различным расположением гидроксильной группы (тетрадеканола-4 и гексадеканола-7) с последующей идентификацией и определением выхода образовавшихся кислот. Окисление спиртов проводилось по методу, описан-

сенному Крафтам для получения ундекановой кислоты из метилундекилкетона с небольшими изменениями (⁴). Весовое соотношение между исследуемым спиртом и бихроматом калия было равно 1 : 3. Разбавленная серная кислота (концентрации около 50 вес. %) бралась в десятикратном количестве по отношению к спируту. Во избежание глубоких превращений, приводящих к образованию побочных продуктов реакции, окисление проводилось вначале при низкой температуре (охлаждение льдом), затем при комнатной температуре и, наконец, при нагревании на кипящей водяной бане. Из полученного при окислении оксида выделялись кислые продукты реакции через их Na-соли. Выделенные кислоты переводились в метиловые эфиры, которые затем разгонялись на ректификационной колонке с веществом-носителем (⁵). В качестве носителя применялась смесь углеводородов, очищенная от олефинов и ароматики. В полученных фракциях определялись эфирные числа, на основании которых рассчитывалось содержание сложных эфиров во фракциях. По пределам выкипания метиловых эфиров кислот определенного состава можно было судить о распределении кислот, образовавшихся при окислении спиртов. Из метиловых эфиров были выделены кислоты, которые идентифицировались затем по их серебряным солям.

Полученные данные позволили установить наличие определенных метиловых эфиров в отдельных фракциях. Кроме того, на основании определения содержания серебра в серебряных солях выделенных кислот можно было также произвести расчет распределения кислот. Расчет производился по формуле, выведенной для случая возможного присутствия во фракции не более двух кислот:

$$x = \frac{A(M - 1) - 107,9(100 - A)}{14A} \cdot 100,$$

где x — содержание кислоты C_n (мол. %); A — найденное содержание серебра в серебряной соли (вес. %); M — молекулярный вес кислоты C_{n+1} .

Исследование реакций окисления спиртов двухромовокислым калием в среде разбавленной серной кислоты на примере некоторых представителей высших вторичных спиртов жирного ряда с различным положением гидроксильной группы показало, что в принятых нами условиях выход продуктов реакции составляет около 80 % от взятого спирта. Выход кислот составляет 75 % от выделенных продуктов реакции, 25 % приходится на нейтральные соединения (в основном кетоны).

Исследование состава кислот позволило установить, что окисление спиртов протекает в основном (на 90 %) по месту положения гидроксильной группы. По мере удаления гидроксильной группы от крайнего углеродного атома наблюдается заметное отклонение от правила Попова.

Полученные экспериментальные данные дают основание утверждать, что метод окисления спиртов бихроматом калия в среде серной кислоты с последующим выделением и идентификацией кислот, образующихся при окислении, может быть использован для установления положения гидроксильной группы в спиртах.

Данный метод был применен нами для определения положения гидроксильной группы в спиртах, полученных окислением *n*-гексадекана. Условия окисления и метод выделения спиртов опубликованы ранее (³). Исследованию была подвергнута основная фракция спиртов, составляющая около 85 % от общего количества выделенных одноатомных спиртов. Эта фракция спиртов была подвергнута окислению вышеописанным методом. Полученное в результате окисления некоторое количество нейтральных кислородсодержащих соединений (кетонов) было окислено повторно. Общий выход кислот составил 96 % от выделенных продуктов реакции. Разгонка метиловых эфиров этих кислот позволила выделить и идентифицировать следующие монокарбоновые кислоты: валериановую, каприловую, энантовую, каприловую, пеларгоновую, каприновую, ундекановую, лау-

риновую, тридекановую, миристиновую. При этом было установлено, что указанные выше кислоты находятся приблизительно в равных молярных соотношениях (табл. 1). Пальмитиновая кислота не была обнаружена.

Таблица 1

Распределение кислот, полученных из гексадеканолов
(продукта окисления *n*-гексадекана)

Кислота	По температуре кипения метиловых эфиров		По содержанию серебра в серебряных солях	
	ммоль.	%	ммоль.	%
Валериановая ($C_5H_{10}O_2$)	3,52	8,0	3,29	7,5
Капроновая ($C_6H_{12}O_2$)	3,73	8,5	4,10	9,3
Энантовая ($C_7H_{14}O_2$)	5,11	11,5	5,02	11,3
Каприловая ($C_8H_{16}O_2$)	4,18	9,5	3,95	9,1
Пеларгоновая ($C_9H_{18}O_2$)	4,52	10,2	4,52	10,2
Каприновая ($C_{10}H_{20}O_2$)	4,49	10,2	5,42	12,2
Ундециловая ($C_{11}H_{22}O_2$)	4,52	10,3	4,20	9,5
Лауриновая ($C_{12}H_{24}O_2$)	4,17	9,5	4,50	10,2
Тридекиловая ($C_{13}H_{26}O_2$)	4,16	9,4	5,20	11,8
Миристиновая ($C_{14}H_{28}O_2$)	4,83	10,9	3,90	8,9
Пентадециловая ($C_{15}H_{30}O_2$)	0,87	2,0	—	—

Полученный результат позволяет сделать вывод о том, что исследованная фракция спиртов представляет собой смесь вторичных *n*-гексадециловых спиртов. Возможные изомерные спирты содержатся в этой фракции приблизительно в равных молярных количествах.

Таким образом, установлено, что при окислении *n*-парафиновых углеводородов в жидкой фазе (в присутствии борной кислоты) образуются преимущественно вторичные спирты, представляющие собой смесь всех возможных изомеров. Не обнаружено заметного различия в реакционной способности по отношению к кислороду второго, третьего, четвертого и т. д. вторичных углеродных атомов молекулы высших парафиновых углеводородов нормального строения. Это дает основание полагать, что в принятых нами условиях окисления реакционная способность по отношению к кислороду вторичных углеродных атомов молекулы высших парафиновых углеводородов нормального строения практически одинакова, что обуславливает образование в процессе окисления углеводородов всех возможных изомеров вторичных спиртов.

Институт нефти
Академии наук СССР

Поступило
14 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

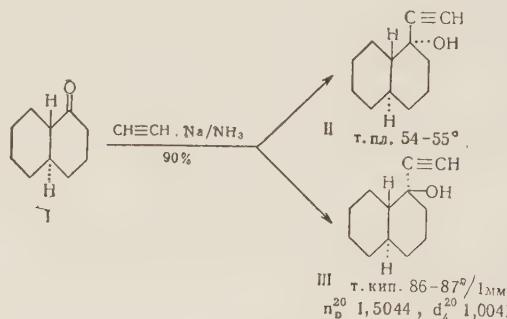
- ¹ А. Н. Башкиров, Хим. наука и промышл., **1**, 273 (1956). ² А. Н. Башкиров, В. В. Камзолкин, С. А. Лодзик, Маслобойно-жировая промышл., № 7, 24 (1957). ³ А. Н. Башкиров, В. В. Камзолкин, К. М. Сокова, Т. П. Андерсона, ДАН, **118**, 149 (1958). ⁴ J. Blau, Monatsh. f. Chem., **26**, 89 (1905); A. Гапчинова, Th. Zipse, Ann. Chem. u. Pharm., **163**, 193 (1872); A. Роропфф, Ber., **5**, 38 (1872); Lieb. Ann., **161**, 285 (1872); G. Wagner, J. Prakt. Chem., **44**, 257 (1891); F. Graf, Ber., **12**, 1664 (1879); **15**, 1687 (1882). ⁵ Л. К. Обухова, Журн. анал. хим., **11**, 193 (1956).

Академик И. Н. НАЗАРОВ, Г. В. АЛЕКСАНДРОВА и А. А. АХРЕМ

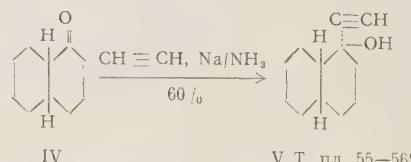
**СИНТЕЗ И ПРЕВРАЩЕНИЯ
ЦИС- И ТРАНС-1-ЭТИНИЛ-1-ДЕКАЛОВ**

Нами изучена конденсация цис- и транс α -декалонов с ацетиленом с целью использования получающихся при этом ацетиленовых спиртов для введения в ядро декалина диоксиацетоновой, глицериновой и диоксикарбоновой боковых цепей, характерных для кортикоидных гормонов, методами, разработанными в нашей лаборатории⁽¹⁾.

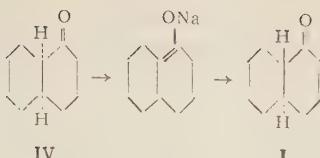
Конденсация транс- α -декалона I с ацетиленом проводилась в присутствии порошкообразного едкого кали под давлением⁽²⁾ и в растворе жидкого аммиака в присутствии натрия⁽³⁾. В последнем случае была получена смесь изомерных транс-1-этинил-1-декалолов, из которой вымораживанием при -70° и хроматографированием остатка на окиси алюминия удалось выделить эпимерные транс-1-этинил-1-декалолы II и III в соотношении 1 : 2. (Выходы в процентах указаны под стрелками, константы (т. пл., т. кип., n_D^{20} , d_4^{20}) полученных соединений приведены под формулами.)



Как известно, цис- α -декалон под влиянием кислот и щелочей легко изомеризуется в транс- α -декалон^(4, 5), поэтому казалось мало вероятным получить цис-1-этинил-1-декалолы в сильно щелочных условиях ацетиленового синтеза по методу Фаворского. Однако при проведении реакции цис- α -декалона IV с ацетиленидом натрия в растворе жидкого аммиака был получен цис-1-этинил-1-декалол V с общим выходом 60 %.



Лишь около 10 % цис- α -декалона IV при этом подверглось изомеризации и было выделено в виде транс- α -декалона I. Оказалось, что реакция конденсации с ацетиленом успешно конкурировала с реакцией изомеризации, протекающей через стадию энолизации:

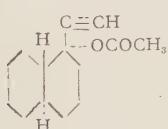


Факт выделения из реакционной смеси транс- α -декалона, а не транс-ацетиленовых спиртов исключает энольный механизм ацетиленового синтеза и лишний раз подтверждает правильность металлоорганического механизма этой реакции (²). Пространственно избирательный ход ацетиленового синтеза в случае цис- α -декалона с образованием только одного цис-1-этинил-1-декалола V согласуется с результатами ранее описанных реакций присоединения к карбонильной группе цис- α -декалона (⁶).

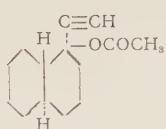
В настоящее время считается общепринятым, что конформация цис- и транс-декалинов определяется сочетанием двух циклогексановых колец в форме кресла (⁷), в которых имеется два геометрически неравноценных вида связей между углеродными атомами и заместителями, занимающими экваториальное (э) или аксиальное (а) положение (⁸).

Из литературных данных известно, что этерификация соединений с аксиальным положением гидроксильных групп и гидролиз соответствующих эфиров пространственно более затруднены по сравнению с реакциями соединений с экваториально расположенным окси-группами. Кислые фталаты, полученные из транс- α - и транс- β -декалолов (^{9, 10}) с экваториальным расположением спиртовых групп омыляются, соответственно, в 19 и 7 раз быстрее, чем эфиры эпимерных декалолов с аксиально ориентированными гидроксильными группами.

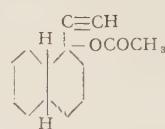
Ацетилированием с помощью уксусного ангидрида (¹¹) 1-этинил-1-декалолов II, III и V получены с высокими выходами отвечающие им ацетаты VI, VII и VIII,



VI Т. кип. 106—108°/2 мм,
 n_D^{20} 1,4940, d_4^{20} 1,0344

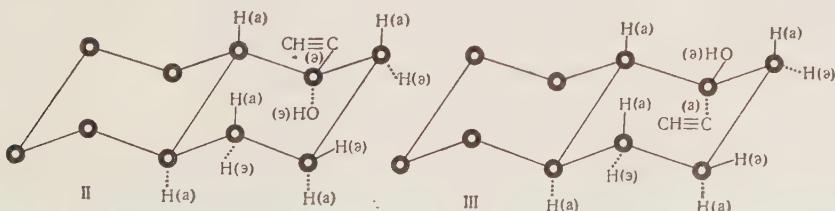


VII Т. пл. 79—80°



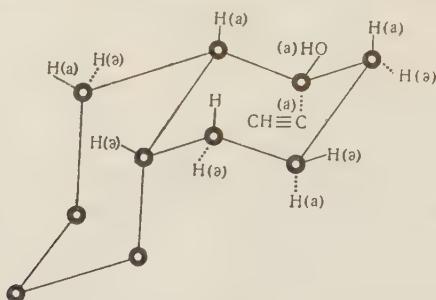
VIII Т. пл. 65—67°

причем было обнаружено, что ацетиленовый спирт III и его производные образуют ацетильные производные легче, чем эпимерный ему спирт II. По аналогии с транс- α -декалолом можно предположить, что гидроксильная группа в спирте III находится в экваториальном положении, а в более трудно ацетилируемом изомере II — в аксиальном:



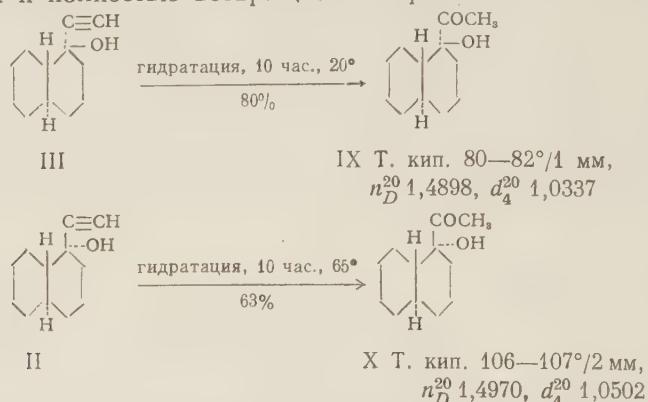
Из цис-1-этинил-1-декалола V и его производных весьма легко в мягких условиях получены их ацетаты. Учитывая общую несимметричность молекулы цис-декалина, можно предполагать, что один из изомеров цис-ацетиленовых спиртов (с аксиальным гидроксилом) должен был бы этерифицироваться чрезвычайно трудно. Поэтому легкость, с которой спирт V и его

производные образуют ацетаты, указывает, по всей вероятности, на экваториальное расположение гидроксильной группы в этих соединениях.



При проведении сравнительных опытов по скорости гидратации ацетиленовых спиртов II, III и V в водном метаноле в присутствии сернокислой ртути оказалось, что транс-1-этинил-1-декалол III уже при 20° полностью гидратируется в течение 10 час., образуя транс-1-ацетил-1-декалол IX.

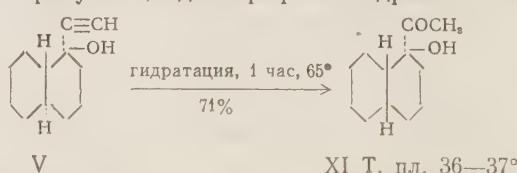
Гидратация ацетиленового спирта II была осуществлена в тех же условиях лишь в результате 10-часового кипячения при 65° с образованием транс-1-ацетил-1-декалола X. При 20° ацетиленовый спирт II не подвергается гидратации и полностью возвращается обратно.



Аналогично ведут себя при гидратации и изомерные ацетаты VI и VII.

Транс-1-ацетил-1-декалол IX легко образует как семикарбазон, так и 2,4-динитрофенилгидразон, тогда как из транс-1-ацетил-1-декалола X с большим трудом был получен лишь семикарбазон, что свидетельствует об экранировании ацетильной группы в этом соединении.

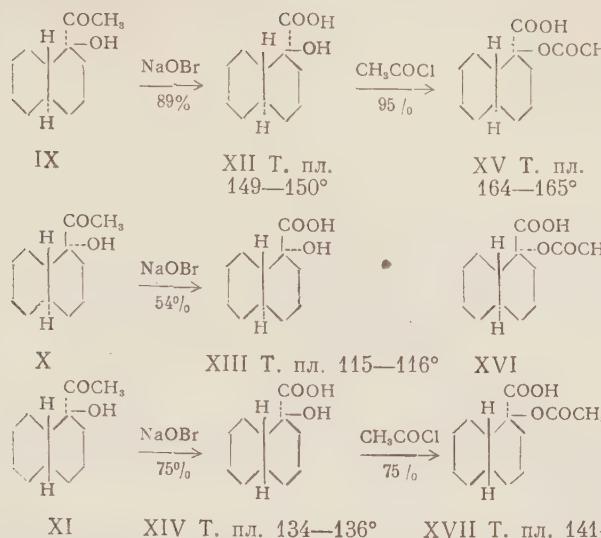
Гидратацию цис-1-этинил-1-декалола V также не удалось осуществить при 20°, однако уже одночасового кипячения при 65° оказалось достаточно для получения цис-1-ацетил-1-декалола XI, который с трудом дает лишь семикарбазон и не образует 2,4-динитрофенилгидразона.



Эти данные свидетельствуют о том, что углеродная цепочка в соединениях V и XI также заметно экранирована соседним циклогексановым кольцом. Ранее (12) также было замечено резкое отличие в скорости гидратации 9-метил-1-этинил-6-кетодекалолов с противоположной конфигурацией заместителей при C_1 .

Окислением гипобромитом натрия ацетилдекалолов IX, X и XI были

получены отвечающие им стереоизомерные 1-оксидекалинкарбоновые кислоты XII, XIII и XIV:



Более низкий выход кислоты XIII и в этом случае объясняется, вероятно, уже отмечавшейся выше большей затрудненностью углеродной цепочки в транс-1-этинил-1-декалоле II и полученном из него ацетил-1-декалоле X.

При ацетилировании оксидекалинкарбоновых кислот в мягких условиях (кипение с хлористым ацетилом в эфире (¹³)) были выделены лишь ацетаты XV и XVII, тогда как кислота XIII вернулась из реакции неизменной, и ацетат XVI в этих условиях получить не удалось.

Убедившись в легкости ацетилирования гидроксильной группы в ацетиленовых спиртах III и V, а также в оксидекалинкарбоновых кислотах XII и XIV, мы приняли в них экваториальное положение гидроксила, в отличие от транс-1-этинил-1-декалола II, в котором гидроксил, по-видимому, ориентирован аксиально.

Из рассмотрения данных по скорости гидратации изомерных этинилдекалолов II, III и V, по способности продуктов гидратации давать производные по карбонильной группе, по легкости окисления ацетилдекалолов IX, X и XI гипобромитом натрия становится очевидным, что в соединениях с аксиальным расположением гидроксильных групп (II, X, XIII) и боковая цепочка подвергается наибольшим пространственным затруднениям, а в соединениях с экваториально ориентированной окси-группой (III, IX, XII) боковая цепочка оказывается наименее пространственно затрудненной, что, по всей вероятности, связано с разной степенью экранирования ее циклами.

Институт органической химии им. Н. Д. Зелинского
Академии наук СССР

Поступило
21 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ И. Н. Назаров, А. А. Ахрем, ЖОХ, 26, 1186 (1956). ² А. Е. Фаворский, ЖРФХО, 37, 643 (1905); А. А. Коротков, Г. Л. Парфенова, Тр. ВНИИСК, в. 3, 69 (1951); И. Н. Назаров, И. Л. Котляревский и др., ЖОХ, 23, 1900 (1953); Изв. АН СССР, ОХН, 1956, 959, 1370. ³ И. Н. Назаров, Г. П. Верхолетова и др., ЖОХ, 26, 1482 (1956). ⁴ W. Hückel, Lieb. Ann., 441, 1 (1925). ⁵ И. Н. Назаров, Л. Д. Бергельсон, ЖОХ, 22, 449 (1952). ⁶ J. English, G. Cavagliègi, J. Am. Chem. Soc., 65, 1085 (1943). ⁷ D. H. R. Barton, J. Chem. Soc., 1953, 1027. ⁸ D. H. R. Barton, Experientia, 6, 316 (1950); J. Chem. Soc., 1951, 1048. ⁹ W. Hückel, Lieb. Ann., 533, 1 (1937); 533, 128 (1937). ¹⁰ E. L. Eiel, Experientia, 9, 91 (1953). ¹¹ H. Rupe, W. Messnig et al., Helv. Chim. Acta, 11, 449 (1928). ¹² И. Н. Назаров, И. А. Гурвич, ЖОХ, 25, 1723 (1955). ¹³ J. Pascual et al., J. Chem. Soc., 1949, 1943.

XИМИЯ

Академик А. Н. НЕСМЕЯНОВ, А. Е. БОРИСОВ и Н. В. НОВИКОВА

СОХРАНЕНИЕ КОНФИГУРАЦИИ ПРОПЕНИЛЬНОГО РАДИКАЛА
В РЕАКЦИЯХ ЦИС- И ТРАНС-ПРОПЕНИЛЛИТИЯ
С ОКСОСОЕДИНЕНИЯМИ

В предыдущих сообщениях⁽¹⁾ нами было доказано, что реакции электрофильного и гомолитического обмена у олефинового атома углерода, ответственного за цис-, транс-изомерию, протекают с сохранением геометрической конфигурации.

Это было показано на многочисленных обменах металла на металл.

Настоящая работа имела цель исследовать с той же точки зрения элек-трофильное замещение атома металла на атом углерода в реакциях цис- и транс-пропениллития с оксосоединениями.

Изомеры пропениллития были получены действием металлического лития на цис- и транс-изомеры бромистого пропенила в сухом эфире. Оба стереоизомера бромистого пропенила синтезированы дегидробромированием 1,2-дибромпропана⁽²⁾ и после их разделения перегонкой на колонк мощностью в 60 т. т. немедленно вводились в реакцию.

Транс-изомер имел т. кип. 62,5—63°, n_D^{16} 1,4561, а цис-изомер кипел при 57° и имел n_D^{16} 1,4570. Их конфигурации известны⁽³⁾.

При исследовании и.-к. спектра поглощения 15—20% эфирного раствор стереоизомеров пропениллития оказалось, что пропениллитий, полученный из бромистого цис-пропенила, имеет частоты колебания (в см^{-1}): 700; 726; 736; 845; 890; 922; 1028—1185; 1285; 1350; 1390; 1450; 1480; 1562; 1623; 1852; 1874, а пропениллитий, полученный из бромистого транс-пропенила, имеет частоты колебания (в см^{-1}): 736; 845; 890; 922; 975; 1022—1170; 1285; 1302; 1350; 1388; 1450; 1484; 1645; 1960. Характерные частоты колебания для цис-соединений такого типа 700 и 1623 см^{-1} , а для их транс-изомеров 975 и 1645 см^{-1} . На основании этих данных пропениллитий, полученный из бромистого цис-пропенила, нужно считать цис-соединением, а пропениллитий, приготовленный из бромистого транс-пропенила,— транс-соединением.

В эфирный раствор цис- или транс-пропениллития вводили соответствующее количество (из расчета 0,008 моля) кетона или альдегида в 200 мл сухого эфира*. После двухчасового перемешивания и разложения насыщенным раствором хлористого аммония высущенный поташом продукт реакции подвергался перегонке.

Мы исследовали продукты реакции взаимодействия цис- и транс-пропениллития с ацетоном, ацетофеноном, бензофеноном, *n*-хлорбензофеноном, а также с ацетальдегидом и бензальдегидом.

В каждом случае из цис-пропениллития с кетонами мы получали соответствующие третичные и с альдегидами вторичные спирты, обладающие цис-конфигурацией, а транс-пропениллитий реагировал с теми же реагентами, образуя соответствующие транс-соединения.

* Для всех опытов пропениллитий готовили из 10 г (0,008 моля) бромистого пропенила и 1,10 г (0,016 моля) металлического лития в сухом эфире при 5—7°.

Таблица 1

Частоты колебания и, к., спектра поглощения продуктов реакции стереоизомеров пропениллития с алдегидами и кетонами (в см^{-1})

$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}(\text{CH}_3)_2}{\underset{\text{OH}}{ }}$	цис-	640; 660; 700; 770; 790; 900; 1080; 1140; 1280; 1356; 1660
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}(\text{CH}_3)_2}{\underset{\text{OH}}{ }}$	транс-	660; 770; 900; 970; 1090; 1140; 1280; 1370; 1670; 1680
C_6H_5		
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}}{\underset{\text{OH}}{\diagup}}-\text{CH}_3$	цис-	700; 764; 850; 924; 960; 1090; 1124; 1150; 1260; 1370; 1600; 1680; 1900; 1960
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}}{\underset{\text{OH}}{\diagup}}-\text{CH}_3$	транс-	764; 800; 880; 920; 970; 1070; 1124; 1150; 1290; 1370; 1450; 1604; 1680; 1840; 1890; 1960
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}(\text{C}_6\text{H}_5)_2}{\underset{\text{OH}}{ }}$	цис-	640; 670; 700; 740; 850; 924; 990; 1160; 1260; 1300; 1450; 1650
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}(\text{C}_6\text{H}_5)_2}{\underset{\text{OH}}{ }}$	транс-	640; 650; 700; 770; 850; 974; 996; 1160; 1260; 1320; 1360; 1450; 1654
$\text{C}_6\text{H}_4\text{Cl}$		
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}}{\underset{\text{OH}}{\diagup}}-\text{C}_6\text{H}_5$	цис-	640; 660; 700; 760; 840; 930; 1000; 1090; 1130; 1220; 1320; 1400; 1450; 1660
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}}{\underset{\text{OH}}{\diagup}}-\text{C}_6\text{H}_5$	транс-	640; 630; 700; 764; 836; 914; 980; 996; 1090; 1190; 1280; 1380; 1400; 1450; 1660
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}}{\underset{\text{OH}}{\diagup}}-\text{CH}(\text{CH}_3)$	цис-	733; 848; 910; 945; 1019; 1063; 1102; 1135; 1300; 1378; 1400; 1438; 1655; 2900
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}}{\underset{\text{OH}}{\diagup}}-\text{CH}(\text{CH}_3)$	транс-	860; 910; 960; 1022; 1059; 1110; 1147; 1300; 1364; 1398; 1437; 1675; 2900
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}}{\underset{\text{OH}}{\diagup}}-\text{CH}(\text{C}_6\text{H}_5)$	цис-	702; (720—740); 759; 864; 909; (970—986); 1031; 1074; 1106; 1174; 1227; 1379; 1440; 1442; 1449; 1593; 1655; 2900
$\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}-\overset{\text{C}}{\underset{\text{OH}}{\diagup}}-\text{CH}(\text{C}_6\text{H}_5)$	транс-	702; 759; 845; 913; 960; 1004; 1064; 1115; 1191; 1225; 1372; 1440; 1487; 1592; 1661; 2900
$\text{OCOC}_6\text{H}_4\text{NO}_2$	цис-	724; 746; 790; 834; 850; 876; 890; 1012; 1030; 1104; 1161; 1273; 1347; 1529; 1596; 1722
$\text{OCOC}_6\text{H}_4\text{NO}_2$	транс-	719; 792; 836; 874; 899; 965; 1043; 1042; 1108; 1124; 1163; 1288; 1359; 1532; 1600; 1720

Таблица 2

•

Физико-химические константы продуктов реакции стереономеров пропениллития с альдегидами и кетонами

Исходные вещества	Формула $\text{CH}_3\text{CH}=\text{CHLi}$	Альдегид и кетон	Темп. реакции, °C	Продукты реакции		Константы полученных продуктов			Т. пн. нитробен- зоата, °C	Выход, %
				т. кип., °C	давление, в мм	n_{D}^{20}	d_4^{20}	MR найд.		
Цис-	CH_3COCH_3	$\text{CH}_3\text{C}(\text{CH}_3)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	-2	60—61	72	1,4352	0,8435	31,00	30,97	53—54,5
Транс-	CH_3COCH_3	$\text{CH}_3\text{C}(\text{CH}_3)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	0	65—67	72	1,4328	0,8356	31,14	30,97	65—66
Цис-	CH_3COCH_3	$\text{CH}_3\text{C}(\text{CH}_3)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	-5	80—81	3	1,5340	0,9934	50,52	50,51	68
Цис-	$\text{C}_6\text{H}_5\text{COCH}_3$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{C}_6\text{H}_5)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	-2	86	4	1,5329	0,9961	50,53	50,53	67
Транс-	$\text{C}_6\text{H}_5\text{COCH}_3$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{C}_6\text{H}_5)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	0	145	3	1,5901**	1,0757**	70,38	69,94	66
Цис-	$\text{C}_6\text{H}_5\text{COCH}_3$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{C}_6\text{H}_5)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	-2	152—154*	3	1,5860**	1,0704**	70,31	69,94	68,4
Транс-	$n\text{-ClC}_6\text{H}_4\text{COCH}_3$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{n-ClC}_6\text{H}_4\text{CO})=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	0	165	2	1,6010	1,1774	75,28	74,81	63
Цис-	$n\text{-ClC}_6\text{H}_4\text{COCH}_3$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{n-ClC}_6\text{H}_4\text{CO})=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	0	160—162	3	1,5963	1,1708	75,21	75,21	62
Транс-	$\text{C}_6\text{H}_5\text{CHO}$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{C}_6\text{H}_5)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	0	65,5	70	1,4305	0,8476	26,28	26,28	52
Цис-	$\text{C}_6\text{H}_5\text{CHO}$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{C}_6\text{H}_5)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	-5	64—65	74	1,4281	0,8374	26,48	26,48	58
Транс-	$\text{C}_6\text{H}_5\text{CHO}$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{C}_6\text{H}_5)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	-5	101—102	6	1,5400	1,0109	45,98	45,84	56—57
Цис-	$\text{C}_6\text{H}_5\text{CHO}$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{C}_6\text{H}_5)=\text{C}(\text{CH}_3)\text{OH}$	-5	102	5	1,5370	1,0039	46,40	46,40	56
Транс-	$\text{CH}_3\text{C}\equiv\text{C}-\text{CH}_2+\text{H}_2\text{O}$	$\text{CH}_3\text{C}(\text{CH}_2)=\text{C}(\text{CH}_2)\text{OH}$	20	63—65	70	1,4301	0,8472	26,27	26,27	37

Отнесение конфигураций продуктов реакции сделано на основании частот колебания и.-к. спектров поглощения, сведенных в табл. 1*.

Характерными частотами колебания для транс-соединений является область $960-980 \text{ см}^{-1}$ — внеплоскостное колебание C—H, и область частот колебания двойной связи C—C, которая выше у транс-соединений по сравнению с цис-соединениями.

Кроме частот колебания в области C—C-связи, для цис-соединений характерным является наличие частоты колебания в области 700 см^{-1} и полное отсутствие частоты колебания $960-980 \text{ см}^{-1}$.

Следует заметить, что совершенно теми же частотами и.-к. спектра обладают продукты реакции, не подвергавшиеся очистке перегонкой.

Мы воспользовались хорошо известным фактом каталитического присоединения двух атомов водорода к ацетиленовым производным в цис-положение⁽⁴⁾ и отдельно синтезировали цис-изомер 1-метилбутен-2-ол-1 путем частичного гидрирования метилпропенилкарбинола в присутствии никеля Ренея, и тем самым дополнительно подтвердили его конфигурацию.

Цис- и транс-изомеры 1,1-диметилбутен-2-ол-1, 1-метилбутен-2-ол-1 и 1-фенилбутен-2-ол-1 идентифицированы также в виде *n*-нитробензоатов (см. табл. 2).

Таким образом, реакции цис- и транс-изомерных металлоорганических производных олефинов с металлом у олеинового углерода в реакциях с оксокоединениями (так же, как это было показано нами и для реакции карбонизации посредством CO_2)⁽⁵⁾, сохраняют конфигурацию олеинового радикала.

Установленное нами правило сохранения конфигурации олеинового радикала при электрофильном и гомолитическом замещении у олеинового углерода имеет, как этого и следовало ожидать, общее значение.

Поступило
20 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ а) А. Н. Несмеянов, А. Е. Борисов, ДАН, **60**, № 1, 67 (1948); б) А. Н. Несмеянов, А. Е. Борисов, А. Н. Абрамова, Изв. АН СССР, ОХН, **1946**, 647; **1947**, 289; **1948**, 570; в) А. Н. Несмеянов, А. Е. Борисов, В. Д. Вильчевская, Изв. АН СССР, ОХН, **1954**, 1008; г) А. Н. Несмеянов, А. Е. Борисов, Н. А. Волькенау, Изв. АН СССР, ОХН, **1954**, 992; **1956**, 162. ² J. Wislicenus, H. Sandbein, Lieb. Ann., **243**, 325 (1888); M. G. Chavanne, M. Ch. Mougen, C. R., **156**, 1700 (1914). ³ N. B. Наппай, Ch. P. Smith, J. Am. Chem. Soc., **68**, 1005 (1946); M. G. Rogers, J. Am. Chem. Soc., **69**, 1243 (1947); K. S. Hargrave, L. F. Hatch, J. Am. Chem. Soc., **77**, 1682 (1955). ⁴ К. Campbell, B. Campbell, Chem. Rev., **31**, 145 (1942). ⁵ А. Н. Несмеянов, А. Е. Борисов, Н. В. Новикова, ДАН, **96**, № 2, 289 (1954).

* И.-к. спектры поглощения первых четырех цис-транс-изомеров (см. табл. 1) сделаны по нашей просьбе Л. А. Казицыной и Г. А. Руденко (Московский государственный университет), а остальных трех стереоизомеров — В. Н. Сморчковым (Оптическая лаборатория Института элементоорганических соединений АН СССР), за что мы выражаем им свою благодарность.

М. И. РОЗЕНГАРТ и академик Б. А. КАЗАНСКИЙ
**ДЕГИДРОЦИКЛИЗАЦИЯ *n*-ГЕПТАНА НА АЛЮМОХРОМОВЫХ
КАТАЛИЗАТОРАХ**

Одной из особенностей алюмохромовых катализаторов ароматизации парaffиновых углеводородов являются короткие рабочие циклы, обусловленные необходимостью регенерации после нескольких часов работы. Это связано с дезактивацией катализаторов углистыми отложениями («коксом»), образующимися на их поверхности во время рабочего периода.

Наши опыты по дегидроциклизации *n*-гептана показали, что можно приготовить такие катализаторы, которые работали бы непрерывно, без регенерации в течение длительного времени, доходящего до 27 час., обеспечивая средний выход ароматики за этот период в 67 вес. %. После 100 час. работы с периодическими регенерациями продолжительность рабочего периода для них снизилась до 10—12 час. и не изменялась более в течении последующих 115—117 час. работы. После 215—217 час. работы поверхность катализаторов уменьшилась в три, а объем пор в полтора раза. Вместе с тем суммарный выход продуктов реакции и выход толуола на пропущенный через катализатор гептан изменились незначительно. Одной из причин этого явления, как можно предполагать, является то обстоятельство, что в применявшихся нами условиях (515° , объемная скорость $0,3 \text{ час}^{-1}$) реакция дегидроциклизации на активных катализаторах протекает в кинетической, а в диффузионной области. Опыты с образцами катализатора разного зернения подтвердили это предположение.

Экспериментальная часть

Опыты проводились в вертикальной блочной печи, в которой помещались одновременно две реакционные трубки из тугоплавкого стекла с внутренним диаметром 18 мм. В трубку над слоем катализатора вставлялся вкладыш наружного диаметра 15,5 мм из запаянной с обоих концов трубки того же стекла. Температура измерялась хромель-алюмелевой термопарой, горячий спай которой помещался в блоке. Подача гептана осуществлялась с помощью шприца (¹). Продукты реакции собирались в приемнике, охлаждаемом водой, и в соединенной с ним змеевиковой ловушке, помещенной в сосуд Дьюара со смесью сухого льда и ацетона.

Продажный эталонный гептан обрабатывался, как обычно, конц. серной кислотой, а затем перегонялся на колонке эффективностью в 24 т. Полученный гептан имел следующие константы: т. кип. $98,4^\circ/760 \text{ мм}$ $n_D^{20} 1,3878$, $d_4^{20} 0,6834$.

Алюмохромовые катализаторы, промотированные ионом калия, имели одинаковый состав (окиси хрома 15, окиси алюминия 82, окиси кали 3 мол. %), несколько отличаясь способом приготовления. Катализаторы 149 и 162 применялись в зернах диаметра 3—5 мм, катализатор 187 в зернах диаметра 0,5—1 мм и 3—5 мм.

Содержание ароматики в катализатах рассчитывалось по показателю преломления на основании кривой зависимости показателя преломления смесей гептан-толуола от их состава, а в некоторых случаях определялось дисперсиометрически. Многочисленные анализы катализаторов, полученных ароматизацией индивидуальных углеводородов (*n*-гексан-*n*-гептан, *n*-окта-

циклогексан, метилциклогексан) на разных катализаторах в процессе наших исследований, подтвердили достаточную точность рефрактометрического способа определения ароматики. Как было выяснено нами, разница в содержании ароматики, определенном по показателю преломления и дисперсионетрически с учетом непредельных по бромным числам, была менее 5%, если бромное число в случае гептана не превышало 15.

Длительные испытания катализаторов* (катализатор 149 испытывался в течение 217 час., катализатор 162 — в течение 215 час.) проводились с 20 мл катализатора при 510°. Показатель преломления и выход определялись для катализаторов, собранных за 4 часа. Катализаторы регенерировались после того, как показатели преломления катализаторов, собранных за 4 часа, падали до 1,4500 или несколько ниже. Регенерация воздухом проводилась при температуре опыта, отмечаемой термопарой в блоке; до регенерации и после нее катализатор в течение 5 мин. продувался азотом. Для активации свежезагруженных катализаторов требуется провести 1—3 двух часов опыта с последующими регенерациями, после чего катализатор приобретает высокую активность. В табл. 1 приведены результаты некоторых

Таблица 1

Ароматизация *n*-гептана на катализаторах 149 (серия опытов 380) и 162 (серия опытов 382) при 515° и объемной скорости 0,3 час⁻¹

№ опыта	Время рабо- ты, час.	Свойства ката- лизаторов, соб- ранных за 4 часа				№ опыта	Время рабо- ты, час.	Свойства ката- лизаторов, соб- ранных за 4 часа					
		Выход, вес. % (считая на <i>n</i> -C ₇ H ₁₆)						Выход, вес. % (считая на <i>n</i> -C ₇ H ₁₆)					
		<i>n</i> ²⁰ <i>D</i>	Бром- ное число	катали- зата	арома- тики			<i>n</i> ²⁰ <i>D</i>	Бром- ное число	катали- зата	арома- тики		
Катализатор 149													
6	1—4	1,4680	10,1	84	67	5	4	1—4	1,4843	4,1	79	73	2
	5—8	1,4685	10,9	87	70	6	5—8	1,4882	3,6	79	75	2	
	9—12	1,4659	9,6	86	68	5	9—12	1,4796	6,0	84	74	3	
13—16	1,4704	13,9	77	64		7	13—16	1,4756	7,9	81	68	4	
17—20	1,4580	19,0	77	55		9	17—20	1,4703	8,6	81	65	4	
							21—24	1,4645	10,8	76	59	5	
							25—27	1,4529	13,3	83	55	7	
		Среднее		65									
8	1—4	1,4735	—	78	65								
	5—8	1,4768	—	76	66		7	1—4	1,4739	—	85	67	
	9—11	1,4547	—	85	58			5—8	1,4632	—	84	71	
								9—12	1,4535	—	82	64	
		Среднее		63									
15	1—4	1,4571	8,8	94	66	5							
	5—8	1,4601	9,8	91	67	5							
	9—10	1,4492	12,5	82	52	6	10	1—4	1,4681	5,6	78	63	3
								5—8	1,4650	8,0	82	64	4
		Среднее		64				9—12	1,4480	12,2	78	48	6
		Среднее		58									

опытов с продолжительными рабочими периодами, опытов с теми же катализаторами после того, как продолжительность рабочих периодов снизилась, а также заключительных опытов испытания катализаторов 149 и 162.

Как видно из табл. 1, катализатор 149 в опыте № 6 сохранял высокую активность в течение 20 час. непрерывной работы без регенерации; средний выход ароматики за этот период составил 65%, считая на пропущенный гептан. В дальнейшем рабочий период сократился до 10—11 час., а выход

* В проведении длительных круглосуточных испытаний принимали участие О. Д. Стерлигов, П. С. Павлова, А. А. Фролов, В. А. Оводова, Г. С. Тайц, Т. В. Васина. В этом и в ряде других разделов работы принимала участие З. Ф. Кузнецова.

ароматики — до 63%. Рабочий период катализатора 162 в опыте № 4 составил 27 час. при среднем выходе ароматики в 67%. Затем рабочий период катализатора, как и в предыдущем случае, сократился до 12 час., а средний выход ароматики при этом упал до 58%. Содержание непредельных в катализатах, как это видно по бромным числам, невелико и меняется незначительно, возрастаая в конце рабочего периода одновременно с падением выхода ароматики.

Результаты разгонки и анализа катализаторов, полученных с катализатором 149 в начале, в середине и в конце его работы, также указывают на систематическое снижение содержания толуола в процессе испытания с 71 вес.% для смеси катализаторов первых шести опытов до 69% для смеси катализаторов последних пяти опытов. Одновременно образуется небольшое количество бензола (около 3%). Содержание органических веществ в катализаторах 149 и 162 после 8-часового рабочего периода и последующей продувки азотом в течение 20 мин. при температуре опыта составило 4%. Содержание органических веществ в катализаторе 149 было определено как в процессе его испытания по анализу газов, отходящих при регенерации, так и сожжением образца, отобранного в конце испытания, в катализаторе 162 — только последним методом*.

Измерение поверхности катализаторов 149 и 162 было проведено по адсорбции паров бензола из потока воздуха по методу, описанному для окисных катализаторов А. М. Рубинштейном и А. В. Афанасьевым (2). Оказалось, что поверхность катализатора 149 уменьшилась в течение всего периода испытания с 14 регенерациями с 217 до 69 м²/г, а катализатора 162 (9 регенераций) с 332 до 107 м²/г. Объем пор катализатора 162, рассчитанный по адсорбции паров бензола в экскаторе над чистым бензолом, изменился с 0,265 до 0,175 см³/г. Такое изменение физической структуры наших катализаторов характерно для окиси алюминия или катализаторов, приготовленных на ее основе, подвергшихся воздействию высокой температуры иногда в сочетании с парами воды (3, 4), которая могла образоваться в первые моменты регенерации и в начале опытов после регенерации.

Опыты с двумя образцами катализатора 187 разного зернения проводились с разными объемными скоростями при 510° по 4 часа с последующими регенерациями. Варьирование объемной скорости достигалось изменением количества загружаемого в трубку катализатора (2,11; 4,39 и 8,78 г) при

Таблица 2

Ароматизация гептана при 510° на катализаторе 187 при продолжительности опыта 4 часа и скорости пропускания гептана 6,5 мл в час

№ опыта	Вес катализатора, г	Весовая скорость, час ⁻¹	n_D^{20} катализата	Бромное число катализата	Выход, вес. % (на C ₇ H ₁₆)		№ опыта	Вес катализатора, г	Весовая скорость, час ⁻¹	n_D^{20} катализата	Бромное число катализата	Выход, вес. % (на C ₇ H ₁₆)		
					катализатора	ароматики непредельных						катализатора	ароматики непредельных	
Зерна 0,5—1 мм														
414 ¹	8,78	0,48	1,4424	14,4	78,45	6,9	413 ¹	8,78	0,50	1,4417	18,3	76	43	8,5
414 ²	8,78	0,48	1,4452	—	79,47	—	413 ²	8,78	0,50	1,4389	—	79	42	—
421	4,39	1,08	1,4277	16,5	88,39	8,9	417	4,39	1,09	1,4183	19,7	91	31	11,0
423	4,39	1,16	1,4270	16,8	89,38	9,2	424	4,39	0,97	1,4175	—	93	31	—
425	2,11	2,25	1,4089	17,2	96,24	10,1	426	2,11	2,08	1,4038	—	96	18	—
					427	2,11	427	2,11	2,08	1,4058	16,1	94	19	9,5
Зерна 3—5 мм														

* Определение органических веществ по сожжению было проведено в лаборатории микроанализа Института органической химии АН СССР, руководимой В. А. Климовой.

одинаковой скорости пропускания гептана (6,5 мл/час). В параллельных опытах с образцами разного зернения в обе трубы каждый раз загружались одинаковые навески катализаторов. Так как насыпной удельный вес ситовой фракции 0,5—1 мм катализатора 187 был равен 1,02, а ситовой фракции 3—5 мм равнялся 0,88, то объемные скорости в параллельных опытах различались; однако весовые скорости, т. е. количество, выраженное в граммах, жидкости, пропускаемой через грамм катализатора в час, в параллельных опытах было практически одинаковым. Результаты этих опытов приведены в табл. 2 и на рис. 1.

С увеличением весовой скорости гептана от 0,5 до 2,15 час⁻¹ выход катализата возрастил в параллельных опытах с катализаторами разного зернения практически одинаково с 78 до 96%; выход ароматики на катализаторе зернения 0,5—1 мм при этом уменьшился с 46 до 24%, а на образце зернения 3—5 мм выход ароматики изменился от 42,5 до 18,5%. Обе кривые зависимости выхода ароматики от весовой скорости гептана идут в одном направлении, кривая для более крупного образца лежит ниже. Выход непреленных увеличился в первом случае с 6,9 до 10,1%, во втором — с 8,5 до 9,5%.

Из полученных результатов следует, что величина зерна катализатора влияет на выход ароматики. Согласно существующим воззрениям (⁵⁻⁷), зависимость выхода продуктов реакции от величины зерна катализатора является доказательством того, что реакция протекает в так называемой диффузионной области, т. е. на ее скорость влияет диффузия компонентов реакционной смеси. Следовательно, реакция ароматизации гептана на промотированном алюмохромовом катализаторе протекает в диффузионной области.

Следует отметить в этой связи, что влияние величины зерна катализатора было отмечено также для реакций дегидрогенизации на алюмохромовом катализаторе *n*-бутана (⁸) и циклогексана (⁹). Это явление, общее, как мы видим, для разных реакций насыщенных углеводородов на алюмохромовых катализаторах, объясняется, по-видимому, тем, что при относительно высоких температурах (450—550°), при которых протекают эти превращения на окисных катализаторах, скорости реакций становятся равными или превосходят скорости диффузии углеводородов в катализаторе.

Институт органической химии
им. Н. Д. Зелинского
Академии наук СССР

Поступило
26 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. М. Левит, Л. Х. Фрейдлин, Зав. лаб., **16**, 244 (1950). ² А. М. Рубинштейн, В. А. Афанасьев, Изв. АН СССР, ОХН, 1956, 1294. ³ И. Е. Неймарк, И. Х. Фрейдлин, А. И. Растрененко, Н. В. Борунова, Изв. АН СССР, ОХН, 1956, 784. ⁴ Л. Х. Фрейдлин, А. А. Баландин, Н. В. Борунова, А. Е. Агрономов, Изв. АН СССР, ОХН, 1956, 913. ⁵ В. А. Ройтер, Хим. наука и пром., 2, 210 (1957). ⁶ Г. К. Боресков, Катализ в производстве серной кислоты, 1954, стр. 66—87. ⁷ Э. Уилер, Сборн. Катализ, вопросы теории и методы исследования, ИЛ, 1955, стр. 479—563. ⁸ R. W. Blue, V. C. Holt et al., Ind. and Eng. Chem., **44**, 710 (1952). ⁹ R. B. Weisz, E. W. Swegle, J. Chem. Phys., **59**, 823 (1955).

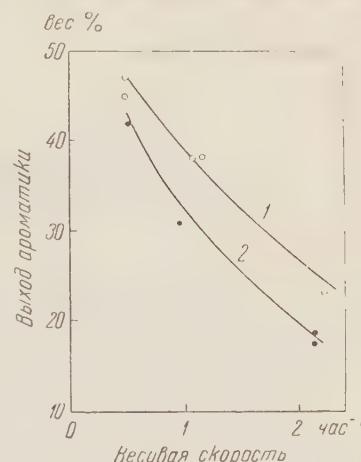


Рис. 1. Ароматизация гептана на катализаторе 187 с разным диаметром зерна (1—0,5—1 мм, 2—3—5 мм) при 510° и разных весовых скоростях

Академик А. В. ТОПЧИЕВ и Л. А. АЛЯВДИНА

**ПОЛИМЕРИЗАЦИЯ ИЗОБУТИЛЕНА ПРИ ДЕЙСТВИИ
ФТОРИСТОГО БОРА, АДСОРБИРОВАННОГО НА СИЛИКАГЕЛЕ**

В настоящем сообщении излагаются результаты исследования полимеризации изобутилена в присутствии фтористого бора на силикагеле; оно было осуществлено нами впервые (1) с получением низкомолекулярных полимеров изобутилена, т. е. дизобутиленов и триизобутиленов.

В работе исследовалась зависимость конверсии изобутилена и фракционного состава полимера от объемной скорости, температуры, продолжительности работы катализатора и количества фтористого бора, адсорбированного на силикагеле.

Полимеризация изобутилена изучалась при температурах 20, 70, 100 и 150° при скорости подачи изобутилена 6 и 30 л/час, или с объемной скоростью 60 и 300 час⁻¹. Опыты проводились при атмосферном давлении.

Фтористый бор получался при повышенной температуре взаимодействием 1 вес. части B_2O_3 , 2 вес. частей CaF_2 и 10 вес. частей 5% олеума. Для удаления следов воды и фтористого водорода фтористый бор пропускался через промывалку с серной кислотой и борным ангидридом. При катализической дегидратации изобутилового спирта (т. кип. 107°) на окиси алюминия при 400° получался изобутилен, содержащий 98% непредельных.

Полимеризация изобутилена проводилась в реакторе длиной 40 см, диаметром 2,6 см с электрообогревом. На выходе из реактора присоединялась трубка длиной 12 см, заполненная кусочками $NaOH$, для улавливания фтористого бора и предотвращения полимеризации вне реактора.

Для каждого опыта было взято 100 см³ (или 45 г) сухого силикагеля марки ШСК, на котором при 150° адсорбировалось 3,5—4 г фтористого бора и 50 л изобутилена. Катализатор — фтористый бор на силикагеле помещался в реактор, в который затем пропускался изобутилен из газометра. При адсорбции фтористого бора силикагелем образцы доводились до постоянного веса. В опытах при 20° реактор охлаждался водой. Собранный полимер промывался, сушился и разгонялся на колонке.

Таблица 1

Характеристика опыта	Колич. изобутилена, л	Объемная скорость, час. ⁻¹	Конверсия, %	T-ра, °C	Колич. BF_3 , г	d_{4}^{20}	n_D^{20}	Октановое число
Без подачи BF_3	50	60	97	20	13	0,7940	1,4471	84
	50	60	97	20	3,5	0,7790	1,4405	
	50	60	95,5	70	4	0,7581	1,4309	
	50	60	86	100	3,5	0,7412	1,4233	
	50	300	32	100	3,5	0,7331	1,4190	
	50	60	65	150	4	0,7376	1,4195	85
С подачей BF_3	50	60	30	150	5	0,7165	1,4120	

Рис. 1 показывает, что при объемной скорости 60 час⁻¹ с ростом температуры конверсия изобутилена уменьшается с 97 до 65 %. Очевидно, поверхность силикагеля при 150° удерживает фтористый бор менееочно, чем при 20, 70 и 100°. Количество фракции > 185° с повышением температуры также падает с 52 до 8 %, а фракция 98—126° растет и доходит до 37 %.

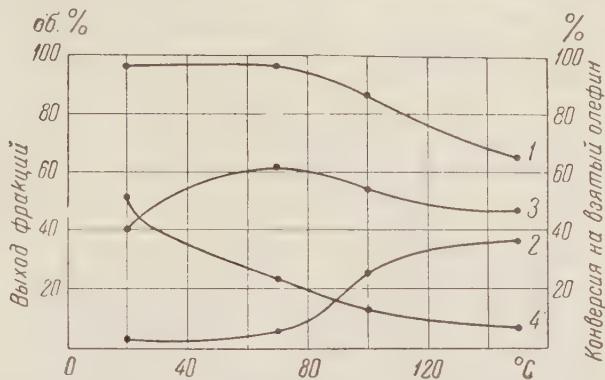


Рис. 1. Влияние температуры на конверсию изобутилена (1) и на выход фракций полимера при объемной скорости 60 час⁻¹ с катализатором BF_3 на силикагеле.
Фракции: 2—98—126°; 3—170—185°; 4—>185°

Таким образом, при более высокой температуре полимер получается более легкий, что подтверждается также табл. 1, где приведены физические константы полученных полимеров.

На рис. 2 представлены кривые фракционных разгонок двух полимеров. Первый, полученный с катализатором 13 г BF_3 (адсорбция при 20°), значительно тяжелее второго полимера, полученного с 3,5 г BF_3 на силикагеле (см. табл. 1). Следовательно, с увеличением количества фтористого бора на силикагеле процесс полимеризации идет более глубоко.

На рис. 3 видно, что полимер, образовавшийся при объемной скорости 300 час⁻¹, содержит фракции 98—126° на 11 % больше, фракции 170—185° на 9 % меньше и фракции > 185° на 5 % меньше по сравнению с полимером, полученным при объемной скорости 60 час⁻¹.

Из приведенного материала следует, что с увеличением объемной скорости или с уменьшением времени контакта со фтористым бором степень полимеризации изобутилена будет снижаться.

Полимеризация изобутилена изучалась также при 150° с подачей фтористого бора из молекулярного соединения $\text{K}_2\text{SO}_4 \cdot \text{BF}_3$, впервые (2) нами примененного для данной реакции. Это соединение получалось (3) при действии фтористого бора на прокаленную соль K_2SO_4 при 235°. Образцы доводились до постоянного веса.

В каждом опыте применялось 45 г силикагеля, 50 л изобутилена и 17,8 г $\text{K}_2\text{SO}_4 \cdot \text{BF}_3$, содержащие 5 г фтористого бора. В реактор помещался силикагель, а затем из газометра пропускался изобутилен с объемной скоростью 60 час⁻¹ и подавался фтористый бор из $\text{K}_2\text{SO}_4 \cdot \text{BF}_3$, подвергавшегося разложению на K_2SO_4 и BF_3 при 360—390° в печи с электрообогревом.

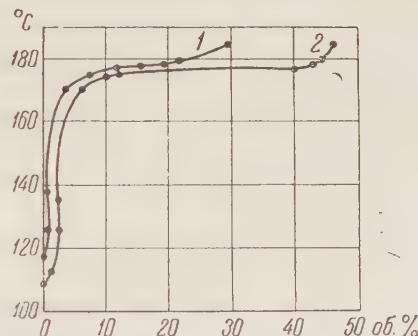


Рис. 2. Фракционный состав полимера изобутилена, полученного при 20° и объемной скорости 60 час⁻¹, в зависимости от количества BF_3 на силикагеле: 1—13 г; 2—3,5 г

Физико-химические константы полученного полимера: d_4^{20} 0,7165, n_D^2 1,4120, бромное число 132, мол. вес 119,7, непредельных 98,7% (мол. вес определялся криоскопическим методом). Из табл. 1 видно, что полимер полученный с подачей фтористого бора, более легкий по сравнению с полимером, полученным без подачи фтористого бора.

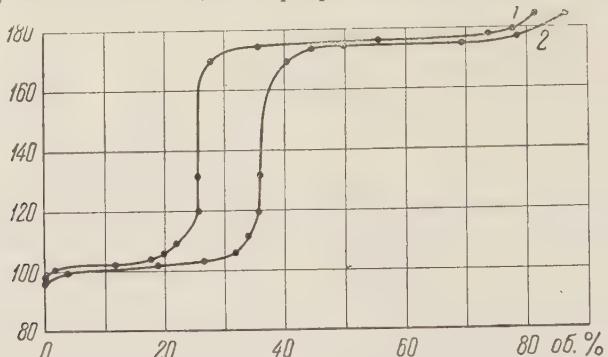


Рис. 3. Зависимость фракционного состава полимера изобутилена от объемной скорости с катализатором BF_3 на силикагеле при 100° : 1—60 час $^{-1}$; 2—300 час $^{-1}$

В табл. 2 сообщаются результаты спектрального анализа некоторых фракций полимеров, которые исследовались по методу комбинационного рассеяния света.

Таблица 2

Катализатор	T-ра, $^\circ\text{C}$	Ось- смн. скорость, час $^{-1}$	Фрак- ция, $^\circ\text{C}$	Химический состав	Т. кип. по лит. данным (4), $^\circ\text{C}$
BF_3 на си- ликали	20	60	98—106	2,4,4- trimetilpenten-1 2,4,4- trimetilpenten-2	101,36 104,85
	20	60	108—120	3,4,4- trimetilpenten-2 2,3,4- trimetilpenten-2 2,3,4- trimetilpenten-1	112,3 116,26 117,15
	150	60	98—106	2,4,4- trimetilpenten-1 2,4,4- trimetilpenten-2	101,36 104,85

Данные табл. 2 показывают, что процесс полимеризации изобутилена сопровождается изомеризацией, в результате которой появляются 3,4,4- trimetilpenten-2, затем 2,3,4-trimetilpenten-2 и 2,3,4-trimetilpenten-1.

Продолжительность работы катализатора исследовалась при 20° и 100° с объемной скоростью 60 час $^{-1}$. В первом случае адсорбция фтористого бора на силикагеле проводилась при 20° . Полученный катализатор состоял из 14 г BF_3 на 45 г силикагеля. Для опыта, продолжавшегося 158,3 час., было взято 1038 л изобутилена.

Рис. 4 показывает очень высокую конверсию изобутилена, от 98 до 90% в конце опыта. За 158,3 час. работы было получено 2217 г полимера при средней конверсии 94,7%. Физические константы полимера (средняя проба): d_4^{20} 0,7682, n_D^{20} 1,4335, октановое число 85. Октановое число определялось моторным методом на установке «Вокеш».

Продолжительность работы катализатора изучалась также при 100° . Катализатор состоял из 7,5 г фтористого бора на 45 г силикагеля (адсорбция при 100°). Для данного исследования, продолжавшегося 33,3 часа, было взято 200 л изобутилена. При средней конверсии 74,3% было получено

335 г полимера. Физические константы полимера, полученного в конце эксперимента: d_4^{20} 0,7422, n_D^{20} 1,4238.

Из изложенного следует, что катализатор фтористый бор на силикагеле продолжительное время является активным и эффективно работает при

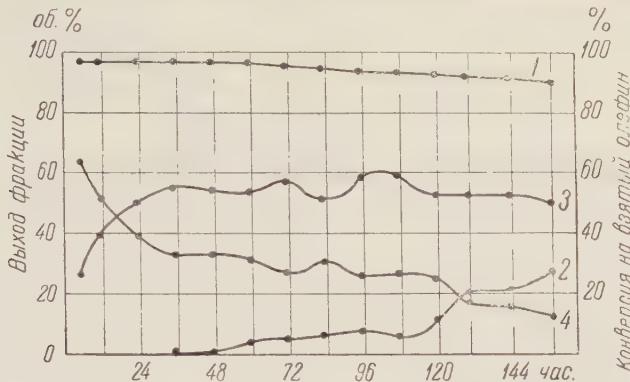


Рис. 4. Конверсия изобутилена (1) и выход фракций полимера в зависимости от продолжительности работы катализатора BF_3 на силикагеле при 20° и объемной скорости 60^{-1} . Фракции: 2—100—126°; 3—170—185°; 4—>185

100° . Высокая конверсия изобутилена в конце исследования при 20° доказывает возможность очень длительной и эффективной работы исследованного катализатора после 158,3 час. работы без его регенерации.

Поступило
2 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. В. Топчиев, Л. А. Алявдина, И. А. Страхов, Авт. свид. № 9699. (15 VII 1952). ² А. В. Топчиев, Л. А. Алявдина, Б. М. Тумерман, Авт. свид. № 72392 (28 X 1947). ³ Р. Baumgarten, H. Nennig, Begr., **72**, 1743 (1939). ⁴ Р. Д. Оболенцев, Физические константы углеводородов жидких топлив и масел, М.—Л., 1953.

А. А. ВОСКРЕСЕНСКИЙ

АДСОРБЦИЯ АММИАКА НА ГРАФИТИРОВАННОЙ САЖЕ

(Представлено академиком М. М. Дубининым 2 XII 1957)

Как известно, адсорбция паров воды на углеродных адсорбентах обладает рядом специфических особенностей, проявляющихся в своеобразной форме изотермы адсорбции. Систематическое исследование этого вопроса⁽¹⁾ привело к выводу, что указанные особенности обусловлены способностью адсорбированных молекул воды образовывать ассоциативные комплексы в результате возникновения водородных связей. Если такое представление верно, то можно ожидать, что и другие вещества, для которых, подобно воде, энергия связи при адсорбции на углеродных адсорбентах невелика, а тангенциальные взаимодействия в адсорбционном слое вследствие проявления водородных связей весьма значительны, будут характеризоваться аналогичной формой изотермы адсорбции. В связи с этим еще несколько лет тому назад в нашей лаборатории было предпринято изучение адсорбции паров аммиака на углеродных адсорбентах при температурах, близких к его температуре кипения. Предварительные опыты, проведенные с прокаленной сажей, позволили установить наличие в этом случае вогнутой изотермы адсорбции и, таким образом, в основном подтвердили справедливость этой точки зрения. К аналогичному выводу приводят также работы Биба и Делла⁽²⁾. Однако в то время, как в соответствии с цитированным представлением величины адсорбции и формы изотерм адсорбции водяного пара на углеродных адсорбентах резко зависят от степени окисленности поверхности этих последних, для случая адсорбции аммиака обратимые вогнутые изотермы наблюдаются только на сажах, прокаленных при высокой температуре. Так, по данным Биба и Делла⁽²⁾, адсорбция аммиака на саже сферон-6, прокаленной при 1000°, необратима: в начальной части десорбционная ветвь изотермы располагается выше адсорбционной; напротив, адсорбция аммиака на той же саже, прокаленной при температуре 2700°, протекает обратимо во всем интервале относительных давлений. Итак, всего сказанного следует, что простое перенесение представлений, развитых для адсорбции воды, на случай адсорбции аммиака на углеродных адсорбентах — невозможно.

Ниже излагаются результаты измерения адсорбции паров аммиака при температуре — 36,3° на канальной ухтинской саже, предварительно прокаленной 2 часа при температуре 1700° в токе водорода. Выбор сажи и режима ее предварительной обработки были продиктованы стремлением получить углеродный адсорбент со сравнительно однородной поверхностью. Удельная поверхность подготовленной сажи была измерена по методу низкотемпературной адсорбции азота и оказалась равной 100 м²/г. Все измерения были проведены на стандартной объемной установке, принятой в нашей лаборатории. Температура адсорбента поддерживалась постоянной с точностью ± 0,1° при помощи криостата, описанного Г. Г. Муттиком⁽³⁾. Аммиак был получен многократной низкотемпературной разгонкой концентрированного водного раствора аммиака с последующей осушкой над металлическим натрием.

На рис. 1 показана полученная нами изотерма адсорбции аммиака на

аналогичной саже при температуре $-36,3^{\circ}$. В левом верхнем углу изображен начальный участок той же изотермы в увеличенном масштабе. Во всей области относительных давлений адсорбции полностью обратима.

Принимая для аммиака размер площадки на одну молекулу $\omega = 13,1 \text{ \AA}^2$, получаем емкость монослоя $a_m = 1,27 \text{ мМ/г}$. Другими словами, вплоть до точки A на рис. 1 адсорбция, по-видимому, является мономолекулярной, точка A примерно соответствует переходу к полимолекулярной адсорбции.

Сопоставление полученной изотермы на рис. 1 с хорошо известными из литературы изотермами адсорбции паров воды на аналогичных адсорбентах приводит к следующему выводу.

Хотя в обоих случаях изотермы адсорбции в мономолекулярной области являются вогнутыми, в их форме имеются и существенные различия. Изотермы адсорбции воды характеризуются наличием области весьма крутого подъема, отсутствующего на изотермах адсорбции аммиака. В случае воды с уменьшением степени окисленности поверхности область крутого подъема смещается в направлении роста относительного давления, причем величины адсорбции при более низких давлениях остаются крайне малыми. Как уже указывалось, при адсорбции аммиака на сажах с различной степенью окисленности не наблюдается сдвига изотермы в сторону больших относительных давлений с уменьшением количества поверхностных окислов, являющихся первичными адсорбционными центрами для адсорбции молекул воды (4).

Кроме того, как это видно из рис. 1, при адсорбции аммиака на углеродных адсорбентах даже при сравнительно малых давлениях величины адсорбции оказываются еще довольно значительными. Эти особенности могут быть объяснены тем, что вследствие большей поляризуемости молекулы аммиака по сравнению с молекулой воды энергия взаимодействия с поверхностью решетки графита для аммиака оказывается большей, чем для воды, тогда как энергия водородной связи больше для воды.

Как было показано Берингом и Серпинским (5), преобладание тангенциальных сил притяжения, независимое от конкретного механизма взаимодействия, всегда должно приводить к изотермам адсорбции, вогнутым в начальной области. Для описания вогнутой части изотермы адсорбции паров воды на углеродных адсорбентах Дубинин и Серпинский (4) вывели уравнение

$$a = \frac{a_0 ch}{1 - ch}, \quad (1)$$

в котором a — адсорбция, h — относительное давление паров воды, c и a_0 — константы, причем a_0 означает число «первичных» адсорбционных центров, которыми являются молекулы хемосорбированного кислорода.

На рис. 2 видно, что в интервале относительных давлений от 0,1 до 0,45

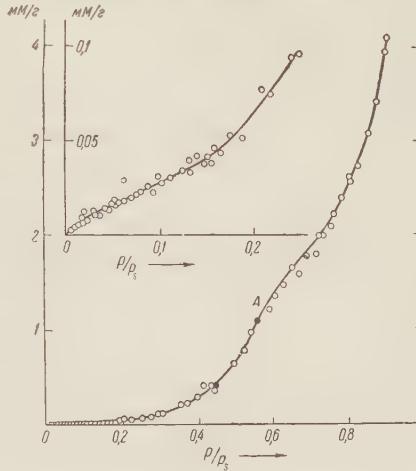


Рис. 1

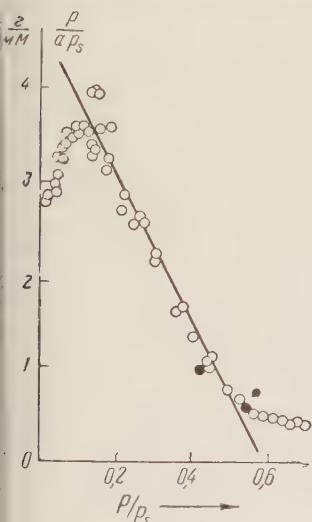


Рис. 2

в адсорбционном слое, независимое от конкретного механизма взаимодействия, всегда должно приводить к изотермам адсорбции, вогнутым в начальной области. Для описания вогнутой части изотермы адсорбции паров воды на углеродных адсорбентах Дубинин и Серпинский (4) вывели уравнение

$$a = \frac{a_0 ch}{1 - ch}, \quad (1)$$

в котором a — адсорбция, h — относительное давление паров воды, c и a_0 — константы, причем a_0 означает число «первичных» адсорбционных центров, которыми являются молекулы хемосорбированного кислорода.

На рис. 2 видно, что в интервале относительных давлений от 0,1 до 0,45

наши данные могут быть описаны уравнением вида (1), хотя, как указывалось выше, адсорбция аммиака на углеродных адсорбентах нечувствительна к количеству хемосорбированного кислорода. Поэтому ниже мы сделаем попытку показать, что к тому же виду зависимости между a и h , как и в уравнении (1), можно прийти, не делая предположения о наличии первичных адсорбционных центров на поверхности адсорбента.

Будем исходить из предположения, что даже на вполне однородной поверхности в мономолекулярном адсорбционном слое вследствие проявления водородных связей образуются двумерные адсорбционные комплексы различного размера. Другими словами, предположим, что в результате адсорбции отдельные неассоциированные молекулы могут образовывать комплексы из двух молекул, двойные комплексы могут переходить в тройные и т. д.

Обозначим через θ общую долю заполнения поверхности адсорбированным веществом, а через $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$ — степени заполнения поверхности комплексами из одной, двух, трех и т. д. молекул. Очевидно, что

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots + \theta_n + \dots \quad (2)$$

Обозначим через k'_n константу скорости образования (путем адсорбции) комплекса из n молекул, а через k''_n , соответственно, константу скорости распада (путем десорбции) такого комплекса. Примем далее, что $k'_2 = k'_3 = k'_4 = \dots$ и что $k''_2 = k''_3 = k''_4 = \dots$; из общих физических соображений очевидно, что $k'_1 \neq k'_2$ и что $k''_1 \neq k''_2$.

Если считать, как это делается обычно в аналогичных случаях, что при равновесии скорость адсорбции на комплексах из $(n - 1)$ молекул равна скорости десорбции из комплексов в n молекул, то легко получить

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{k'_1}{k''_1} (1 - \theta) h, \\ \theta_2 &= \frac{k'_2}{k''_2} \theta_1 h = \frac{k'_1}{k''_1} \frac{k'_2}{k''_2} (1 - \theta) h^2, \\ \theta_3 &= \frac{k'_3}{k''_3} \theta_2 h = \frac{k'_1}{k''_1} \left(\frac{k'_2}{k''_2} \right)^2 (1 - \theta) h^3, \\ &\dots \dots \dots \\ \theta_p &= \frac{k'_p}{k''_p} \theta_{p-1} h = \frac{k'_1}{k''_1} \left(\frac{k'_2}{k''_2} \right)^{p-1} (1 - \theta) h^p \end{aligned} \quad (3)$$

Вводя для краткости обозначения $k'_1/k''_1 = c'$ и $k'_n/k''_n = c''$ и складывая почленно уравнения (3), получим

$$\theta = \Sigma \theta_i = c' (1 - \theta) h [1 + c'' h + (c'' h)^2 + \dots + (c'' h)^n] \quad (4)$$

Производя вычисление геометрической прогрессии в правой части уравнения (4) при $n \rightarrow \infty$, мы приходим к окончательному выражению

$$\theta = \frac{a}{a_m} = \frac{c' h}{1 - (c'' - c') h}, \quad (5)$$

где a_m — емкость монослоя. Очевидно, что уравнение (5), в основе вывода которого не содержится предположение о наличии на поверхности адсорбента первичных адсорбционных центров, по форме аналогично уравнению (1).

Выражаю благодарность В. В. Серпинскому и Б. П. Берингу за неизменный интерес и помощь в работе.

Институт физической химии
Академии наук СССР

Поступило
22 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. М. Дубинин, Исследование в области адсорбции газов и паров углеродным адсорбентами, М., 1956. ² Р. А. Вебб, R. M. Dell, J. Phys. Chem., 59, 754 (1955).
- ³ К. В. Чмутов, Техника физико-химического эксперимента, 1954, стр. 72. ⁴ М. М. Дубинин, В. В. Серпинский, ДАН, 99, 1034 (1954). ⁵ Б. П. Беринг, В. В. Серпинский, Пробл. кинетики и катализа, Изд. АН СССР, 7, 1949, стр. 383.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

П. Г. ИВАНОВ и академик А. А. БАЛАНДИН

**О ТЕРМИЧЕСКОЙ ИОНИЗАЦИИ ВОДОРОДА И УГЛЕВОДОРОДОВ
В ПРИСУТСТВИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КАТАЛИЗАТОРОВ**

Известно, что газы, адсорбирующиеся нагретыми металлическими поверхностями или растворяющиеся в металле, ионизируются и сообщают поверхности металла характерный для каждого из последних устойчивый и воспроизводимый электрохимический потенциал (см., например, ⁽¹⁾). Было установлено, что заряд металлических поверхностей может быть снят при откачке газа; он может быть снят и путем проведения химических реакций, например путем сжигания водорода кислородом. Установлено, что адсорбция и десорбция газов металлом сопровождаются изменением его электрохимического потенциала.

Наши опыты имели целью прямое обнаружение появления заряженных частиц в газовой фазе в присутствии металлических поверхностей, обладающих катализитическими свойствами (прибор см. на рис. 1). Дисковые электроды *a* и *a'* из того металла, который может служить катализатором, навинчивались на стержни *b* и *b'*, впаянные в надежно пришлифованные на концах основной трубы колпаки. К концам этих стержней присоединялся электростатический вольтметр *v* или другой прибор, достаточно чувствительный для измерения слабых электрических токов. Диаметр трубы 3,8 см, длина 70 см. Маленькая электрическая печь *g*, длиной 8 см, позволяла нагревать до 520° электроды, расположенные в трубке, а также газ около них. При обогреве печи свободные концы трубы оставались холодными. Было доказано, что ток по стенкам не проходил, так как, во-первых, при изменении длины холодной части трубы в разных приборах результаты не менялись и, во-вторых, сила тока зависела от природы электродов (см. дальше). Расстояние между электродами равнялось 20 мм. Температура измерялась термометром *d* молибденового стекла со шкалой до 510°, который нижней своей частью опирался на верхний дисковый электрод и зажимами прикреплялся к стержню *b*. Применение молибденового стекла давало возможность проводить опыты в интервале температур 20—510°. С кварцевым стеклом при нагревании наблюдалась диффузия ионов водорода.

Перед опытами прибор откачивался до 10^{-4} мм рт. ст. При проведении опытов с насыщенными парами органических жидкостей, последние помещались в трубку *e*, где производилось их обезгаживание, а впоследствии замораживание на время, пока в приборе создавался вакуум. Жидкости подогревались до 25°, и затем их пары переводились в трубку. После выравнивания давления разрядная трубка отключалась (кран *ж*), и во время постепенного повышения температуры измерялась скорость разрядки заряженного до 150 в электростатического вольтметра в типа С-91, к которому без внешнего сопротивления были присоединены провода от электродов. Время

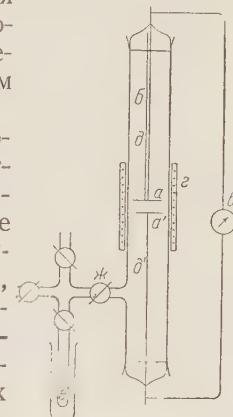


Рис. 1. Схема прибора

измерялось по хорошему секундомеру. По скорости разрядки вольтметра можно было судить о степени ионизации газа и паров, находящихся в межэлектродном пространстве. Опыты с водородом ставились при 1 атм.; водород был электролитический, прошедший очистку. Электроды были из палладия, алюминия и меди, поверхность каждого из них равнялась 6 см².

Палладий предварительно насыщался водородом. Наибольший ток наблюдался тогда, когда палладий был насыщен водородом.

Результаты опытов по ионизации представлены в виде кривых, в которых по оси абсцисс отложено время τ — обратная величина скорости разрядки вольтметра, а по оси ординат — температура. Чем больше ионизация, тем левее и ниже проходит кривая.

Результаты для водорода в присутствии палладиевых, алюминиевых и медных электродов приводятся на рис. 2 *a*, который показывает, что заметное возрастание количества ионов начинается ниже 100°. Очень важно, что ионизация водорода при повышении температуры зависит от материала электродов и во всех случаях воспроизводима и обратима — кривая нагревания совпадает с кривой охлаждения. Характеризовать ионизационную способность можно, например, по температуре, при которой обратная скорость разрядки равна (t_{60}), тем больше ионизационная способность.

В присутствии палладиевых электродов эта температура для водорода очень низка, $t_{60} = 90^\circ$. С палладиевым и алюминиевым электродами $t_{60} = 100^\circ$. В присутствии медных электродов $t_{60} = 135^\circ$.

Рис. 2. *a* — Водород. Электроды: 1 — Pd/Pd, 2 — Pd/Al, 3 — Cu/Cu; *б* — Циклогексан. Электроды: 1 — Pd/Pd, 2 — Pd/Al, 3 — Al/Al. Бензин. Электроды: 4 — Al/Al

60 сек. Чем меньше эта величина тем выше ионизационная способность. В присутствии палладиевых электродов эта температура для водорода очень низка, $t_{60} = 90^\circ$. С палладиевым и алюминиевым электродами $t_{60} = 100^\circ$. В присутствии медных электродов $t_{60} = 135^\circ$.

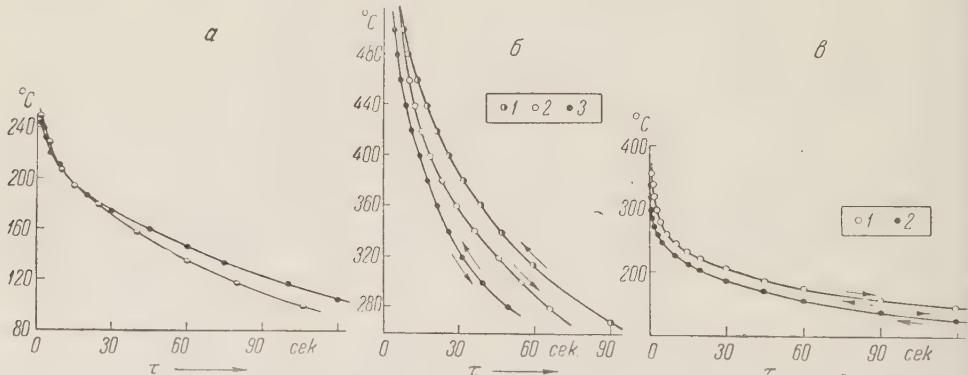


Рис. 3. *a* — *n*-гептан. Повторные опыты. Электроды: Pd/Pd, *б* — *n*-гептан. Электроды: 1, 2 — Al/Al, 3 — C/Al, *в* — 1 — *n*-гептан, 2 — 2,2,4- trimetilpentan. Электроды: Cu/Cu

Аналогично нами была исследована ионизация паров углеводородов различного строения: *n*-гептана, 2,2,4- trimetilpentана, циклогексана, бензола, декалина, тетрагидрофурана, а также циклического кетона — циклогексанона, с разными электродами (см. рис. 3 и 4). Было показано, что во всех этих случаях ионизация происходит. Опыты с углеводородами были воспроизводимы, кроме случаев, когда наблюдался гистерезис (см. ниже); несколько невоспроизводимы кривые для *n*-гептана с палладиевыми элек-

тродами (см. рис. 3а и табл. 1). В табл. 1 приведены для сравнения t_{60} для всех взятых углеводородов, а также для водорода, где давление было выше (1 атм.). Знак \uparrow означает при нагревании, знак \downarrow — при охлаждении; отсутствие таких знаков означает наложение кривых нагревания и охлаждения, иначе — обратимость процесса, или отсутствие гистерезиса. Кривых без гистерезиса большинство. Гистерезис наблюдался для декалина и тетралина и в некоторых случаях для *n*-гептана. Для *n*-гептана с алюминиевыми электродами заполнение чашечки нижнего электрода активированным углем из пальмового дерева приводит к заметному, хотя и небольшому усилению ионизации — кривая смещается влево; при этом процесс становится обратимым. Нижние кривые рис. 4б с тетралином и Pd получены при повторном опыте, произведенном непосредственно вслед за первым, причем ионизация оказалась большей, чем в первом опыте. Итак, ионизация в газе в присутствии металлов заметна уже при низких температурах, например для водорода — ниже 100°. Это не объемная термическая ионизация водорода, которая, как известно, происходит при высоких температурах, в связи с тем, что ионизационный потенциал водорода высок.

Наблюдаемая ионизация сильно зависит от материала электродов. Следовательно, она происходит на поверхности металла. Кроме того, такая ионизация зависит от природы газа (см. табл. 1). Отсюда следует, что она происходит в слое молекул, адсорбированных на металле. Уже известными физическими поверхностными эффектами нельзя объяснить наблюденные факты, так как и эффект Ричардсона, и термоионная эмиссия, и испускание вторичных электронов при бомбардировке поверхностей происходят при значительно более высокой температуре. Ионизация, как известно, наблюдавшаяся при поверхностных химических и адсорбционных процессах, здесь тоже не может служить объяснением, так как она должна ослабевать со временем и заканчиваться при заполнении поверхности. Однако в данном случае не наблюдается ослабления силы тока со временем (в опыте с H_2 и Pd-электродами при 360° сила тока оставалась постоянной в течение 15 мин.). То, что ионизация была тем большей, чем больше предварительно был насыщен водородом Pd-электрод, тоже говорит против предположения, что ионизация происходит за счет процесса адсорбции. Таким образом, мы имеем дело с новым эффектом — термической ионизацией адсорбированных молекул с выходом ионов в газ при низкой температуре.

На электроде электроны быстро уходят в металл, и, следовательно, при ионизации в данных условиях нет равновесия. Поскольку процесс стационарен, то сила тока определяется скоростью ионизации адсорбированных молекул. Высота энергетического барьера ионизации в адсорбированном слое будет ниже, чем в газе, так как из ионизационного потенциала молекул в газе I следует вычесть работу выхода Φ_0 . Действительно, наблюденная ионизация падает в ряду

|

$$Pd > Cu > C > Al \quad (1)$$

см. табл. 1 и опыты с углем), и в том же порядке падает Φ_0 для этих твердых

Таблица 1

I электрод	II электрод	Вещество в газовой фазе	t_{60}
Pd	Pd	Водород	90
		<i>n</i> -Гептан	135—145
		Циклогексан	125
		Декалин	200 \uparrow —165 \downarrow
		Тетралин	155 \uparrow —125 \downarrow
		Циклогексанон	95
Pd	Al	Водород	100
		Циклогексанон	280
Cu	Cu	Водород	135
		<i>n</i> -Гептан	175
Al	Al	Изооктан	155
		<i>n</i> -Гептан	260
		Циклогексан	385
		Бензол	400
		Декалин	260 \uparrow —200 \downarrow
		Циклогексанон	145

веществ,— по сводке⁽²⁾ для Pd, Cu, C, Al Φ_0 равно, соответственно, 4,82; 4,47; 4,39; 3,74 в. Однако указанное снижение еще недостаточно для объяснения наблюденного эффекта, так как, например, для H₂I = 15,4 в и для Pd Φ_0 = 4,82 в; разность 10,6 в (т. е. ~ 240 ккал) еще очень велика. Так как скорости процессов, кроме высоты энергетического барьера, определяются энтропийным множителем, то следует сделать вывод, что в наблюденных процессах энтропийный множитель очень велик.

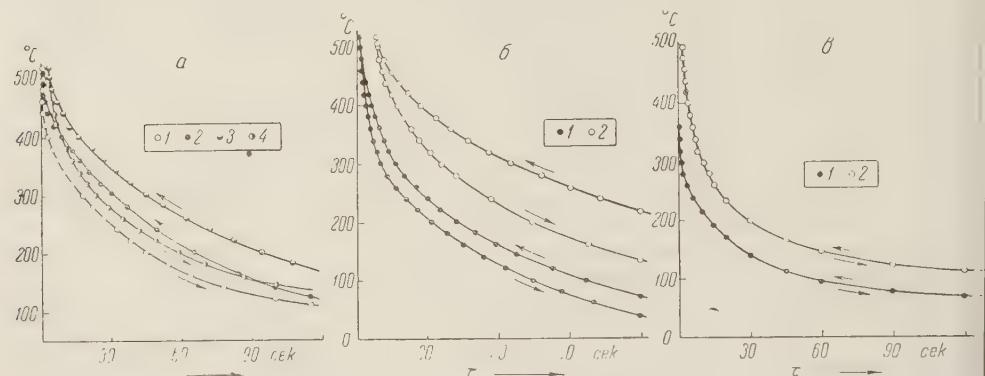


Рис. 4. а — Декагидронафталин. Электроды: 1, 2 — Pd/Pd, 3, 4 — Al/Al. б — Тетрагидронафталин. Электроды: 1 — Pd/Pd, 2 — Pd/Pd, повторный опыт. в — Циклогексанон. Электроды: 1 — Pd/Pd, 2 — Al/Al

Гистерезис для тетралина и декалина может происходить вследствие наличия стерического фактора: благодаря сложности этих молекул при ударе электронов о ионы электроны не сразу попадают в то место, откуда они оторвались, и поэтому рекомбинация задерживается.

Очень важно, что ряд (1) параллелен ряду каталитической активности металлов в реакции гидро- и дегидрогенизации. Пайденное явление происходит в тех же температурных интервалах, что и указанные каталитические реакции.

Новый эффект, существование которого здесь доказано, важен для катализа. Он не описан в существующих электронных теориях катализа. Однако несомненно, что в развитии теории катализа его следует учитывать. Исследование будет продолжено.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
26 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ R. C. L. Bosworth, E. K. Rideal, Proc. Roy. Soc. (London), A, **162**, 1 (1937)
² H. B. Michaelson, J. Appl. Phys., **21**, 536 (1950).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. А. ИСИРИКЯН и А. В. КИСЕЛЕВ
**ТЕПЛОТА АДСОРБЦИИ ПАРОВ БЕНЗОЛА И ГЕКСАНА
НА КВАРЦЕ**

(Представлено академиком М. М. Дубининым 10 VIII 1957)

Исследование адсорбционных свойств кварца представляет интерес в связи с его сходством по химическому строению поверхности с широким классом высокодисперсных пористых адсорбентов — силикагелей (¹⁻⁴). Исследование адсорбции паров бензола и гексана на кварце, как и на других непористых гидроокисях, интересно в связи с тем, что энергия адсорбции бензола представляет, по-видимому, не только энергию ван-дер-ваальсова взаимодействия, но и энергию дополнительной водородной связи с гидроксильными группами поверхности, энергия же адсорбции гексана представляет энергию только ван-дер-ваальсовых взаимодействий (⁵⁻⁷). Исследование адсорбции и теплот адсорбции паров на кварце представляет интерес и для определения зависимости толщины полимолекулярной пленки от относительного давления паров p/p_s , а также зависимости энергии адсорбции от толщины адсорбционной пленки, так как для таких исследований необходимо применение сравнительно грубодисперсных непористых адсорбентов, чтобы адсорбционный процесс не осложнялся капиллярной конденсацией вплоть до высоких p/p_s .

Непосредственных измерений теплот адсорбции этих углеводородов на кварце не производилось. В работах (^{8, 9}), были произведены расчеты изостерических теплот адсорбции паров бензола на кварце. Однако их трудно сопоставить, как вследствие их неточности, связанной с малостью удельных поверхностей примененных образцов кварца, так и из-за различных условий их приготовления и предварительной термической обработки.

В настоящей работе в адсорбционно-калориметрической установке (¹⁰) измерены изотермы адсорбции и дифференциальных теплот адсорбции паров бензола и *n*-гексана на кварцевом порошке вплоть до насыщения. Кварцевый порошок имел удельную поверхность 6,0 м²/г, определенную по адсорбции паров азота (¹¹). На этом образце кварца нами ранее исследовались теплоты адсорбции паров метанола (¹²). Чтобы удалить продукты реакции метанола с поверхности кварца, последний длительно промывался водой с декантацией и прогревался во влажном состоянии при 130° до высыхания, после чего порошок кварца был помещен в калориметрическую гильзу и откачивался в адсорбционно-калориметрической установке при 200°. Углеводороды применялись такие же, как в (^{10, 13}).

На рис. 1 приведены полученные изотермы абсолютных величин адсорбции α (на единицу поверхности) для паров гексана и бензола. В случае бензола изотерма снималась до полного насыщения. Изотермы вплоть до $p/p_s \approx 0,9$ обратимы и имеют типичный для адсорбции на непористых адсорбентах S-образный вид. При более высоких p/p_s был получен вполне отчетливо воспроизводимый гистерезис, связанный с капиллярной конденсацией в зазорах между частицами кварцевого порошка, слипшихся при высыхании и уплотненных на тарелочках калориметрической гильзы. Приведенная в верхней части этого рисунка кривая распределения, вычисленная из десорбционной ветви изотермы, показывает, что между частицами кварца в уплотненном порошке имелись зазоры с размерами преимущественно от 1000 до 7000 Å. Эти размеры приблизительно соответствуют раз-

мерам частиц кварцевого порошка, полученным из электронномикроскопических снимков. При росте p/p_s от начала гистерезиса до насыщения исчезает поверхность адсорбционной пленки (^{14, 15}) $s' \approx 4 \text{ м}^2/\text{г}$, т. е. около 0,7с. Таким образом, до начала гистерезиса сокращение s' за счет обратимой стадии капиллярной конденсации (^{14, 16}) составляет не более 0,3с, и адсорбцию в средней области p/p_s можно считать неосложненной капиллярной конденсацией.

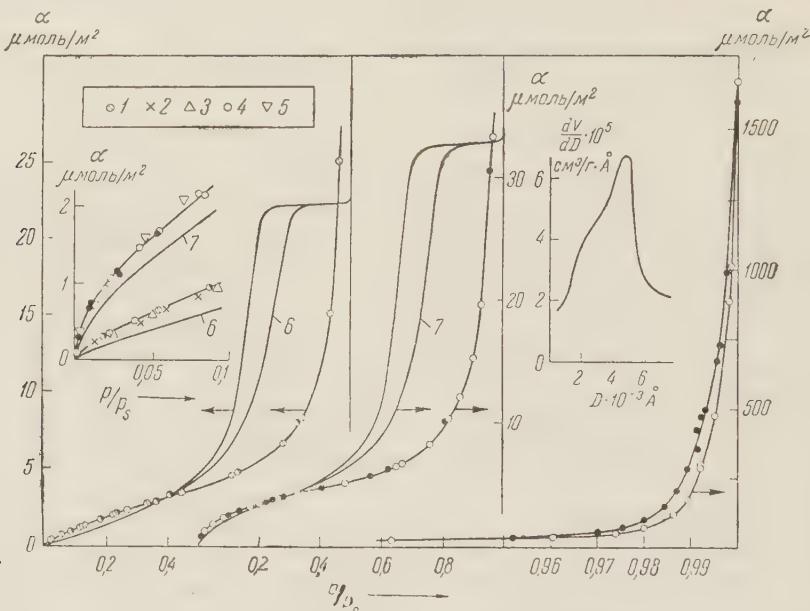


Рис. 1. Абсолютные изотермы адсорбции паров *н*-гексана на кварце (1), силикагеле КСК-2, 650° (2), кремнеземе (3) и бензола на кварце (4) и кремнеземе (5). Чёрные точки — десорбция. Изотермы без точек — для гексана (6) и бензола (7) на силикагеле КСК-2, 200°. Справа вверху — кривая распределения объема зазоров в порошке кварца по их размерам

На рис. 1 для сопоставления напечены изотермы адсорбции тех же паров на однородно широкопористом силикагеле КСК 2 (^{10, 13}). Из рисунка видно, что десорбционная ветвь начинает круто опускаться вблизи $p/p_s = 0,7$. В этой области адсорбция на кварце еще не осложнена сколько-нибудь значительно капиллярной конденсацией в зазорах между частицами, поэтому по абсолютной изотерме адсорбции паров бензола и гексана на кварце можно найти соответствующие толщины адсорбционных слоев, нужные для внесения поправок в размеры пор силикагелей, получаемых из формулы Томсона (^{15, 17}). В случае однородно пористых силикагелей падение десорбционной ветви происходит в таком узком интервале p/p_s , в котором толщина адсорбционной пленки на кварце меняется незначительно. Поэтому для нахождения истинных размеров горл (¹⁶) пор силикагелей, обладающих однородной глобуллярной структурой скелета, достаточно к находимому по формуле Томсона диаметру в максимуме кривой распределения силикагеля прибавить удвоенную толщину адсорбционной пленки на кварце, определенную из изотерм рис. 1 при соответствующем p/p_s (¹⁵).

В начальной области мономолекулярного заполнения адсорбция на кварце больше адсорбции на силикагеле КСК-2, прогретом при 200° (¹³), что связано, в основном, с меньшей плотностью скелета такого силикагеля. Из рис. 1 видно, что адсорбция гексана на этом силикагеле после прокаливания его при 650° (⁷) и на кремнеземе, полученному сжиганием кремнийорганических соединений (⁶), уже весьма близка к адсорбции на кварце. Адсорбция бензола сильно зависит также и от степени гидратации поверхности кремнезема (^{6, 7}). Из рис. 1 видно, что адсорбция паров бензола на

прокаленном кремнеземе из кремнийорганических соединений после гидратации поверхности этого кремнезема⁽⁶⁾ близко совпадает с адсорбцией на кварце. Изотерма адсорбции паров бензола на кварце хорошо подчиняется уравнению БЭТ, откуда емкость плотного монослоя $\alpha_m = 3,35 \text{ } \mu\text{моль}/\text{м}^2$, что соответствует площади $\omega_0 = 1/\alpha_m = 49 \text{ } \text{\AA}^2$ на молекулу бензола, как и при адсорбции на силикагеле^(10, 7).

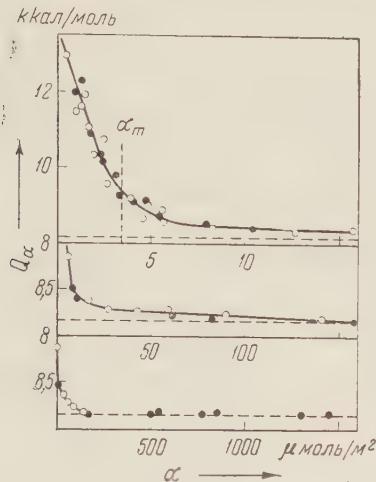


Рис. 2. Зависимость теплоты адсорбции паров бензола на кварце от заполнения. Чёрные точки — десорбция. Горизонтальный пунктир — теплота конденсации L . Вертикальный пунктир — емкость монослоя α_m .

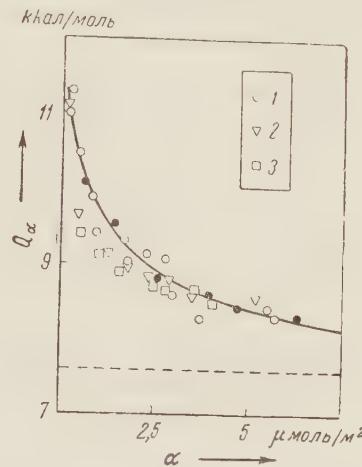


Рис. 3. Зависимость теплоты адсорбции паров *n*-гексана от заполнения на кварце (1) и кремнеземах (2) и (3). Чёрные точки — десорбция, пунктир — теплота конденсации

На рис. 2 приведена зависимость теплоты адсорбции паров бензола Q_a от абсолютной величины адсорбции на кварце α . Из рисунка видно, что после заполнения первых двух слоев теплота адсорбции превышает теплоту конденсации лишь на 3%, а после адсорбции четырех слоев на 1%. Дальнейшее падение теплоты адсорбции протекает весьма медленно; причиной его является как уменьшение энергии адсорбции с расстоянием от поверхности (с ростом толщины пленки), так и некоторое неизбежное сокращение поверхности пленки у мест стыка частиц кварца. Теплота адсорбции на гладкой поверхности кварца может быть только меньше указанной на рис. 2 в этой области.

На рис. 3 приведена зависимость теплоты адсорбции на кварце паров *n*-гексана. Здесь также наблюдается постепенное падение теплоты адсорбции. Темп адсорбции гексана на кремнеземе, полученным сжиганием кремнийорганических соединений⁽⁶⁾, близок к теплоте адсорбции на кварце. Более точное и подробное изучение зависимости теплоты адсорбции от заполнения мономолекулярной области в калориметре⁽¹⁰⁾ для порошков с поверхностью меньше $10 \text{ m}^2/\text{г}$ затруднительно. Детальное исследование этой области заполнения на кварце мы надеемся произвести в дальнейшем.

Интегрирование кривой зависимости чистой теплоты адсорбции паров бензола $Q_a - L$ от α дает около 50—90 эрг/см²*. Прибавляя полную поверхностную энергию бензола 68 эрг/см², получаем для теплоты смачивания кварца бензолом 120—160 эрг/см², что больше теплоты смачивания силикагеля⁽¹³⁾ не более, чем в 1,1—1,5 раза**.

Из рис. 2 видно также, что кривая дифференциальной теплоты адсорб-

* Интегрирование в области больших α вносит неточности в этот расчет.

** Возможно, что полученная теплота смачивания кварца даже несколько завышена за счет выделения теплоты исчезновения части поверхности адсорбционной пленки.

ции на кварце, в отличие от однороднопористых силикагелей (¹⁰, ¹³, ¹⁸), не завершается максимумом, так как изотерма адсорбции непрерывно растет, адсорбированная жидкость не растянута капиллярными силами, и ее свойства приближаются к свойствам нормальной жидкости постепенно. Различие в теплоте адсорбции при приближении к насыщению для адсорбентов всех четырех структурных типов (¹⁵) отчетливо видно на рис. 4, на котором, для удобства сравнения, приведены зависимости как дифферен-

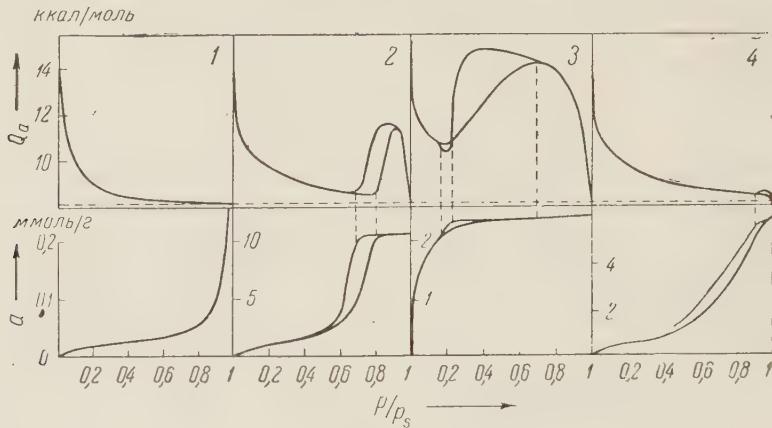


Рис. 4. Зависимости теплот адсорбции (вверху) и адсорбции (внизу) паров бензола от относительного давления для кварца (1), крупнопористого силикагеля (2), тонкопористого силикагеля (3) и неоднороднопористого кремнезема (4). Горизонтальный пунктир — теплота конденсации

циальных теплот адсорбции Q_a , так и самой адсорбции a от p/p_s . В случае неосложненной полимолекулярной адсорбции на адсорбенте первого структурного типа — непористом кварце, теплота адсорбции асимптотически приближается к теплоте конденсации. На адсорбенте второго структурного типа — крупнопористом силикагеле, благодаря действию менисков в устьях пор, проявляются в виде максимумов теплоты сжатия капиллярно-конденсированной жидкости (¹⁰, ¹³, ¹⁸). На адсорбенте третьего структурного типа — тонкопористом силикагеле, благодаря большой кривизне менисков, запирающих жидкость в порах, максимумы теплоты адсорбции и десорбции выражены особенно ярко (¹⁰, ¹³, ¹⁸). Наконец, на адсорбенте четвертого структурного типа — неоднороднопористом кремнеземе, теплота сжатия жидкости в порах постепенно налагается на теплоту исчезновения в них адсорционной пленки, теплота адсорбции на всем интервале заполнений заметно больше теплоты конденсации, но максимумы резко не проявляются (⁶).

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
27 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ W. Stober, Koll. Zs., **145**, 17 (1956). ² L. Miller, Koll. Zs., **142**, 117 (1955).
- ³ R. F. Holt, D. T. King, J. Chem. Soc., **1955**, 773. ⁴ С. П. Жданов, А. В. Киселев, ЖФХ, **31**, 2213 (1957). ⁵ А. В. Киселев, ДАН, **100**, 1046 (1956). ⁶ А. А. Исирикян, А. В. Киселев, ДАН, **115**, 343 (1957). ⁷ Л. Д. Белякова, А. В. Киселев, ДАН, **119**, № 2 (1957). ⁸ W. G. Palmer, Proc. Roy. Soc. (London), A **168**, 190 (1938). ⁹ А. И. Сарахов, Изв. АН СССР, ОХН, **1956**, 150. ¹⁰ А. А. Исирикян, А. В. Киселев, ЖФХ, **31**, 2127 (1957). ¹¹ А. П. Карнаухов, А. В. Киселев, Е. В. Храпова, ДАН, **94**, 91 (1954). ¹² Н. Н. Авгуть, О. И. Дигитидр., ДАН, **77**, 625 (1951). ¹³ А. А. Исирикян, А. В. Киселев, ЖФХ, **32**, № 3 (1958). ¹⁴ Н. Н. Авгуть, Г. И. Березинидр., ЖФХ, **31**, 1111 (1957). ¹⁵ А. В. Киселев, Сборн. Методы исследования структуры высокодисперсных и пористых тел, Изд. АН СССР, 1953, стр. 86. ¹⁶ А. В. Киселев, ДАН, **98**, 427 (1954). ¹⁷ М. М. Дубинин, ЖФХ, **30**, 1632 (1956). ¹⁸ А. А. Исирикян, А. В. Киселев, ДАН, **110**, 1009 (1956).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Н. В. КАЛАШНИКОВ и В. И. ЧЕРНИКИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА МЕЖДУ ВИБРИРУЮЩИМИ ПОДОГРЕВАТЕЛЯМИ И ВЯЗКИМИ ЖИДКОСТЯМИ

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 2 VII 1957)

Передача тепла от неподвижных подогревателей к жидкостям в емкостях осуществляется свободной конвекцией, которая для вязких жидкостей очень мала. Одним из наиболее эффективных методов интенсификации нагрева жидкостей является применение вибрирующих нагревателей, теплоотдача от которых определяется в основном вынужденной конвекцией.

Влияние вибрации подогревателя на теплоотдачу к вязким жидкостям изучалось на электромеханическом вертикальном вибраторе, снабженном горизонтальным цилиндрическим электронагревателем диаметром 1,98 см с теплоотдающей длиной 28,2 см. Амплитуда колебаний изменялась в пределах $2a = 1 \div 4$ см, частота $n = 100 \div 1600$ мин⁻¹, среднеквадратичная скорость вибрации $\bar{v} = \omega a / \sqrt{2} = 2\pi n a / \sqrt{2}$ — от 4 до 134 см/сек. Подогревались: высоковязкий мазут 100 ($\nu_{20} = 66,2$ см²/сек), автотол 18 ($\nu_{20} = 13,0$ см²/сек), веретенное масло ($\nu_{20} = 1,28$ см²/сек) и смесь веретенного масла с керосином ($\nu_{20} = 0,17$ см²/сек).

Подогревались: высоковязкий мазут 100 ($\nu_{20} = 66,2$ см²/сек), автотол 18 ($\nu_{20} = 13,0$ см²/сек), веретенное масло ($\nu_{20} = 1,28$ см²/сек) и смесь веретенного масла с керосином, по вязкости очень близкая к дизельному топливу ($\nu_{20} = 0,17$ см²/сек). Было найдено (рис. 1):

1) Коэффициент теплоотдачи α от подогревателя к мазуту без вибрации ($n = 0$) лежит в пределах $40 \div 45$ ккал/м².час·град при $t_{cp} = 42^\circ$. При режиме вибрации $2a \cdot n = 3 \cdot 1200$ ($\bar{v} = 134$ см/сек) α возрастает до 900 ккал/м².час·град, т. е. в ~ 20 раз. Для смеси веретенного масла с керосином при тех же условиях α с $80 \div 85$ ккал/м².час·град возрастает

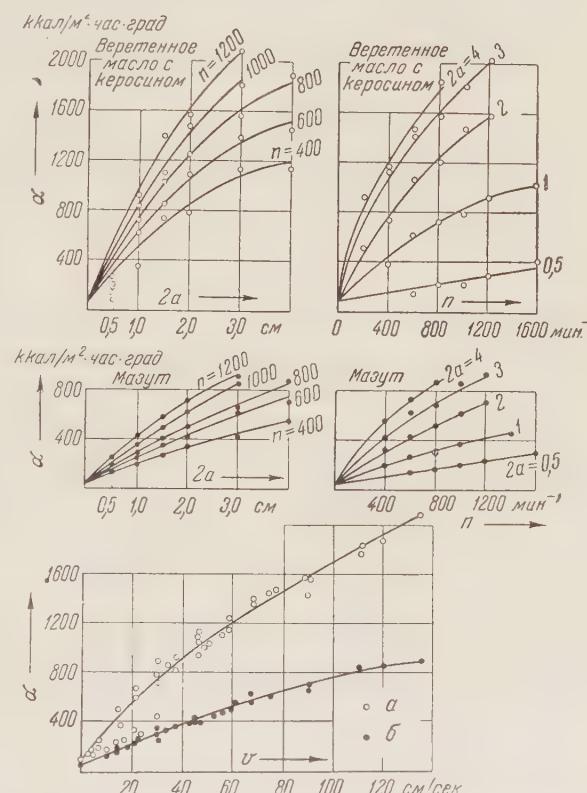


Рис. 1. Зависимость коэффициента теплоотдачи α от режима вибрации. а — веретенное масло с керосином, б — мазут 100

до 2080 ккал/м²·час·град, т. е. в ~ 24 раза. Таким образом, вибрирование подогревателей является мощным средством интенсификации теплоотдачи.

2) Увеличение $2a$ при $n = \text{const}$ и увеличение n при $2a = \text{const}$ приводят к значительному возрастанию α ; следовательно, α увеличивается с возрастанием скорости вибрации v .

3) Для маловязких жидкостей интенсивность роста α при $v = \text{const}$ в большей степени зависит от амплитуды, чем от частоты вибраций.

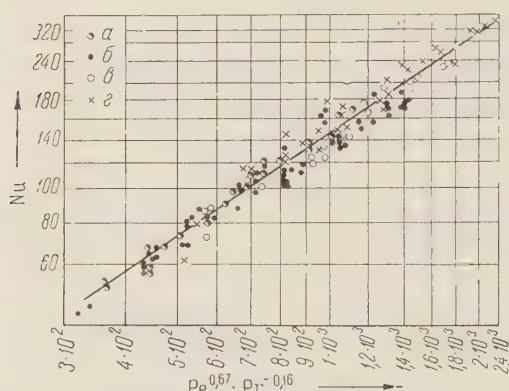


Рис. 2. Параметр Nu как функция $Pe^{0,67} \cdot Pr^{-0,16}$ (экспериментальные данные и расчетная зависимость). a — мазут 100, b — автол 18, v — веретенное масло, g — веретенное масло с керосином

С возрастанием вязкости жидкости ведущая роль амплитуды уменьшается, практически исчезая при нагреве высоковязких жидкостей.

4) При скорости вибрации 20 см/сек и выше свободная конвекция практически не влияет на интенсивность теплоотдачи к вязким жидкостям и процесс теплоотдачи целиком определяется вынужденной конвекцией.

Обработка экспериментальных данных в параметрах вынужденной конвекции (1) привела к формуле (рис. 2):

$$Nu = 0,146 Pe^{0,67} \cdot Pr^{-0,16} \quad (1)$$

Определяющая температура в (1) $t_{\text{ср}} = 0,5(t_{\text{n}} + t_{\text{ж}})_{\text{ср}}$; t_{n} — температура поверхности подогревателя; $t_{\text{ж}}$ — температура жидкости; определяющий размер — диаметр трубы подогревателя — d ; параметр Pe вычисляется из среднеквадратичной скорости вибрации v . Формула (1) применима для горизонтальных цилиндрических подогревателей, вибрирующих в вертикальном направлении с амплитудой $2a = 1 \div 4$ см и скоростью $v = 20 \div 134$ см/сек при значениях параметров $Pe = (1,6 \div 40) \cdot 10^4$ и $Pr = 1,4 \cdot 10^2 \div 1,5 \cdot 10^4$.

Сила сопротивления R вибрирующего в жидкости подогревателя определяется следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} &\text{при } 0,5 < Re < 2, \quad Eu = 63 \quad Re^{-2}; \\ &\text{при } 2 < Re < 7, \quad Eu = 28 \quad Re^{-0,82}; \\ &\text{при } 7 < Re < 100, \quad Eu = 11,5 \quad Re^{0,36}, \end{aligned}$$

где $Eu = \frac{R}{v^2 \rho F}$, $F = dl$, l — длина подогревателя.

Московский нефтяной институт
им. И. М. Губкина

Поступило
2 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

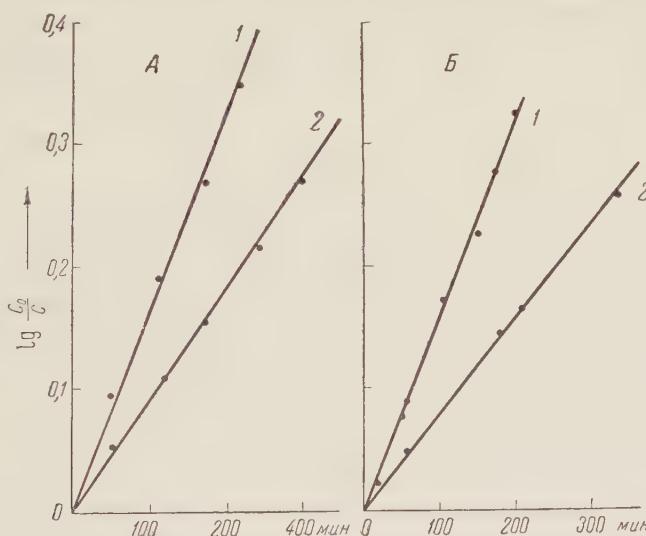
¹ М. А. Михеев, Основы теплопередачи, 1956.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

И. К. КОЗИНЕНКО и академик АН УССР Е. А. ШИЛОВ

**КИНЕТИКА И МЕХАНИЗМ ОКИСЛЕНИЯ АЛКОГОЛЕЙ
И АЛЬДЕГИДОВ АКТИВНЫМ ХЛОРОМ**

В работах по кинетике окисления активным хлором были до сих пор изучены такие случаи, когда прямая реакция окисления спиртовой или альдегидной группы могла осложняться побочными реакциями соседних функций, включая енолизацию. Это относится к уксусному альдегиду (1),

Рис. 1. А — Окисление *m*-сульфобензилового алкоголя.1 — $A = 0,2\text{ M}$, $C_0 = 0,00697\text{ M}$, рН 7,02; 2 — $A = 0,1\text{ M}$, $C_0 = 0,00697\text{ M}$, рН 7,05. Б — Окисление *m*-сульфобен-зальдегида. 1 — $A = 0,1\text{ M}$, $C_0 = 0,00516\text{ M}$, рН 10,75;2 — $A = 0,05\text{ M}$, $C_0 = 0,00505\text{ M}$, рН 10,80

гликолевому альдегиду и глюкозе (2), молочной и другим оксикислотам (3). В настоящем исследовании были взяты *m*-сульфобензиловый алкоголь и *m*-сульфобензальдегид (в виде натриевых солей), как соединения, которые дают возможность наблюдать в чистом виде реакцию окисления спиртовой или альдегидной группы активным хлором в водных растворах.

Окисление *m*-сульфобензилового алкоголя. Предварительно было установлено, что при большом избытке сульфоалкоголя можно не учитывать незначительный расход активного хлора на вторичную реакцию окисления образовавшегося альдегида.

При постоянном значении рН и большом избытке *m*-сульфобензилового алкоголя падение титра активного хлора (C) в присутствии буферной соли следует мономолекулярному кинетическому уравнению, что демонстрирует логарифмическая анаморфоза (рис. 1A). С другой стороны, скорость

реакции оказывается почти точно пропорциональной концентрации сульфоалкоголя и в общем при постоянном pH выражается уравнением:

$$-\frac{dC}{dt} = k_2 AC \quad (1)$$

где A — концентрация алкоголя, C — концентрация активного хлора.

Зависимость скорости реакции от pH можно проследить по рис. 2, где против значения pH отложены значения $\tau/2$, т. е. времена падения концентрации активного хлора наполовину. $\tau/2$ вычислены из значений k_2 по формуле: $\tau/2 = 0,693/k_2$.

Максимумы и минимумы на этой кривой связаны в первую очередь с составом растворов активного хлора. Максимум скорости при pH 0—2 при добавках соляной кислоты отвечает состоянию активного хлора в форме Cl_2 . С помощью константы гидролиза активного хлора можно установить, что уже в 0,1 M соляной кислоте остается очень мало свободной HOCl и дальнейшее увеличение концентрации HCl почти не изменяет концентрации Cl_2 . В результате и величина $\tau/2$ остается постоянной при pH < 1.

Таким образом, неподлежит сомнению, что в сильно кислой области активным агентом окисления *m*-сульфобензилового алкоголя является молекулярный хлор.

В области pH > 2,5 скорость реакции быстро уменьшается с ростом pH и проходит через минимум при pH около 4. Точка минимума соответствует приблизительно состоянию активного хлора в виде свободной HOCl . Относительно малая активность этого агента известна и для других реакций активного хлора (2-4).

Рис. 2. Зависимость скорости окисления *m*-сульфобензилового алкоголя (1) и *m*-сульфобензальдегида (2) от pH

При дальнейшем повышении pH скорость окисления *m*-сульфобензилового алкоголя возрастает, достигает нового максимума при pH около 7,5 и затем снова падает, становясь совсем малой при pH > 10. Между тем, в растворах активного хлора концентрация HOCl непрерывно уменьшается с ростом pH выше 5 за счет перехода HOCl в OCl^- (5), в соответствии с формулой

$$[\text{HOCl}] = \frac{[\text{H}^+] C}{[\text{H}^+] + K_{ac}},$$

где K_{ac} — константа электролитической диссоциации HOCl , равная $4 \cdot 10^{-8}$ (2).

Гипохлорит-ион не способен, очевидно, окислять сульфоалкоголь, так как в сильно щелочной среде окисление не идет. Следовательно, при средних значениях pH непосредственным или промежуточным агентом окисления является хлорноватистая кислота. Вместе с этим выводом надо принять, что гидроксил-ион и анионы буферных солей оказывают катализическое действие на реакцию HOCl с сульфоалкоголем.

Если константы скорости отнести к концентрации свободной хлорноватистой кислоты и связать с активностью OH^- -иона a_{OH^-} и концентрацией аниона буферной соли $[\text{An}]$, то в интервале pH от 4 до 10 скорость реакции может быть выражена уравнением:

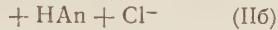
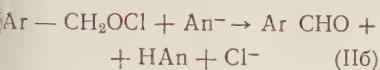
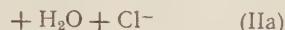
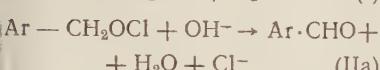
$$-\frac{dC}{dt} = k_4^0 A [\text{HOCl}] + k_4^{\text{An}} A [\text{HOCl}] \cdot [\text{An}] + k_4^{\text{OH}} A [\text{HOCl}] a_{\text{OH}^-}^{0,75}, \quad (2)$$

где $k_4^0 = 2,2 \cdot 10^{-3}$; $k_4^{\text{An}} = 0,0234$ для ацетат-иона, 0,245 для гидрофосфат-

иона, около 0 для карбонат-иона; $k_4^{\text{OH}} = 1,3 \cdot 10^3$. Все — в молях на литр в минуту.

Данные наших опытов приведены в извлечении в табл. 1, где указаны экспериментальные значения k_2 , в сравнении с k_2 , вычисленными с помощью констант k_4 уравнения (2). Можно видеть, что опытные и рассчитанные константы удовлетворительно сходятся на значительном интервале pH.

Наиболее вероятным механизмом реакции нам представляется механизм, предложенный ранее для реакций окисления окискоединений⁽³⁾. Мы полагаем, что окисление алкоголя идет через стадию образования эфира хлорноватистой кислоты:



Скорости обеих реакций соизмеримы. При низких pH образование эфира проходит быстро и скорость реакции лимитируется скоростью разложения, которая возрастает с увеличением концентрации основания. При высоких pH скорость окисления определяется стадией образования алкилгипохлорита. Наложение скоростей стадий I и II вызывает появление максимальной скорости при pH около 7,5.

Гипотеза эта носит качественный характер, так как математическая обработка результатов затруднительна. Однако в подтверждение ее может быть приведена аналогия с окислением алкоголов другими окислителями, например, хромовой кислотой или персульфатами, когда тоже образуются промежуточные эфиры соответствующих кислот^(6, 7).

Окисление *m*-сульфобензальдегида. Скорость окисления *m*-сульфобензальдегида при постоянном pH и избытке альдегида выражается мономолекулярным уравнением (см. рис. 1 Б).

Зависимость скорости окисления от pH в присутствии буферной смеси представлена на рис. 2 (кривая 2). Можно видеть, что в кислой области при pH от 0 до 5 кривая повторяет ход кривой для *m*-сульфобензилового алкоголя. В сильно кислой области окисление идет через молекулярный хлор, а свободная хлорноватистая кислота является слабым окислительным агентом. После pH около 4 скорость реакции сначала нарастает, но, в отличие от окисления алкоголя, не проходит через максимум, а достигает постоянного значения, которое не изменяется в интервале pH от 8 до 13. Как и в случае *m*-сульфобензилового алкоголя, анионы солей буферной смеси катализируют реакцию.

Таблица 1

pH	$10^3 C$ моль/л	A моль/л	$10^3 [\text{An}]$ моль/л	$10^3 k_2$ эксп.	$10^3 k_2$ выч.	$10^3 k_3$ выч.
----	--------------------	-------------	------------------------------	---------------------	--------------------	--------------------

m-Сульфобензильовый алкоголь, 30°

4,05	4,17	0,2	Ац 5	3,5	3,5	3,4
4,70	4,14	0,2	Ац 15	6,0	6,0	5,9
5,52	4,10	0,2	Ац 22,5	8,0	8,0	8,3
6,55	3,84	0,1	Ф 3	13,0	14,9	13,0
7,02	6,97	0,2	Ф 6	18,3	26,2	20,3
7,05	6,97	0,1	Ф 6	20,0	30,2	20,4
7,51	3,09	0,1	Ф 8	23,0	53,6	21,6
7,51	1,50	0,1	Ф 8	23,0	53,6	21,6
8,91	4,64	0,1	У 1	9,5	$3,3 \cdot 10^2$	9,4
9,85	4,25	0,088	У 10	5,9	$17 \cdot 10^2$	5,6
12,85	4,11	0,2	—	1,1	$3,2 \cdot 10^5$	1,0

m-Сульфобензальдегид, 30°

4,04	4,87	0,1	Ац 5	9,1	9,1	9,7
4,88	5,03	0,1	Ац 16	17	17	15,9
5,2	4,81	0,1	Ац 20	16	16	18
6,55	6,31	0,1	Ф 4	24,6	28,4	25
7,0	5,30	0,1	Ф 6	33	46,5	33,5
7,45	5,20	0,1	Ф 4	30	64,8	30
8,9	5,50	0,1	У 1	37	$1,2 \cdot 10^3$	35
9,9	4,80	0,05	У 5	37	$12 \cdot 10^3$	35
10,75	5,16	0,1	У 9	36	$83 \cdot 10^3$	35
10,8	5,05	0,05	У 9	36	$94 \cdot 10^3$	36
12,85	5,60	0,05	—	34	$1 \cdot 10^7$	34

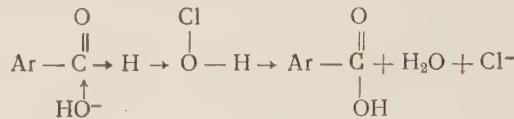
Приложение. [An] — концентрация буферной соли, Ац — ацетат-ион, Ф — гидрофосфат-ион, $\frac{dC}{dt} = k_2 AC$; k_3 — та же константа в пересчете на концентрацию HOCl.

Общее кинетическое уравнение реакции может быть дано в виде:

$$-\frac{dC}{dt} = k_4^0 A [\text{HOCl}] + k_4^{\text{An}} A [\text{HOCl}] [\text{An}] + k_4^{\text{OH}} A [\text{HOCl}] \alpha_{\text{OH}}. \quad (3)$$

Здесь $k_4^0 = 7 \cdot 10^{-3}$; $k_4^{\text{An}} = 0,053$ для ацетат-иона, 0,25 для фталат-иона, 0,43 для гидрофосфат-иона; $k_4^{\text{OH}} = 7,6 \cdot 10^4$. Единицы — моли на литр в минуту (см. табл. 1).

Уравнение (3) и кривая зависимости скорости от pH находят объяснение в представлении, что реакция проходит по схеме:



OH -ион может быть заменен молекулой воды или анионом слабых кислот. Реакция через гидроксил-ион находит аналогию с реакцией Канницаро, с той только разницей, что акцептором водорода является молекула хлорноватистой кислоты.

При окислении активным хлором пара- и орто-сульфобензальдегидов сохраняются те же кинетические зависимости, что и для мета-изомера. Пара-изомер в одинаковых условиях опыта окисляется в 1,2 раза быстрее, а орто-изомер — в 5—7 раз медленнее, чем мета-сульфобензальдегид.

Экспериментальные данные

m-Сульфобензиловый алкоголь был получен восстановлением *m*-бензальдегидсульфокислого натрия водородом на платиновом катализаторе⁽⁸⁾. *m*-Бензальдегидсульфонат получался сульфированием бензальдегида олеумом⁽⁹⁾. Натриевые соли полученных сульфокислот очищались многократными перекристаллизациями из воды и спирта.

Смеси с активным хлором составлялись в зачерненной колбе, куда пипеткамисливали нагретые в термостате до $30 \pm 0,05^\circ$ растворы компонентов. Пробы отбирались при помощи пипетки с постоянным уровнем⁽²⁾. Активный хлор определялся йодометрически, pH смеси — потенциометрически с помощью стеклянного электрода с точностью до 0,05. Реакция в солянокислой среде проводилась в специальном приборе, дающем возможность избежать улетучивания хлора. Поправка на саморазложение гипохлорита не вводилась ввиду ее малой величины⁽²⁾.

Киевский политехнический институт,
Институт органической химии
Академии наук УССР

Поступило
10 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ J. Gröb h, Zs. Phys. Chem., 81, 695 (1913). ² Е. А. Шилов, А. А. Ясников, Укр. хим. журн., 18, 595 (1952). ³ Е. А. Шилов, А. А. Ясников, Укр. хим. журн., 18, 611 (1952). ⁴ Е. А. Шилов, А. А. Ясников, Текстильная промышленность, в. 11, 35 (1950). ⁵ Е. А. Шилов, А. И. Сляднев, Г. В. Купинская, ЖОХ, 22, 1497 (1952). ⁶ F. Holloway, M. Cohen, F. Westheimer, J. Am. Chem. Soc., 73, 65 (1951). ⁷ L. Levitt, E. Malinowski, J. Am. Chem. Soc., 77, 4517 (1955). ⁸ Е. А. Шилов, Г. И. Кудрявцев, ДАН, 63, 681 (1948). ⁹ O. Wallach, M. Wüsten, Ber., 16, 150 (1883).

ГЕОХИМИЯ

Б. К. ПРОШЛЯКОВ

**ВАНАДИЙ В НЕФТЕСОДЕРЖАЩИХ КАРБОНАТНЫХ ПОРОДАХ
ПАЛЕОГЕНА СЕВЕРНОЙ ФЕРГАНЫ**

(Представлено академиком С. И. Мироновым 23 IX 1957)

В настоящей статье затронуты вопросы, касающиеся особенностей распространения ванадия и поведения его при процессах эпигенеза в нефте-содержащих карбонатных породах. Материалом для настоящей работы послужили данные, собранные при изучении VII нефтеносного пласта алайского яруса палеогеновых отложений ряда районов Северной Ферганы.

Изучению подверглись образцы пород, находившихся в различных геологических условиях. Образцы, отобранные в обнажениях и близ дневной поверхности из скважин, показывают, что породы здесь в значительной степени затронуты процессами окисления. Они содержат незначительное количество органического углерода (0,01—0,03%), лишены сульфидной серы и вследствие нахождения железа в окисной форме имеют бурую или серовато-розовую окраску. О существовавшей ранее в этих пунктах восстановительной обстановке свидетельствуют лишь псевдоморфозы лимонита по пириту и отдельные участки еще не окисленных пород. Породы, удаленные от дневной поверхности, в меньшей степени затронуты процессами окисления. Они обычно окрашены в серый или темно-серый цвет и содержат иногда в значительных количествах органическое вещество (до 0,29%) и сульфиды. Ванадий присутствует в обеих разностях пород. Содержание его составляет $5 \cdot 10^{-4}$ — $4 \cdot 10^{-3}\%$, что типично для известняков, однако в ряде пунктов количество элемента сильноено, достигая сотых, а в отдельных образцах — десятых долей процента.

Такое резкое повышение содержания ванадия наблюдается только в образцах, отобранных в пунктах, соответствующих прибрежному участку палеобассейна, палеогеографические и фациальные схемы которого были даны в ряде работ О. С. Вялова (2), А. М. Габрильяна (3) и др.

Как известно, присутствие ванадия в осадочных породах некоторые исследователи (4, 6) связывают с обломочным материалом и глинами. В описываемых известняках связи между содержанием ванадия в породе и содержанием отдельных фракций нерастворимого остатка установлено не было.

Более отчетливая связь намечается между ванадием, с одной стороны, сульфидной серой и органическим веществом — с другой. В сероцветных породах увеличение количества одного из этих компонентов обычно сопровождается повышением количества остальных, и наоборот.

В сильно окисленных породах, бурых и розовых (лишенных битумов), связь ванадия с серой и углеродом не обнаруживается. Ощущается резкое понижение содержания последних. Ванадий в данных условиях оказывается более устойчивым (хотя и он, как будет показано ниже, участвует в процессе миграции).

Вышесказанное иллюстрируется графиком, приведенным на рис. 1. В подобных взаимоотношениях находится ванадий и с органическим углеродом (соответственно в сероцветных и сильно окисленных породах).

На связь ванадия с серой указывалось рядом исследователей (1, 8), однако природа этих связей в ряде случаев (как и в данном) недостаточно ясна. Несомненно, что в описываемых породах значительная часть сульфидной серы химически связана с железом, которое количественно всегда пре-

обладает над ванадием. Остающейся после пересчета на пирит серы явно недостаточно для связи всего ванадия в сульфид. Это наводит на мысль о том, что соединения ванадия в восстановительной обстановке являются лишь спутниками сульфидов. Возможно, что некоторая часть ванадия связана с пиритом, как это отмечалось Ньюхаузом, и находится в нем в тонкорассеянном состоянии.

Для выяснения поведения ванадия в период эпигенеза были проанализированы породы и дренирующие их подземные воды. Последние, согласно известной классификации В. А. Сулина, относятся к сульфатно-натриевому типу, группе сульфатных вод, классу S_1 , кальциевой подгруппе.

Аналитические данные, приведенные в табл. 1, показывают, что в сероцветных карбонатных породах ванадий концентрируется на путях миграции вод — в стилолитовых швах и трещинах вместе с глинистыми частичками, пиритом, органическим веществом и битумами. В окислительных условиях, наоборот, наблюдается понижение содержаний ванадия на путях движения в породе.

Рис. 1. График зависимости между содержаниями ванадия и сульфидной серы. 1 — се-
рые образцы, 2 — бурые образцы

движения подземных вод относительно содержания ванадия в породе.

Подземные воды, циркулирующие среди окисленных известняков всегда содержат ванадий в количестве сотых или тысячных долей процента на сухой остаток (табл. 2). В противоположность этому, в пробах воды, отобранных среди сероцветных пород, ванадий обнаружен не был, хотя минерализация этих вод была в 1,5—2 раза выше.

Таблица 1

№ образца	Порода	Содержание V в породе, %	Вид концентратата	Содержание V в концентра- те, %
99	Известняк оолитовый, битуми- нозный	0,535	Твердый керитоподобный битум	2,73
679	Известняк органогенно-шлам- мовый	0,0045	То же	0,462
574	Известняк серый органогенно- шламмовый	0,000	Вещество, заполняющее стилолитовый шов	0,008
584	То же	0,161	То же	0,96
10	Известняк серовато-розовый органогенно-шламмовый	0,026	" "	0,004
42	Известняк серый органогенно- шламмовый	0,004	" "	0,022
48	То же	0,000	" "	0,017

Таким образом, в зоне окисления ванадий выносится из пород, причем в первую очередь это происходит на путях миграции подземных вод. Концентрация в восстановительной обстановке происходит при активном участии подземных вод, выносящих CaCO_3 . Трудно растворимые вещества породы, в том числе соединения ванадия, сульфиды и органическое вещество при этом остаются на путях миграции вод, близ места первоначального нахождения, о чем свидетельствуют резко повышенные их содержания в трещинках и стилолитовых швах именно среди пород, богатых этими компонентами. Несомненно, что некоторая часть ванадия

накапливается за счет реакций восстановления из подземных вод. Большую роль при этом играют различные органические вещества, в частности битумы. О влиянии последних на распределение ванадия в породах указы-



Рис. 2. Кристаллики ванадийсодержащего минерала (черное) в затвердевшем битуме (серое). 510×



Рис. 3. Трещинка в органогенном-шламмовом известняке, заполненная твердым керитоподобным битумом. На контакте между породой и битумами — выделения сульфидов и соединений ванадия (черное). 56×

валось рядом авторов (1, 5, 7). В описываемых породах высокие концентрации элемента определены в затвердевших битумах типа керитов (образец №99). При микроскопическом изучении этого образца в массе битума были обнаружены черные игольчатые кристаллики (рис. 2), содержащие вана-

дий (мелано-ванадит?). Кроме того, ванадий совместно с сульфидами часто обнаруживается на контакте между стенками трещинок и битумами, их заполняющими (рис. 3). В жидких битумах ванадий находится в рассеянном состоянии и присутствует в незначительных количествах (до десятых долей процента в зольной части битума). Эти битумы, конечно, не могли явиться основным источником ванадия в породе. В полном соответствии с опубликованными данными^{(1), (5)} ванадий встречается преимущественно совместно с битумами, богатыми смолисто-асфальтеновыми компонентами. С целью выяснения количественных соотношений между ванадием и битумами такого типа (мы их называем вторичными, так как они располагаются преимущественно по трещинам) в ряде образцов были определены содержания обоих компонентов (ванадия — спектральным методом, битумов — люминесцентным). Результаты анализов приводятся в виде графика (рис. 4). Расположение точек на графике показывает, что соотношения между ванадием и битумами могут быть самыми различными. Нельзя, однако, не заметить и некоторой закономерности в размещении образцов: все они располагаются в нижнем правом поле; кроме того, высокие содержания ванадия отмечаются только при высоком содержании битумов, при низком же содержании

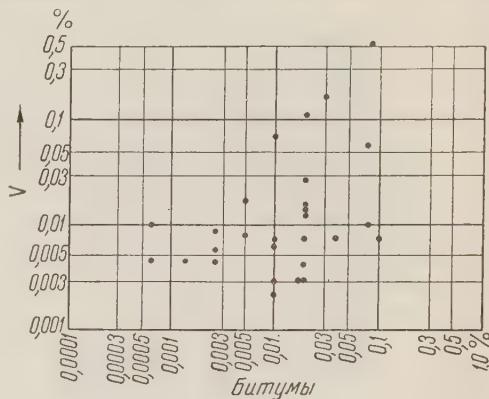


Рис. 4. График зависимости между содержаниями ванадия и битумов

битумов, при низком же содержании

Таблица 2

	Минерализация в г/л	Содержание ванадия в % на сух. остаток *
Пробы воды, отобранные из неокисленных (сероцветных) пород	№ 1	3,48
	№ 2	2,45
Пробы воды, отобранные из окисленных пород	№ 3	$n \cdot 10^{-3}$
	№ 4	$n \cdot 10^{-3}$
	№ 5	$n \cdot 10^{-2}$

* По данным спектрального анализа.

ния последних наблюдаются только низкие содержания ванадия. Анализируя условия залегания пород, возможное направление миграции и формы нахождения битумов и ванадия, а также особенности размещения образцов на графике, нетрудно заметить, что содержание ванадия в породах в значительной степени зависит от количества битумов. Наблюдающиеся низкие содержания при высоком содержании битумов могут быть объяснены несколькими причинами; одной из основных, по-видимому, является отсутствие соприкосновения битумов с пластовыми водами, несущими ванадий.

Московский нефтяной институт
им. И. М. Губкина

Поступило
20 IX 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. П. Виноградов, Сборн. Неметаллические ископаемые СССР, 1943. ² О. С. Вялов, А. М. Габрильян, И. П. Зубов, А. М. Хуторов, Геологическое строение и перспективы нефтеносных районов Средней Азии, 1, 1947. ³ А. М. Габрильян, Тр. Инст. геологии АН УзССР, в. 1 (1947). ⁴ Э. А. Остроумов, О. М. Силина, ДАН, 86, № 2 (1952). ⁵ И. И. Ромм, ДАН, 51, № 1 (1946). ⁶ Н. М. Страхов, Н. Г. Бродская и др., Образование осадков в современных и древних водоемах, Изд. АН СССР, 1954. ⁷ G. O. Agaill, Quart. Colorado School of Mines, 38, № 4 (1943). ⁸ G. W. Hodgson, Bull. Am. Ass. Petrol. Geol., 38, № 12 (1954).

ГЕОХИМИЯ

А. И. СМИРНОВ

К ВОПРОСУ О ГЕНЕЗИСЕ ФОСФОРИТОВ

(Представлено академиком Н. С. Шатским 6 XI 1957)

Наиболее последовательную и обоснованную разработку вопросов генезиса фосфоритов мы имеем в работах А. В. Казакова (1-6). Он считал, что воды глубоких частей океанических бассейнов, содержащие $> 300 \text{ мг/м}^3 \text{ P}_2\text{O}_5$, представляют собой огромный резерв растворенных фосфатов, за счет которых и формируются месторождения фосфоритов. При поднятии этих вод донными течениями к шельфам континентов, за счет уменьшения арциального давления CO_2 в воде (и диффузии ее в атмосферу), должны избежно выпадать фосфаты, так как в новой физико-химической обстановке воды уже будут «пересыщенными» для фосфатов. А. В. Казаков обосновывал это заключение своими экспериментальными работами по синтезу осфатов кальция, а также геологическими и океанографическими данными. Фосфатное вещество всех фосфоритов, по мнению Казакова, сложено оксидисперсным фторапатитом с коллоидно распыленным в нем кальцитом.

В последнее время появился ряд работ, в которых подвергаются критическому разбору те или иные положения гипотезы А. В. Казакова. Н. С. Шатский (7) указывает, что, по-видимому, имеется ряд источников для формирования повышенных концентраций P_2O_5 не только в глубинных, но и в поверхностных частях вод морских бассейнов.

Н. М. Страхов (8) считает, что гипотеза А. В. Казакова «...имеет весьма близкий характер и не сопровождается детальным разбором физико-химической обстановки и процессов непосредственно в районе фосфоритных полей». Кроме того, им отмечается, что данные о равновесиях в системе $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{H}_2\text{O} - \text{F}$ разработаны А. В. Казаковым в слишком общей форме, широких интервалах pH и концентраций CaO и P_2O_5 . Н. М. Страхов указывает далее, что до сих пор нет еще удовлетворительной схемы образования современных фосфоритов.

Г. И. Бушинский (9) отмечает, что результаты опытов А. В. Казакова о растворимости фосфатов в дистиллированной воде, проведенные в условиях, весьма далеких от природной обстановки, не оправдывают себя ни в применении к пресным водоемам, ни, тем более, при объяснении процессов осфатонакопления в соленых бассейнах. Г. И. Бушинский полемизирует далее с А. В. Казаковым по поводу интерпретации им океанографических геологических данных. Взамен гипотезы о химическом осаждении фосфатов из морской воды Бушинский выдвигает предположение о формировании фосфоритов в грунтовой — иловой воде за счет минерализации органических остатков, погребенных в осадках на морском дне. Фосфатное вещество фосфоритов, по мнению Бушинского, сложено франколитом и курситом, которые являются углеродсодержащими минералами из группы апатита.

Автором настоящего сообщения с 1953 г. проводится цикл работ по изучению минералогии и вопросов генезиса различных типов фосфоритов.

С целью изучения равновесия системы $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{H}_2\text{O}$ в поле состава морской воды, мы все свои опыты проводили на постоянном солевом фоне 3,5%, создаваемом NaCl , и при концентрациях CaO , реально сущест-

ствующих в морской воде. Наличие фона NaCl позволило нам отказаться от применения очень неудобных и капризных реагентов, применявшимися А. В. Казаковым, и заменить $\text{Ca}(\text{OH})_2$ на CaCl_2 , а H_3PO_4 на Na_2HPO_4 . Отделение твердой фазы велиось на центрифуге, а при химическом анализе ее применялись микрохимические методы. Это позволило значительно упростить технику проведения экспериментальных исследований. Большие (50–100 л) объемы жидкостей, которые были необходимы А. В. Казакову (6) для накопления твердых фаз, были заменены стандартным объемом 0,5 л. В этом случае обеспечивалась хорошая изоляция проб от загрязнения грибками и бактериями, весьма искажавшего результаты в опытах Казакова.

В проведенных опытах баланс P_2O_5 во взятых

Рис. 1. Система $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{NaCl} - \text{H}_2\text{O}$ в координатах $\text{pH} - \text{P}_2\text{O}_5$ при 20° . 1 — состав равновесной жидкой фазы в проведенных опытах, 2 — средний состав океанической воды, 3 — точки опытов А. В. Казакова (6)

полученных продуктах обычно колебался в пределах $\pm 7\%$, что с учетом значительного количества входящих в него отдельных определений можно считать вполне удовлетворительным.

Основные результаты трех серий опытов, являющихся, по существу повторением опытов А. В. Казакова, представлены на рис. 1—3, из которых видно, что при любой паре выбранных координат проведенные опыты перекрывают поле состава океанической воды, чего не было в опытах А. В. Казакова (7).

Химические анализы твердой фазы показали, что во всех опытах из этих серий она состоит из гидратированного гидроксилапатита. Содержание воды в выделенном на центрифуге осадке составляет 97—98 %. Основная масса воды удаляется при 90—100°, но окончательно вся вода удаляется лишь при более высоких температурах, порядка 600—800°.

При проведении ориентировочных опытов с усложнением солевого фона выяснилось, что химический состав твердой фазы весьма чувствителен к реагирует на появление в жидкой фазе ряда компонентов морской воды. В укрупненных опытах, поставленных с целью получения значительных количеств твердой фазы, был получен ряд минералов из группы апатитов, которые встречаются также и в различных природных фосфоритах.

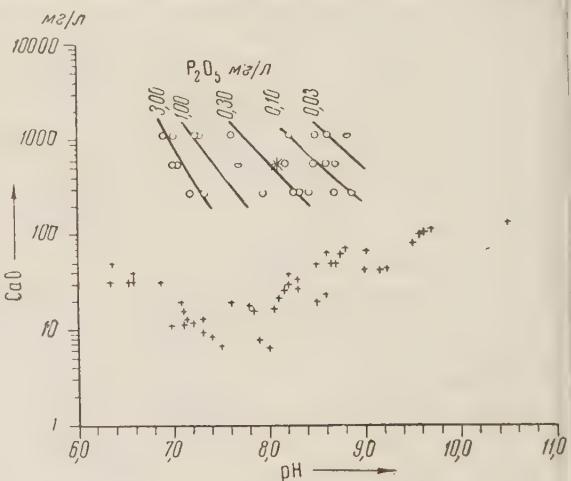
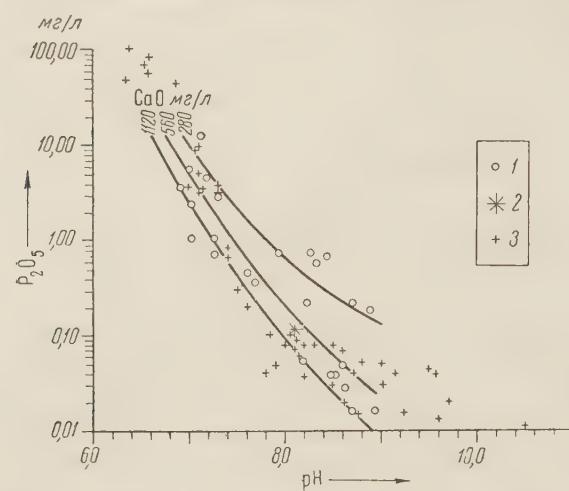


Рис. 2. Система $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{NaCl} - \text{H}_2\text{O}$ в координатах $\text{pH} - \text{CaO}$ при 20° (условные обозначения те же, что на рис. 1)

Гидроксиапатит $\text{Ca}_{10}\text{P}_6\text{O}_{24}(\text{OH})_2$. Встречается в виде мелких кристалликов внутри пор подольских фосфоритов. Образует непрерывный ряд изоморфных смесей с фторапатитом, составляющих фосфатное вещество натечных фосфоритов.

Фторапатит $\text{Ca}_{10}\text{P}_6\text{O}_{24}\text{F}_2$. Кроме натечных фосфоритов, в виде изоморфных смесей с карбонатапатитом, входит в состав фосфатного вещества фосфоритов Кара-Тай,

хоперских и фосфатных ракушек из месторождений Прибалтики и Сибирской платформы. Является основным фосфатным минералом метаморфизованных фосфоритов.

Карбонатапатит бесфтористый $\text{Ca}_{10}\text{P}_5\text{CO}_{23}(\text{OH})_3$. В чистом виде имеется только в некоторых образцах подольских фосфоритов.

Карбонатапатит фтористый $\text{Ca}_{10}\text{P}_5\text{CO}_{23}\text{F}_3$. В чистом виде встречается только в фосфатизированной древесине. В виде изоморфной смеси состава $\text{Ca}_{10}\text{P}_5\text{CO}_{23}\text{F}_2 \cdot (\text{OH})$ является основным фосфатным минералом желваковых фосфоритов.

Натрийсульфатапатит $\text{Ca}_9\text{NaP}_5\text{SO}_{24}\text{F}_2$. В виде изоморфных смесей с карбонатапатитом образует фосфатное вещество селеукских фосфоритов. Имеется ряд данных, указывающих на его постоянное присутствие во всех фосфоритах из группы терригеннокарбонатных формаций Н. С. Шатского (7).

Наличие такого большого количества твердых фаз, каждой из которых соответствует своя равновесная жидккая фаза, сильно усложняет изучение системы $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{H}_2\text{O}$ на фоне компонентов морской воды. В настоящее время эти исследования продолжаются.

Введение в систему CO_2 , при константных концентрациях CaO , NaCl и постоянном pH , сильно увеличивает содержание P_2O_5 в равновесной жидкой фазе, что видно из рис. 4. Это, по-видимому, зависит от образования комплексного фосфаткарбонатного аниона, соответствующего новой твердой фазе — карбонатапатиту. Можно думать, что этим обстоятельством и объясняются резко повышенные концентрации фосфатов в иловых водах (10, 11), где имеется очень большое количество углекислоты.

Таким образом, полученные результаты изучения системы $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{H}_2\text{O}$ с введением компонентов морской воды показали, что океаническая вода как в глубоких, так и в поверхностных своих частях весьма близка к насыщению фосфатами. В состав фосфатного вещества фосфоритов входит ряд фосфатных минералов из группы апатита, а фторапатит как та-

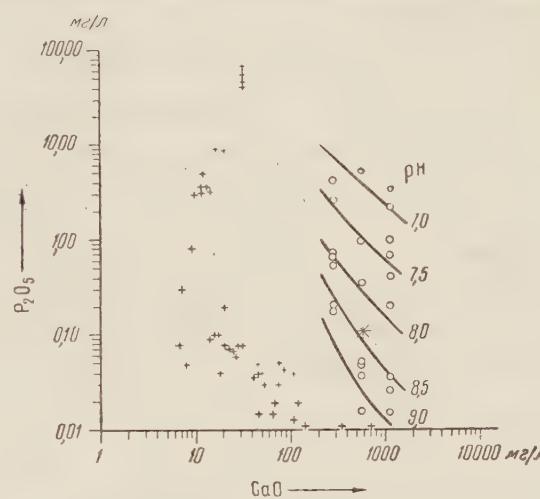


Рис. 3. Система $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{NaCl} - \text{H}_2\text{O}$ в координатах $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5$ при 20° (условные обозначения те же, что на рис. 1)

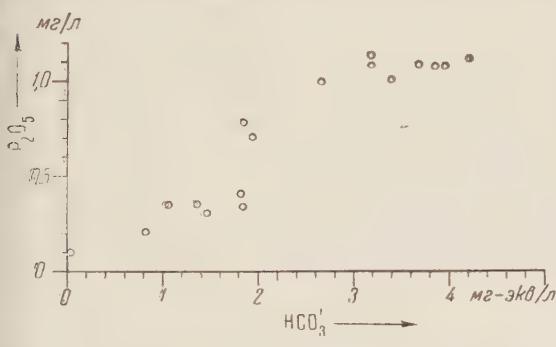


Рис. 4. Система $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{CO}_2 - \text{NaCl} - \text{H}_2\text{O}$ в координатах $\text{CO}_2 - \text{P}_2\text{O}_5$ при 20°

ном pH , сильно увеличивает содержание P_2O_5 в равновесной жидкой фазе, что видно из рис. 4. Это, по-видимому, зависит от образования комплексного фосфаткарбонатного аниона, соответствующего новой твердой фазе — карбонатапатиту. Можно думать, что этим обстоятельством и объясняются резко повышенные концентрации фосфатов в иловых водах (10, 11), где имеется очень большое количество углекислоты.

Таким образом, полученные результаты изучения системы $\text{CaO} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{H}_2\text{O}$ с введением компонентов морской воды показали, что океаническая вода как в глубоких, так и в поверхностных своих частях весьма близка к насыщению фосфатами. В состав фосфатного вещества фосфоритов входит ряд фосфатных минералов из группы апатита, а фторапатит как та-

ковой не является типичным для основной массы фосфоритов. Поэтому дальнейшее развитие теории фосфоритообразования должно базироваться не только на выявлении геологических закономерностей формирования месторождений фосфоритов, но и в равной мере на изучении физико-химических параметров образования различных фосфатных минералов, слагающих фосфориты.

Государственный научно-исследовательский
институт горно-химического сырья

Поступило
5 X 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. В. Казаков, Сборн. Химическая промышленность в борьбе за урожай, 1934.
² А. В. Казаков, Тр. Научно-иссл. инст. удобр. и инсектофунгис., в. 139 (1937).
³ А. В. Казаков, там же, в. 142 (1937). ⁴ А. В. Казаков, там же, в. 145 (1939).
⁵ А. В. Казаков, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1950). ⁶ А. В. Казаков, Тр. Инст. геол. наук АН СССР, сер. геол., в. 114 (№ 40) (1950). ⁷ Н. С. Шатский, Сборн. Совещ. по осадочным породам, в. 2, Изд. АН СССР, 1955. ⁸ Н. М. Страхов, Образование осадков в современных водоемах, Изд. АН СССР, 1954, стр. 275—771. ⁹ Г. И. Бушинский. Тр. Инст. геол. наук АН СССР, сер. геол., в. 156 (№ 67) (1954). ¹⁰ С. В. Бруевич, Е. Г. Виноградова, ДАН, 27, № 6 (1940). ¹¹ Т. И. Горшкова, ДАН, 113, № 4 (1957).

БИОХИМИЯ

А. С. КОНИКОВА, Б. С. СУХАРЕВА и М. Г. КРИЦМАН

**К ХАРАКТЕРИСТИКЕ СИЛЫ СВЯЗЕЙ, ОБРАЗУЮЩИХСЯ
ПРИ ВКЛЮЧЕНИИ АМИНОКИСЛОТ В ИЗОЛИРОВАННЫЕ БЕЛКИ**

(Представлено академиком Л. С. Штерн 14 V 1957)

В ряде сообщений сопоставлялось течение процесса включения свободных аминокислот в изолированные белки и белки сложных биологических систем. Было установлено, что при включении свободных аминокислот в состав белков целостного организма, тканевых срезов, изолированных клеток, гомогенатов и частей клеток между включившейся аминокислотой и белком образуются пептидные и другие связи^(1, 2).

При исследовании перехода свободных аминокислот в состав изолированных белков также было посредством обработки нингидрином показано образование в процессе этой реакции пептидных связей^(3, 4) и, кроме того, установлено положение некоторых включенных меченых аминокислот в пептидных цепочках изолированных белков путем получения 2,4-динифрофенилпроизводных⁽⁵⁾. Наряду с этим Швирт⁽⁶⁾, для исследования процесса включения свободного лизина C^{14} в состав изолированного из печени соответствующего фермента, использовал прием неполного гидролиза и выделил пептид, содержащий меченный лизин; более детальные исследования показали, что в пептидной связи, образуемой этой аминокислотой, участвует ее ϵ -аминогруппа.

В настоящей работе, посредством метода определения радиоактивности белка в процессе его неполного гидролиза, дана характеристика связей, образующихся при включении тирозина-1- C^{14} и глицина-1- C^{14} в изолированный мышечный белок — миозин. При этом мы исходили из того, что если при включении меченой аминокислоты в изолированные белки образуются связи, отличные от образовавшихся при синтезе его в организме, то потеря радиоактивности при неполном гидролизе белка, меченного *in vitro*, не будет соответствовать нарастанию остаточного азота, а кривая снижения его суммарной радиоактивности во времени будет отличаться от таковой, получающейся при гидролизе пептидных связей аналогичного белка, меченного *in vivo*.

Экспериментальная часть

Для получения миозина, меченного *in vivo*, кроликам весом 3—3,5 кг на протяжении 5 дней вводили тирозин- C^{14} или глицин- C^{14} из расчета 0,5 мCi два раза в день. Через 2 суток после последней инъекции кролики убивались. Из мышц выделялся трижды переосажденный и отделенный от актина меченный миозин, который осаждался трихлоруксусной кислотой конечной концентрации 5%, затем отмывался от свободной радиоаминоислоты и высушивался как обычно⁽⁷⁾.

Для получения миозина, меченного *in vitro*, свежевыделенный из организма, трижды переосажденный и отделенный от актина миозин инкубировался 2 часа при 37° со свободной меченой аминокислотой. С этой целью миозин (80—90 мг на пробу) помещался в колбы, содержащие по 100 мл буферного раствора рН 7,5. Ко всем пробам добавлялся тирозин- C^{14}

или глицин-С¹⁴ из расчета 2,5 $\mu\text{экв}/\text{мл}$ с радиоактивностью 250 000—500 000 имп/мл·мин. После инкубации все пробы объединялись, и в них трихлоруксусной кислотой осаждались белки. Осажденные белки отмывались и высушивались согласно прописи (7).

Полученные таким образом меченные *in vivo* и *in vitro* белки подвергались щелочному или кислотному гидролизу в 6 *N* NaOH или 6 *N* HCl в течение 72 час. при 40°. Для гидролиза обычно бралось 100 мг миозина на пробу и добавлялось 5 мл щелочи или кислоты вышеуказанной концентрации. Через 0, 24, 48 и 72 часа гидролиза пробы нейтрализовались на ходу и в них трихлоруксусной кислотой осаждались белки. В белках, отмытых и высушенных как обычно, определялась радиоактивность торцовым счетчиком. При этом квадратичное отклонение не превышало 5%.

Наряду с этим в те же сроки для суждения о степени гидролиза миозина в гидролизате определялись небелковый тирозин реагентом Фолина (8) и остаточный азот.

Таблица 1

Изменения радиоактивности (в имп/мин) миозина, меченного тирозином-С¹⁴, в процессе неполного щелочного гидролиза

№ опытов	Время гидролиза в час.	Степень гидро- лизации в %		Удельная ак- тивность белка		Суммарная активность белка		Снижение сум- марной актив- ности в %		Средний % счи- жения сум- марн. активн., % прироста остат. азота	
		по остат. азоту	по ти- роzinу	<i>in vivo</i>	<i>in vitro</i>	<i>in vivo</i>	<i>in vitro</i>	<i>in vivo</i>	<i>in vitro</i>	<i>in vivo</i>	<i>in vitro</i>
1	Доначала гидролиза	124	406	12 400	40 600	—	—	—	—	—	—
2	"	102	830	10 000	83 000	—	—	—	—	—	—
1	0	0	0	106	320	10 600	32 000	15	21	—	—
2	0	0	0	103	730	10 000	73 000	0	12	—	—
1	24	45	47	156	358	8500	19 690	31	52	—	—
2	24	45	47	122	950	6710	62 250	33	25	0,70	0,86
1	48	57	72	150	251	6450	10 793	48	73	—	—
2	48	57	72	130	1064	5590	45 782	44	45	0,81	1,03
1	72	70	82	154	251	4620	7680	63	82	—	—
2	72	70	82	130	755	3900	22 650	61	73	0,88	1,10

В табл. 1 приведены количественные изменения небелкового азота, тирозина и радиоактивности миозина в процессе его неполного гидролиза. Как видно из этой таблицы, радиоактивность миозина, меченного как *in vivo*, так и *in vitro* тирозином-С¹⁴, сохраняется на протяжении всего 72 часов гидролиза. К этому времени 70% белкового азота проб переходит в небелковый азот, а количество небелкового тирозина, образующегося в различные сроки после начала гидролиза миозина, несколько превосходит прирост за те же сроки остаточного азота и к 72 часам достигает 82%.

Удельная активность меченного *in vivo* миозина, подвергшегося гидролизу, колеблется в разные сроки как в сторону повышения, так и в сторону уменьшения в пределах 30% от величины исходной удельной активности. При этом удельная активность миозина, меченного тирозином *in vitro* в различные сроки гидролиза, варьирует приблизительно в тех же пределах.

Колебания удельной активности указанных белков, как в сторону ее увеличения, так и в сторону уменьшения могут быть обусловлены тем, что при включении тирозина в них образуются неодинаковой силы связи, соединяющие тирозиновые остатки с разными частями белковой молекулы, но нельзя также исключить возможность того, что свободный тирозин в процессе перехода его в состав белковой молекулы распределяется в различных ее участках неравномерно. В силу указанных причин может происходить не вполне равномерный уход меченых тирозиновых остатков из белка в процессе его медленного гидролиза.

При сопоставлении скорости падения суммарной радиоактивности миозина, меченного *in vivo* и *in vitro*, и нарастания в гидролизате небелкового

зота (рис. 1 А) видно, что при гидролизе миозина, меченного *in vitro*, разрушение белковых молекул, связанное с отрывом частей, содержащих ирозин, происходит несколько быстрее, а меченного *in vivo*—несколько медленнее, чем средняя скорость распада белковых молекул миозина.

Как видно из табл. 2, при неполном щелочном гидролизе миозина, меченного *in vivo* и *in vitro* глицином- C^{14} , радиоактивность белка сохранялась на всем протяжении 72-часового гидролиза, так же как при щелочном гидролизе миозина, меченного тирозином- C^{14} . При этом удельная активность миозина, меченного глицином- C^{14} *in vivo*, снижалась на 40% за 24 часа гидролиза и оставалась на этом пониженном уровне до конца опыта. В то же время суммарная радиоактивность этого миозина падала несколько быстрее, чем нарастал остаточный азот.

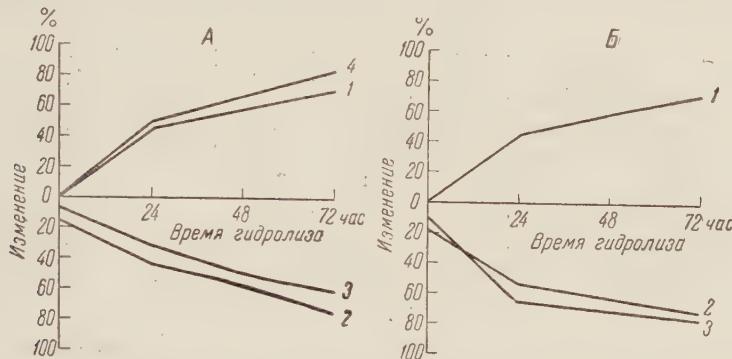


Рис. 1. Изменения в процессе щелочного гидролиза остаточного азота тирозина и радиоактивности миозина, меченного *in vivo* и *in vitro* тирозином- C^{14} (А) и глицином- C^{14} (Б). 1 — остаточный азот, 2, 3 — радиоактивность миозина, меченного *in vitro* (2) и *in vivo* (3), 4 — свободный тирозин

Данные табл. 2 показывают, что удельная активность миозина, меченного глицином- C^{14} *in vitro*, меняется в меньших пределах на протяжении всего времени гидролиза (максимум 22%). Наряду с этим, суммарная радиоактивность миозина, меченного глицином- C^{14} , падает как обычно, причем процент снижения общей радиоактивности в основном совпадает с процентом повышения остаточного азота, что, так же как и небольшой разброс удельной активности, указывает на сравнительную однородность связей, образующихся между остатками глицина и остальными частями белковой молекулы в процессе включения этой аминокислоты *in vitro* в миозин (рис. 1 Б).

Необходимо отметить, что начальная потеря радиоактивности, которая происходит сразу после добавления щелочи или кислоты к белку, обнаруживается, как это видно из приведенных в табл. 1 и 2 данных, при действии указанных реагентов на миозин, меченный не только *in vitro*, но и *in vivo*. Последнее находится в соответствии с данными Винник (8).

При проведении неполного кислотного гидролиза миозина, меченного глицином- C^{14} *in vivo* и *in vitro*, изменения удельной и суммарной радиоактивности этого белка, как видно из табл. 2, во многом сходны с изменениями этих показателей, обнаруженными при неполном щелочном гидролизе указанных разномеченных миозинов.

Обнаруженные различия при неполном кислотном и щелочном гидролизе миозина, меченного *in vivo* и *in vitro* глицином- C^{14} , нивелируются при жестком гидролизе указанного белка.

Меченный *in vitro* глицином- C^{14} миозин в количестве 200 мг, с удельной активностью 441 имп/мин, и параллельно миозин, меченный глицином- C^{14} *in vivo*, с удельной активностью 222 имп/мин, подвергались раздельному 2-часовому гидролизу в 6N HCl при кипячении. Для определения радиоактивности по истечении одного и двух часов гидролиза брались пробы бел-

Таблица 2

Изменение радиоактивности (в имп/мин) миозина, меченного глицином-С¹⁴, в процессе его неполного гидролиза

Время гидролиза в час.	Степень гидроли- за по остат. азо- ту в %	Удельная актив- ность белка		Суммарная актив- ность белка		Снижение суммар- ной активности белка в %		% снижения суммар- ной активн.	
		in vivo	in vitro	in vivo	in vitro	in vivo	in vitro	in vivo	in vitro
До гидролиза		222	486	22 200	48 600	—	—	—	—
Щелочной гидролиз									
0	0	203	400	20 300	40 000	9	18	—	—
24	45	127	380	7315	20 900	68	57	1,53	1,26
48	57	133	440	5719	18 920	73	61	1,31	1,07
72	70	135	458	4050	13 740	84	72	1,10	1,02
Кислотный гидролиз									
0	0	171	502	17 100	50 200	23	0	—	—
24	20	193	503	15 440	40 240	27	17	1,35	0,85
48	40	165	470	9900	28 200	53	42	1,32	1,05
72	50	160	400	8000	20 000	62	59	1,24	1,18

ка — как в предыдущих опытах. При этом оказалось (табл. 3), что радиоактивность миозина, меченного как *in vivo*, так и *in vitro*, в равной степени сохраняется на протяжении 2 часов жесткого гидролиза и что удельные активности этих белков после первого часа гидролиза снижаются по сравнению с исходной радиоактивностью на одну и ту же величину (37—38%). К этому времени распада белка достигает 60—65%.

Таблица 3

Изменения радиоактивности миозина, меченного глицином-С¹⁴, в процессе жесткого кислотного гидролиза

Время гидролиза в час.	Удельная активность миозина		Снижение удельной активн. в %	
	меченного <i>in vivo</i>	меченного <i>in vitro</i>	<i>in vivo</i>	<i>in vitro</i>
До гидролиза	222	441	—	—
1	140	297	37	33
2	139	288	38	35

да свободных тирозина и глицина в состав изолированного миозина образуются между этими аминокислотами и составными частями белковых молекул в основном стабильные химические связи, не менее стойкие, чем возникающие при переходе указанных свободных аминокислот в состав миозина в целостном организме.

Институт хирургии им. А. В. Вишневского
Академии медицинских наук СССР

Поступило
14 V 1957

Институт терапии
Академии медицинских наук СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ H. Borsook, Chemical Pathways of Metabolism, 2, 1954, p. 175. ² R. C. Zametnick, E. B. Keller et al., J. Cell. and Comp. Physiol., 47, 1, 181 (1956). ³ А. С. Конникова, М. Г. Крицман, О. П. Самарина, Биохимия, 19, 440 (1954). ⁴ С. Э. Шноль, Вопр. мед. химии, 1, 327 (1954). ⁵ D. G. Cogswell, Dissert. Abstr. Stanf. Univ., 1955. ⁶ R. Schweet, Feder. Proc., 15, 350 (1956). ⁷ А. С. Конникова, М. Г. Крицман, О. П. Самарина, ДАН, 109, 593 (1956). ⁸ O. Folin, V. Ciatalen, J. Biol. Chem., 73, 627 (1927). ⁹ T. Winnick, Arch. Biochem., 27, 65 (1950).

Е. А. ШЕРСТНЕВ

О ВЛИЯНИИ КАРНОЗИНА НА ПРОЦЕССЫ ФОСФОРИЛИРОВАНИЯ В МЫШЕЧНОЙ ТКАНИ*

(Представлено академиком К. М. Быковым 2 XII 1957)

С момента открытия как карнозина, так и его метилпроизводного — ансерина, многими исследователями предпринимались неоднократные попытки выяснить их биологическую роль⁽¹⁻³⁾. Нахождение обоих дипептидов преимущественно в скелетных мышцах, естественно, наводит на мысль, не связано ли наличие карнозина и ансерина каким-либо образом с жизнедеятельностью мышечного волокна. Представлялось весьма заманчивым допущение об участии карнозина и ансерина, по аналогии с креатином, в энергетическом обмене мышечной ткани, в процессах фосфорилирования. На этом основании А. Н. Паршиным⁽⁴⁾ еще в 1935 г. было высказано предположение о том, что карнозин в мышцах находится в виде лабильного фосфорного соединения. Однако предпринятые в таком направлении исследования привели к отрицательным результатам⁽⁵⁾, и в дальнейшем разработка этого вопроса была оставлена. Вместе с тем, более подробные исследования, проведенные в последние годы С. Е. Северином и сотр.⁽³⁾, как известно, показали, что карнозин и ансерин повышают скорость окислительного и гликолитического фосфорилирования и способствуют более интенсивному образованию богатых энергией фосфорных соединений. Желая понять причину указанных разногласий об участии карнозина и ансерина в процессах фосфорилирования и имея также в виду наблюдение А. Н. Паршина и Т. А. Горюхиной⁽⁶⁾ о резком уменьшении карнозина и ансерина в мышечной ткани кролика с опухолью Броун — Пирс, мы поставили перед собой задачу — изучить влияние обоих этих дипептидов на процессы фосфорилирования в мышцах не только нормальных, но и опухолевых животных. Одновременно мы надеялись уловить какие-либо различия в фосфорноуглеводном обмене мышц нормальных и опухолевых животных, что имеет существенное значение для понимания явлений злокачественного роста.

Объектом исследований являлась скелетная мускулатура здоровых кроликов, кроликов с опухолью Броун — Пирс, а также здоровых крыс, крыс с опухолью МОП, ткань самой опухоли МОП и сердечная мышца кролика. Опыты ставились в аппарате Варбурга в аэробных условиях при 38°, с учетом поглощения кислорода. Инкубация проводилась в 0,25 M фосфатном буфере pH 7,8; субстратом дыхания служила глюкоза, во все пробы добавлялся NaF в конечной концентрации 0,025 и 0,050 M. К опытным пробам добавлялся карнозин в различных количествах (500—700 мг%). Поскольку карнозин обладает основными свойствами, к контрольной пробе добавлялось несколько капель 0,1 N NaOH. Величина pH определялась с помощью pH-метра со стеклянным электродом. Все манипуляции, связанные с измельчением и обработкой мышц, производились на холода. После инкубации пробы обрабатывались трихлоруксусной кислотой, и в фильтрате определялся неорганический фосфор по Ломанну⁽⁷⁾.

Результаты этих опытов, представленные в табл. 1, подтверждают данные Северина и др.⁽³⁾ об ускоряющем действии карнозина на этерификацию неорганического фосфора и поглощение кислорода мышечной кашнице.

Но в процессе работы наше внимание привлек тот факт, что после инкубации величина pH в опытных пробах была всегда выше, чем в контрольных.

* Работа доложена на заседании секции биохимии Ленинградского общества физиологов, биохимиков и фармакологов им. И. М. Сеченова 9 V 1957 г.

Во время инкубации величина рН в пробах снижается, и, казалось бы, в опытных пробах, где процессы протекают более интенсивно за счет добавленного карнозина, она должна быть ниже, чем в контрольных. Следовательно, мы сталкиваемся здесь с буферным действием карнозина. Как уже указывалось выше, величина рН буферного раствора без карнозина (контроль) уравнивалась добавлением разбавленной щелочи с величиной рН буферного раствора, содержащего навеску карнозина (опыт). Однако это уравнивание производилось как в наших первых опытах, так и в экспериментах других авторов⁽⁸⁾ до помещения в буферный раствор мышечных кашниц или экстрактов. Мышечная же кашница заметно снижает рН среды, но величина этого снижения в опытных и контрольных пробах не одинакова; в пробах с карнозином она гораздо меньше. Карнозин увеличивает буферную емкость системы и удерживает величину рН в опытных пробах на более высоком уровне. Учитывая это обстоятельство, мы сочли необходимым выяснить, какое влияние оказывает эта разница в величине рН на скорость процессов дыхания и фосфорилирования.

В следующей серии опытов мы уравнивали рН опытных и контрольных проб после помещения в реакционный сосудик мышечной кашницы. Это заметно сократило различие в поглощении кислорода и в связывании неорганического фосфора между опытной и контрольной пробами, но некоторая разница еще наблюдалась, поскольку буферная емкость опытных проб была выше, и сдвиг рН в кислую сторону происходил в ней менее интенсивно. Чтобы по возможности унифицировать изменения рН в процессе инкубации, мы установили рН в контрольных пробах на 0,2—0,25 выше, чем в опытных

Таблица 1

Влияние карнозина на поглощение кислорода и связывание минерального фосфора мышечной кашницей

Объект исследования	Поглощенный O_2 , мл		Неорганический фосфор, мг	
	контроль	опыт	контроль	опыт
Скелетные мышцы крысы	220	276	2,80	2,29
	251	324	2,82	1,75
	267	312	2,64	2,01
Сердечная мышца кролика	345	459	1,76	1,14
	295	440	1,95	1,12
Скелетные мышцы кролика	253	301	1,87	1,50
	277	340	1,74	1,36
Скелетная мышца кролика с опухолью Броуна—Пирс	183	218	2,04	1,80
Опухоль МОП	160	193	2,14	1,91
	130	153	1,76	1,60

Таблица 2
Влияние изменения величины рН на скорость процессов дыхания и фосфорилирования

Объект исследования	Условия опыта	Поглощенный O_2 , мл		Неорганический фосфор, мг	
		контроль	опыт	контроль	опыт
Сердечная мышца кролика	Величина рН в опытной и контр. пробах одинакова	455	485	1,24	1,20
Скелетная мышца кролика	Величина рН в контр. пробе на 0,2—0,25 выше, чем в опытной	665	718	0,32	0,20
Сердечная мышца кролика	Величина рН в контр. пробе на 0,2—0,25 выше, чем в опытной	302	306	1,62	1,50
Скелетная мышца кролика	Величина рН в контр. пробе на 0,2—0,25 выше, чем в опытной	434	386	1,01	1,12
		438	402	0,87	0,88
		381	360	1,28	1,50

В этом случае уже нельзя было заметить никакого ускоряющего влияния карнозина на процессы дыхания и фосфорилирования. В большинстве опытов поглощение кислорода и убыль неорганического фосфора в контрольных пробах были даже выше, чем в опытных (табл. 2).

Данные, представленные в табл. 2, убедительно свидетельствуют о том, что сам карнозин непосредственного влияния на скорость процессов дыхания и фосфорилирования не оказывает. Исходя из вышеизложенного, было естественно предположить, что эффект, аналогичный действию карнозина, должны оказывать и некоторые другие соединения, имеющие основной характер и обладающие буферными свойствами. К таким соединениям относятся, например, гистидин, а также диаминомонокарбоновые кислоты. Относительно того, что гистидин оказывает ускоряющее влияние на этерификацию неорганического фосфора, в литературе уже имелись указания⁽⁹⁾; это подтвердилось и в наших опытах. Кроме того, мы испытали аргинин и лизин. Оказалось, что если вести эксперимент в условиях, в которых были проведены наши первые опыты (табл. 1), то и аргинин и лизин оказывают такое же действие, как и карнозин, т. е. увеличивают этерификацию неорганического фосфора (табл. 3). Для того, чтобы окончательно убедиться в том, что решающую роль в наблюдаемом ускорении процессов играет величина рН, мы установили в одной из проб, не содержащих ни карнозина, ни аминокислот, рН на 0,5 выше, чем в остальных пробах, добавлением нескольких капель 1 N NaOH. Как видно из табл. 3, в этих пробах было связано больше неорганического фосфора, чем в любых других. Таким образом, мы видим, что величина рН имеет большое значение для процессов дыхания и фосфорилирования в мышечной ткани. Когда наши опыты уже велись, вышла работа Гейнрихса и Руммеля⁽¹⁰⁾, в которой авторы также подчеркивают важную роль рН в процессах поглощения кислорода и связывания неорганического фосфора в печени. Они нашли, что в определенных интервалах сдвиг рН на 0,25 ускоряет или тор- мозит эти процессы на 40 %.

Таблица 3

Неорганический фосфор в пробах с различными добавками после инкубации. Скелетная мышца кролика (в миллиграммах)

№ проб	Без добавок	Карнозин	Гистидин	Аргинин	Лизин	NaOH
1	9,72	7,56	7,56	7,90	8,20	7,20
2	8,19	7,47	7,47	7,40	—0	7,02
3	9,00	7,32	7,64	7,05	7,5	6,66
4	9,90	8,28	9,00	7,80	8,25	7,56
5	8,90	8,10	8,06	8,10	8,38	7,54

свойствами карнозина. Карнозин повышает буферную емкость системы, что препятствует резкому сдвигу рН среды в кислую сторону, а это обстоятельство, в свою очередь, способствует повышенному поглощению кислорода и повышенному связыванию неорганического фосфора.

3. Процессы дыхания и фосфорилирования в опухолях МОП, а также в мышцах кроликов с опухолью Броун — Пирс, протекают на несколько более низком уровне, чем в мышцах здоровых животных.

Таким образом, биологическое значение карнозина остается невыясненным.

В заключение приношу глубокую благодарность проф. А. Н. Паршину за предложенную тему и руководство работой.

Институт онкологии
Академии медицинских наук СССР

Поступило
20 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. Н. Паршин, Усп. хим., **10**, 688 (1941). ² Н. А. Юдаев, Усп. совр. биол., **30**, 176 (1950). ³ С. Е. Сверин, Усп. биол. хим., **2**, 355 (1954). ⁴ А. Н. Паршин, Н. А. Свешникова, Арх. биол. наук, **37**, 353 (1935). ⁵ А. Н. Паршин, Тр. Всесоюзн. съезда физиол., биохим. и фармакол., 1949, стр. 755. ⁶ А. Н. Паршин, Т. А. Горюхина, ДАН, **77**, 655 (1951). ⁷ К. Лохман, L. Jendrassik, Biochem. Zs., **178**, 419 (1926). ⁸ Н. К. Наградова, Диссертация, М., 1954. ⁹ С. Е. Сверин, В. И. Иванов, Н. П. Карузина, Р. Я. Юделович, Биохимия, **13**, в. 2 (1948). ¹⁰ D. Heimpelichs, W. Rummel, Biochem. Zs., **326**, 187 (1955).

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Член-корреспондент АН СССР И. Н. ПЛАКСИН и Е. М. ЧАПЛЫГИНА

ВЛИЯНИЕ КИСЛОРОДА И АЗОТА НА ФЛОТАЦИОННОЕ
РАЗДЕЛЕНИЕ ТИТАНОВЫХ И ЦИРКОНИЕВЫХ МИНЕРАЛОВ

Обогащение титано-циркониевых россыпей представляет значительные трудности и осуществляется в зарубежной и отечественной практике по сложным и весьма громоздким схемам, включающим гравитационные методы с последующей магнитной и электростатической сепарацией, или флотационный метод с применением многочисленных операций горячей отмычки от реагентов коллективного концентрата, обработкой его серной кислотой и второй двукратной промывкой водой.

Эти способы обогащения дороги, малоэффективны, аппаратурно сложны и не обеспечивают высокой селективности. Поэтому в последнее время особенно интенсивно ведутся исследования в том направлении, чтобы более совершенными и прогрессивными методами разрешить проблему обогащения титано-циркониевых руд и песков.

В настоящее время советскими исследователями достаточно успешно решен вопрос получения флотационного коллективного концентрата, но еще не достигнуто эффективное решение схемы селективного разделения продуктов коллективной флотации ^(1, 2).

Таблица 1

№ опыта	Минерал	Расход воздуха, л/м	Расход кислорода, л/м	Время продувки, мин.	Время флотации, мин.	pH	Выход пенного продукта, %	Выход хвостов, %
27	Рутил	0,40	—	3	3	8,48	95,7	4,30
40	Рутил	—	0,03	1	0,75	8,54	95,9	4,10
31	Ильменит	0,15	—	5	5	8,40	94,7	5,30
36	Ильменит	—	0,065	1	4	8,58	95,76	4,24
16	Циркон	0,10	—	3	1	8,48	97,32	2,68
19	Циркон	0,18	—	1	1	8,51	98,43	1,57

Нами в лабораторных условиях при изучении воздействия газов на флотационные свойства минеральной поверхности рутила, ильменита и циркона применялась флотация после предварительной продувки пульпы воздухом (аэрация), газообразным кислородом и азотом. Флотация проводилась в содовой среде (200—400 г/т соды), собирателем служила олеиновая кислота в количестве 1500 г/т, Т : Ж — 1 : 5, число оборотов импеллера 1800 в 1 мин. В опытах использованы продукты обогащения песков, содержащих указанные минералы.

Как оказалось, воздух и кислород активируют поверхность минералов титана и циркона. Результаты опытов указаны в табл. 1.

Как показали опыты, кратковременное воздействие кислорода воздуха или чистого кислорода в небольших дозировках положительно влияет на флотацию титановых минералов и циркона. Показатели флотации после продувки через пульпу воздуха и кислорода весьма близки, но применение газообразного кислорода значительно ускоряет подготовку минералов к флотации и повышает интенсивность флотации.

Без продувки пульпы воздухом или кислородом в этих условиях рутил, ильменит и циркон не флотируют.

Флотация пульпы, из которой был предварительно удален кислород путем длительной продувки азотом, показала, что в обескислорожденной

пульпе минералы рутила и ильменита не флотируют даже в случае продолжительного (20 мин.) контакта минералов с реагентами. В то же время циркон в условиях более длительной продувки пульпы азотом (90 мин.) не изменяет своей флотационной активности — по истечении 3 мин. перемешивания минерала с реагентами в пенный продукт переходит 96,5% циркона. При этом pH равен 8,8—8,89.

Данные опытов флотации при весьма небольших концентрациях кислорода в пульпе (1,05 мг/л, после удаления кислорода азотом) указывают на возможность глубоко и длительно депрессировать рутил и ильменит, не изменяя флотируемости циркона. Данный способ позволил флотацией смеси, состоящей из 50% рутила (или ильменита) и 50% циркона без изменения ранее принятого режима отделить титановые минералы от циркона.

Снижением концентрации кислорода в пульпе путем продувки азота с последующей флотацией в струе азота удалось разделить рутило-цирконовую смесь, получив продукты высокого качества: циркониевый концентрат с содержанием 56,68—65,84% ZrO_2 и извлечением 77—79,5% и камерный (не пенный) продукт с содержанием 89,64—90,47% TiO_2 при извлечении 84,0%. При этом в циркониевом концентрате остается всего лишь 3—5,5% TiO_2 , а в рутиловом продукте 6—7,5% ZrO_2 .

В процессе селективной флотации ильменито-цирконовой смеси с малым содержанием кислорода в пульпе в основной флотации получен 60—65% циркониевый концентрат, в котором также содержится незначительное количество ильменита (от 1,75 до 5,5% TiO_2), и 50—58% ильменитовый продукт с содержанием в нем 6—19% ZrO_2 . Содержание циркония в нем может быть понижено перечисткой операцией.

Таким образом, оказалось возможным удалением кислорода продувкой азотом провести селективную флотацию с выделением циркона в пенный продукт, причем титановые минералы остаются в непенном продукте.

Флотационное разделение титано-циркониевых коллективных продуктов после насыщения водной фазы азотом дает эффективное разделение титана и циркония при минимальном расходе реагентов: расход олеиновой кислоты составляет 0,5 кг/т, а соды 0,2—0,4 кг/т против 3—4 кг/т олеиновой кислоты и 1,5 кг/т соды во флотационных схемах, предложенных для практического осуществления.

Применение реагента-депрессора может быть заменено продувкой азота. Дополнительное применение каких-либо других реагентов исключается — это может значительно удешевить разделение титано-циркониевых коллективных продуктов, получаемых при обогащении песков россыпных месторождений и коренных руд.

Так, флотацией указанным способом коллективного гравитационного титано-циркониевого концентрата песков отечественного месторождения выделен 68% циркониевый концентрат с извлечением до 80% и содержанием TiO_2 в нем около 2%. Кроме того, данный метод флотационного разделения представляет интерес потому, что до настоящего времени процесс селективной флотации, управляемый концентрацией газов, растворенных в жидкой фазе, был неизвестен.

Различная флотируемость циркониевых и титановых минералов в атмосфере азота после удаления растворенного кислорода объясняется различием их кристаллической структуры, величиной напряженности поверхностного поля, различной гидратируемостью их поверхности, подобно тому, как было нами показано⁽³⁾ в отношении действия газов на селективную флотацию флюорита и барита.

Поступило
19 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Д. И. Недоговоров, А. П. Шапиро, Бюлл. цветн. металлург., **17** (94) 9 (1957).
² Ю. Г. Мелик-Степанов, В. Н. Иванов, Цветн. мет., № 10, 131 (1957).
³ В. В. Бакакин, И. Н. Плаксин, Е. М. Чаплыгина, ДАН, **116**, № 4 (1957); Изв. АН СССР, ОТН, № 9, 96 (1957).



ГЕОЛОГИЯ

Ю. М. ВАСИЛЬЕВ

**УНАСЛЕДОВАННАЯ СКЛАДЧАТОСТЬ МЕЖДУ ЮЖНЫМ УРАЛОМ
И МАНГЫШЛАКОМ**

(Представлено академиком Д. И. Щербаковым 12 XI 1957)

В геологической литературе трудно найти проблему, которая так же сильно привлекала бы к себе внимание многочисленных геологов, как и вопрос о юго-восточном обрамлении Русской платформы. Почти сорок лет ведется дискуссия о том, существует ли подземное продолжение Уральской складчатой системы, где оно располагается и с какими известными сооружениями спрягается. По этому поводу было высказано множество самых различных гипотез, однако отсутствие необходимого количества фактических данных до настоящего времени не позволяло считать эту проблему окончательно решенной.

Последнее десятилетие ознаменовалось широким развертыванием геолого-геофизических работ на территории между Уралом и Мангышлаком. В результате был получен обширный фактический материал, используя который, можно составить структурную схему по кровле мела (рис. 1) и с ее помощью, не претендую на исчерпывающее решение всей проблемы в целом, сделать попытку осветить некоторые важные стороны последней.

Наиболее приподнятая в структурном отношении зона находится на южном продолжении главной антиклинали Мугоджар, где на обширной площади наблюдается отсутствие верхнемеловых отложений. Даже на самых высоких участках рельефа развиты нижнемеловые породы. Кровля же верхнего мела, если бы породы последнего сохранились от размыва, находилась бы в настоящее время на высотах, значительно превышающих 400 м.

Эта зона высокого залегания меловых пород известна в литературе со временем работ в Казахстане М. М. Пригородовского (1912—1914 гг.), а позднее под именем Чушкаульской антиклинали неоднократно описывалась А. Л. Яншиным, В. А. Вахрамеевым и др. В последнее время эта зона благодаря детальным исследованиям треста Актюбинфтерразведка была настолько хорошо изучена, что представляется целесообразным отказаться от глубоко укоренившегося представления о ней, как о единой антиклинальной складке, и рассматривать ее в качестве системы структур, в качестве Чушкаульской зоны поднятий. Действительно, и геологические и структурные карты свидетельствуют о том, что здесь имеется сложно построенная система дислокаций, образованная рядом антиклинальных и синклинальных складок, осложненных в ряде мест разрывными нарушениями. На склонах поднятий развиты альбские и сеноманские отложения, крылья образованы сенононом. Синклинали выполнены маастрихтом и палеогеном. По кровле верхнего мела, ввиду размыва последнего, перечисленные складки фиксируются слабо, однако по кровле неокома они выражены отчетливо.

Чушкаульская зона поднятий на широте сора Чушка-Куль не кончается. В 1956 г. в результате бурения получен новый материал, который показывает, что зона поднятий здесь не затухает и не погружается прямо на юг или юго-восток под Чаграйское плато, как предполагал А. Л. Яншин. Оно совершенно отчетливо, в направлении 230° , продолжается на юго-запад. Продолжение Чушкаульской зоны прослеживается более чем на 100 км

вплоть до Устюрта. На участке от сора Чушка-Куль до слияния рр. Чега и Манысай это продолжение выражено обширным структурным носом в пределах которого кровля мела очень полого погружается на юго-запад и значительно интенсивнее — на северо-запад и юго-восток. Затем, в район аула Ак-Тумсук выделяется локальное поднятие, в сводовой части которого кровля мела вскрыта скважинами на отметках от —220 до —240 м, в то время как в 10—15 км к западу она находится на абсолютных высотах от —270 до —285 м. Еще более крутым является второе крыло поднятия: в юго-восточном направлении кровля мела резко погружается до отметок 330—370 м. Таким образом, амплитуда поднятия описываемой структуры, во всяком случае, не менее 30—50 м. Ось ее тянется на юго-запад и проходит через зимовье Таскенчу и аул Ак-Тумсук. Как по своему характеру, так и по размерам эта брахиантеклиналь аналогична описанной выше Даульскому, Узунтальскому или Чушкакульскому поднятиям. Эта новая антиклиналь, являющаяся, очевидно, одним из звеньев Чушкакульской зоны, может быть названа Актумсукской.

Такова в общих чертах морфология юго-западного продолжения Чушкакульской зоны по кровле верхнего мела. Подтверждается она и геофизическими исследованиями. Электроразведочными работами юго-западнее Ак-Тумсуга обнаружено поднятие, в центральной части которого поверхность опорного электрического горизонта находится на глубинах, близких к 1800 м, к северо-западу фиксируется погружение его до глубины 2200 м, к юго-востоку — до 2600 м. Ось поднятия имеет четко выраженное юго-западное направление. Сейсмические исследования также подтвердили юго-западное продолжение Чушкакульской зоны поднятий вплоть до северного чинка Устюрта и, кроме того, наличие в пределах этого продолжения ряда локальных структур.

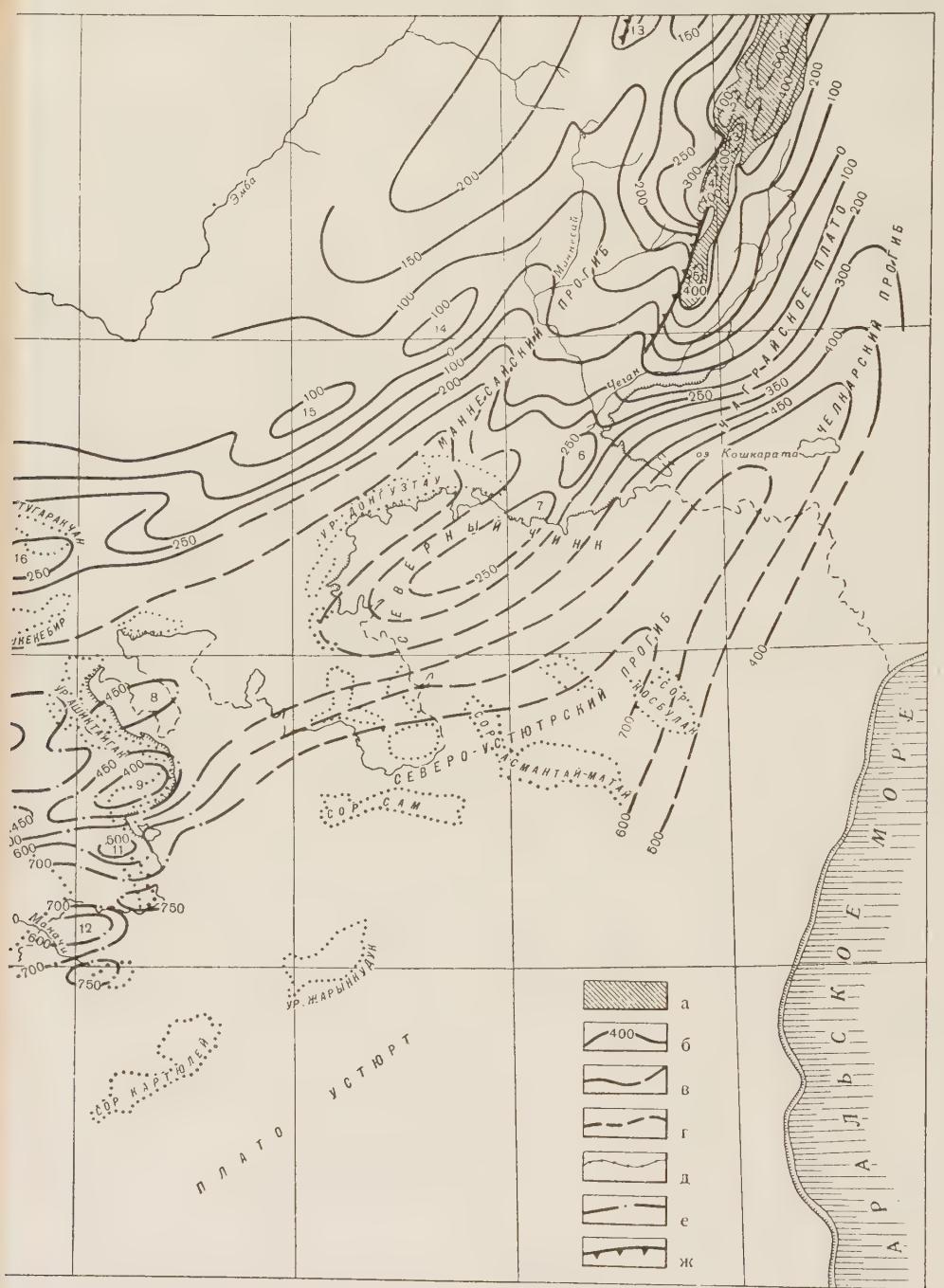
Актумсукская антиклиналь, в свою очередь, не является последней в системе структур, располагающихся на юго-западном продолжении Урала. К юго-западу от нее, уже на самом плато Устюрт, располагается новое Курганское поднятие. Впервые оно было выявлено в 1948 г. В. А. Вахрамеевым, который обратил внимание на резкое сокращение мощности тархачокрака и ащеайрыкской свиты и выпадение из разреза тургайской свиты в районе могильника Курган. А. К. Замаренов, отмечая несколько повышенное гипсометрическое положение некоторых горизонтов третичной системы между могильником Курган и колодцами Чегамбай, назвал это поднятие Чегамбайским. В 1950 г. С. С. Размыслова инструментальным путем установила воздымание кровли ащеайрыкской свиты между названными пунктами до 180 м, в то время как к северо-западу и юго-востоку она находится на абсолютных высотах 140—120 м. Аналогичным образом ведет себя и подошва сарматы: в осевой зоне поднятия она фиксируется на высоте 200—205 м, а на крыльях снижается до 175—185 м. Бурение дало дополнительный материал, свидетельствующий о том, что по кровле мела Курганское поднятие фиксируется не менее отчетливо, поскольку к юго-западу от Актумсукской антиклинали вновь отмечается воздымание кровли верхнего мела до —250 м. Это воздымание соответствует восточной периклинали Курганского поднятия. В сводовой части последнего кровля мела залегает очевидно, еще выше.

В 1952—1956 гг. на восточном побережье сора Мертвый Култук были проведены сейсмические исследования, которые позволили составить карту изоглубин по I отражающему горизонту, соответствующему подошве третичных отложений. С помощью этой карты оказалось возможным построить структурную схему по кровле верхнего мела (рис. 1) и на ее основе судить о дислокациях этой территории.

Здесь прежде всего отчетливо выделяется зона поднятий, тянущаяся от центральной части сора Аицкайпак на запад-юго-запад к буграм Саксаул Арал. В пределах этой зоны кровля мела находится на абсолютных отметках от —400 до —500 м, в то время как к югу от нее этот горизонт погружается



Рис. 1. Структурная схема по кровле верхнего мела. а — облгипсы, проведенные через 50 м; в — изогипсы, проведенные в легации отдельных горизонтов неогена; г — изогипсы, проведены в области отсутствия верхнемеловых отложений; е — ж — разрывные нарушения. Антиклинали: 1 — Даул, Узунтальская, 5 — Чушкакульская, 6 — Актумсукская, 7 — 10 — Курлыкская, 11 — Саргинская, 12 — Бенеусская, 13 — 16 — Тугаракчанская, 17 — Тасурпинская, 18 — Турумская, 21 — Кызанская, 22 —



ности отсутствия "верхнемеловых" отложений; б — изопредположительно на основе изучения характера заданные дополнительно через 25 м; в — условные изогипсы, построенные по данным сейсморазведки; 1 — Кокпетинская, 2 — Джайндинская, 3 — Музбельская, 4 — Курганская, 8 — Буленская, 9 — Ашиктаипакская, 10 — Кокпетинская, 14 — Терскенская, 15 — Диярская, 19 — Худайбергенская, 20 — Северо-Бузачинская, 21 — Кайдакская

ется до — 700, — 750 м, а к северу до — 600 м и ниже. Эта зона состоит из нескольких обособленных антиклиналей. Наиболее крупная из них занимает центральную часть сора Ашкитайпак. К западу от нее сейсмическими исследованиями было выявлено Курлыкское, а к югу — небольшое Саргинское поднятие. В северной части сора Ашкитайпак была установлена еще одна антиклинальная складка, названная Букенской. Кроме того, в районе колодцев Бенеу было установлено еще одно поднятие, где подошва неогена залегает на 30—40 м выше, чем, например, в долине р. Маначи или в районе южного окончания сора Ашкитайпак. По кровле верхнего мела, как показали сейсмические исследования, Бенеуское поднятие также фиксируется довольно четко и имеет амплитуду не менее 100 м.

Геологические исследования на Бузачах показали, что через всю северную часть полуострова с запада на восток более чем на 200 км тянется обширная Северо-Бузачинская зона поднятий (рис. 1). Уже сейчас, на первом этапе изучения геологии полуострова, в пределах названной зоны выделяется несколько локальных поднятий, структурных носов и других структурных элементов. Наиболее крупным поднятием является Северо-Бузачинское, которое занимает почти всю северо-западную четверть полуострова. На крыльях поднятий кровля верхнего мела находится на отметках от — 10 до — 60 м, причем по мере приближения к оси отмечается все более глубокий размыв верхних горизонтов меловой системы, а на самом своде развиты отложения сеномана и даже альба. К востоку от описанного поднятия, в пределах Северо-Бузачинской зоны, имеется еще три брахиантиклинальные структуры: Худай-Бергенская, Турумская и Тасурпинская. К юго-востоку от Северо-Бузачинского поднятия выделяется Шебирский структурный нос, а еще дальше — Кызанская и Кайдакская брахиантиклинали. Эта группа структур образует Южно-Бузачинскую зону поднятий. Между Северо-Бузачинской и Южно-Бузачинской зонами располагается широкий Улекский прогиб, в пределах которого кровля мела погружается до отметок — 250 м, в то время как на сводах поднятий последняя фиксируется на высотах от — 100 до — 150 м.

Таким образом, изучение структуры верхнемеловых, а также третичных отложений показывает, что между южным окончанием Урала и Манышлаком в осадочном чехле широко распространены многочисленные складки, отличные как от соляных куполов Прикаспийской впадины, так и от прерывистых структур Предуральского прогиба. Эти складки образуют серии одинаково ориентированных равновеликих антиклиналей и синклиналей. Для них характерна четко выраженная линейность. В разрезах антиклиналей имеет место уменьшение мощности отдельных горизонтов и даже выпадение некоторых из них; наблюдаются перерывы, следы размыва и угловые несогласия. В синклиналях развиты более мощные и наиболее полные серии согласно пластующимся слоям. Эти складки носят черты типичных унаследованных структур. Другими словами, между Уралом и Манышлаком устанавливается наличие типичной унаследованной складчатости.

А. Л. Яншиным и другими советскими геологами была разработана и блестяще использована на практике методика изучения структуры погребенного фундамента молодых платформ по особенностям унаследованной складчатости. Применяя эту методику в отношении описываемой территории, можно сделать некоторые выводы о характере юго-восточного обрамления Русской платформы.

Во-первых, становится очевидным, что Уральская складчатая система не затухает ни у южного окончания Мугоджар, ни у сора Чушка-Куль. Она, постепенно погружаясь и поворачивая к юго-западу, прослеживается до аула Ак-Тумсук, а затем вплоть до северных чинков Устюрта. Больше того, продолжение ее намечается даже в пределах Северного Устюрта. В осадочном покрове этому продолжению отвечают дислокации Чушка-кульской зоны, Актуумсукская и Курганская антиклинали.

Во-вторых, в пределах полуострова Бузачи четко выделяются две системы унаследованных структур. Эти структуры по своему характеру ничем не отличаются от дислокаций Чушкакульской зоны или других унаследованных дислокаций Урало-Сибирской эпигерцинской платформы. Очевидно, они являются отражением основных структурных элементов погребенного герцинского фундамента, аналогичных тем, какие находят свое выражение в Чушкакульской зоне поднятий.

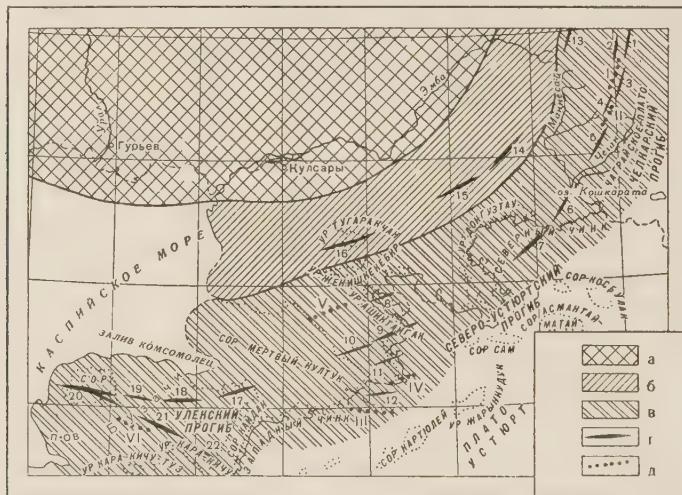


Рис. 2. Тектоническая схема. *а* — область Русской платформы; *б* — передовой герцинский прогиб; *в* — область погребенной герцинской складчатости; *г* — антиклинали в мезозойской толще: 1 — Даульская, 2 — Джаниндинская, 3 — Музельская, 4 — Узунтальская, 5 — Чушкакульская, 6 — Актумуская. 7 — Курганская, 8 — Букенская, 9 — Ашиктаипакская, 10 — Курлынская, 11 — Саргинская, 12 — Бенеусская, 13 — Копективская, 14 — Терскенская, 15 — Диярская, 16 — Тугараканская, 17 — Тасурпинская, 18 — Турумская, 19 — Худайбергенская, 20 — Северо-Бузачинская, 21 — Кызыанская, 22 — Кайдакская; *д* — синклинали в мезозойской толще: I — Каракульская, II — Причушкакульская, III — Маначинская, IV — Прибенеусская, V — Северо-Култукская, VI — Мястекская

В-третьих, на восточном побережье Мертвого Култука устанавливается новая система складок, аналогичных вышеописанным. Эти складки также являются унаследованными и в общих чертах отражают основные структурные элементы складчатого основания, которое, по-видимому, также является герцинским.

Таким образом, от Южного Урала до полуострова Бузачи устанавливается непрерывная система унаследованных складок (рис. 2). Эти складки совершенно аналогичны в Чушкакульской зоне, на Северном Устюрте, в районе сора Мертвый Култук и на полуострове Бузачи. На этом основании можно сделать вывод, что все эти зоны являются составными звеньями единой, ныне погребенной системы герцинской складчатости, которая в виде плавной дуги обрамляет Русскую платформу с юго-востока. Между этой системой и краем Русской платформы, как и в более северных районах, располагается передовой прогиб, в пределах которого распространена уже не сплошная, а прерывистая складчатость, которая к тому же не обладает свойством унаследованного развития или обладает им в крайне ослабленном виде. Именно такими являются дислокации мезокайнозоя района Южно-Эмбенского поднятия (рис. 2).

ГЕОЛОГИЯ

В. А. ЗУБАКОВ

**СТРАТИГРАФИЯ ЧЕТВЕРТИЧНЫХ ОТЛОЖЕНИЙ ЛЕДНИКОВОЙ
ЗОНЫ ПРИЕНИСЕЙСКОЙ СИБИРИ**

(Представлено академиком И. П. Герасимовым 17 VI 1957)

В последние годы в связи с геологическими исследованиями, проводившимися в долине нижнего течения р. Енисей, накоплен большой фактический материал по стратиграфии четвертичных отложений ледниковой зоны Иренисейской части Сибири, позволяющий внести ряд изменений и дополнений в схему В. Н. Сакса (¹). Существенно новым является установление ромежуточного ледникового горизонта — енисейского, располагающегося между самаровской и зырянской моренами, и продвижение границы санчуговской (северной) трангрессии по долине Енисея на 6° к югу от Платино — до 62° с. ш. (¹).

Мощность четвертичных отложений ледниковой зоны Приенисейской Сибири колеблется от 20—30 до 200—250 м. В последнем случае четвертичные отложения выполняют древнюю эрозионно-тектоническую Енисейскую падину с отметкой подошвы четвертичных отложений от 25 до 200—240 м ниже уровня моря.

В пределах этой впадины вскрывается полная стратиграфическая колонка с преобладанием морских и озерных фаций.

Четвертичные отложения среднего и верхнего течения долины Енисея (к югу от 61° 30' с. ш.) представлены террасовым аллювиальным комплексом, формировавшимся, начиная от плиоцена и до наших дней (^{2, 3}). Четвертичные отложения нижнего течения Енисея (к северу от 61° 30' с. ш.) представлены чередованием аллювиальных горизонтов с озерно-морскими ледниками, что говорит о неоднократных ингрессиях моря в долину Енисея и заполнении ее ледниковым покровом. В настоящее время в пределах Енисейской впадины устанавливается три погребенных долинных комплекса: доледниковый (al N — Q₁¹), среднемежледниковый (al Q₂^{1—2}) и I овомежледниковый (al Q₃¹).

Современная долина Енисея в нижнем течении имеет более молодой возраст, чем в верхнем течении. Так, на участке ниже устья Подкаменной Тунгуски она была заложена во время регрессии санчуговского моря, ниже устья Нижней Тунгуски — уже после зырянского оледенения.

В толще четвертичных отложений Енисейской впадины в поле визуально могут быть выделены 9 литолого-стратиграфических единиц, при этом за порный горизонт принимаются морена и флювиогляциальные отложения максимального покровного оледенения Сибири — самаровский ледниковый горизонт (gl Q₂² sm). Ниже его лежат диагональнослоистые туруханские пески — al Q₂² (tr), мощностью до 57 м, свита озерно-эстuarных «сизых углинков», мощностью до 100 м (1 — lmQ₁² — Q₂¹) и свита аллювиальных отложений погребенной доледниковой долины Енисея — свита завального рала — al Q₁¹ (zj).

Выше самаровского горизонта выделяются: хахалевские пески — 1a1 Q₃¹ (h) о 50—70 м мощностью, соответствующие аллювию IV надпойменной

террасы ледниковой зоны современной долины Енисея; ингрессионные озерно-морские отложения санчуговской свиты — Q_3^{1+2} (S) до 80 м мощностью; морские и континентальные пески казанцевского горизонта — al — mQ_3^3K ; зырянский ледниковый горизонт — $g1Q_3^4z$ и аллювиальные отложения современной долины Енисея, возраст которых уменьшается вниз по течению.

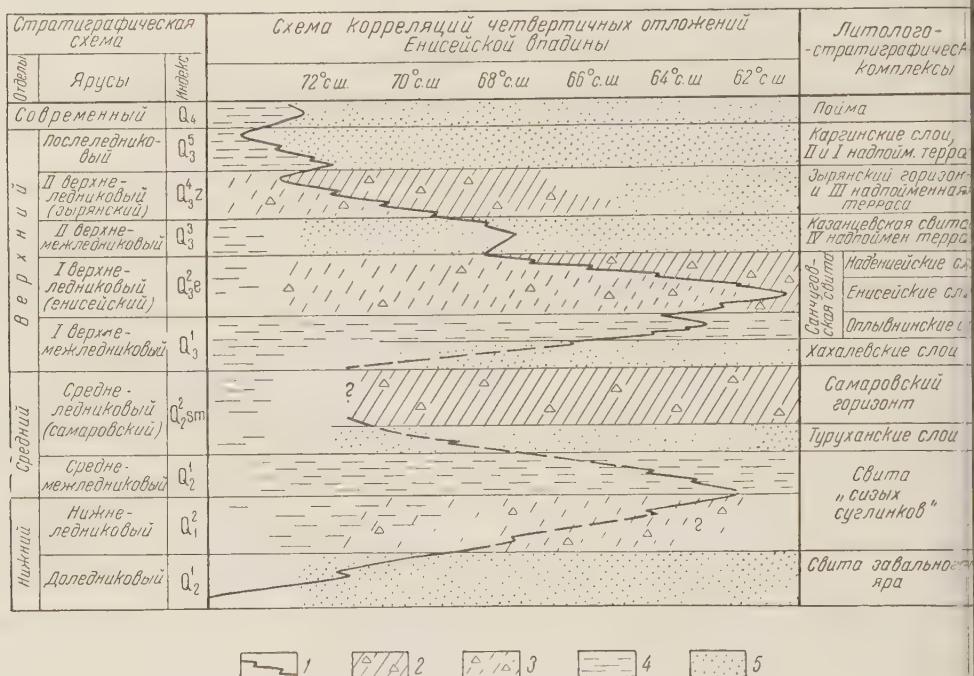


Рис. 1. Схема стратиграфии четвертичных отложений ледниковой зоны Приенисейской Сибири: 1 — граница между морскими и континентальными фациями четвертичных отложений, 2 — области развития ледниковых фаций, 3 — области развития ледниково-морских фаций, 4 — области развития морских и озерных глинистых фаций; 5 — области развития морских и континентальных песчаных фаций

Изучение разрезов с использованием методов палинологического, минералогического и фациально-литологического анализов позволяет расчленить свиту «сизых суглинков» и санчуговскую свиту более дробно уже по климатическому признаку. Схема стратиграфического расчленения четвертичных отложений Приенисейской Сибири в пределах Енисейской впадины представлена на рис. 1. В средней части рисунка дана схема корреляции выделяемых стратиграфических подразделений, подтвержденная прослеживанием горизонтов в поле. В ходе этого прослеживания было установлено наличие фациальных переходов от континентальных отложений к морским не только для межледниковых, но и для ледниковых осадков и было выделена фация гляциально-морских отложений (морена, отложенная на дне морского или эстuarного бассейна с шельфового льда или плавающих айсбергов)⁽⁴⁾.

Правая часть корреляционной схемы отвечает комплексу аллювиальных отложений современной долины Енисея, имеющей возраст от послезырянского в низовьях Енисея до Казанцевского в районе устья р. Подкаменной Тунгуски. Левая часть схемы отвечает комплексу морских отложений.

Вся толща четвертичных отложений Приенисейской Сибири расчленяется на 10 палеоклиматических ярусов. Доледниковые отложения (Q)

представлены песками, реже — галечниками с большой ролью гальки стойчивых пород и пород Енисейского кряжа. Спорово-пыльцевые данные говорят об умеренно-континентальных климатических условиях. К древнедниковым (Q_1^1) отложениям отнесены низы свиты «сизых суглинков» с лесотундровым спорово-пыльцевым спектром и отложения типа «морской орены» в скважинах по р. Турухан.

Среднемежледниковые (Q_1^1) отложения представлены верхней частью свиты «сизых суглинков» с таежным спорово-пыльцевым спектром. В Таймырской депрессии этой толще, по-видимому, отвечает морской горизонт *Portlandia lenticula Möll* и *Nucula* sp. (¹), в Усть-Порту — глины с морскими диатомиями.

Самаровский моренный горизонт в пределах долины Енисея сформирован полностью за счет сноса с Сибирской платформы, что подтверждается петро-графическими и минералогическими данными.

Пески постсамаровской долины Енисея с типично межледниковым спорово-пыльцевым спектром (хахалевские слои — Ia1 $Q_3^1(h)$)^{*} отнесены к I новому межледниковью. К нему же на севере (Самбург и Пупково) отнесены орские слои с таежным спорово-пыльцевым спектром и с фауной *Cyrtularia jenisseae* Sahs., *Balanus hamery* Asc. и *Cyprina islandica* L., отвечающие низам санчуговской свиты, а на участке к югу от 64° с. ш. — озерные межледниковые глины (оплыниинские слои — I $Q_3^1(op)$).

Средняя часть санчуговской свиты с арктической фауной *Portlandia arctica* G., *P. lenticula* M., *Astarte crenata* G., которая обнаружена по Енисею плоть до 63° с. ш. (⁴), отвечает максимуму трансгрессии, обогащена ватуно-галечным материалом и характеризуется лесотундровым спорово-пыльцевым спектром — енисейские слои — gltn $Q_3^2(e)$. Мы относим енисейские слои к отложениям I нового оледенения, сопоставляемого с московским на Русской равнине. На севере им соответствует собственно-санчуговский горизонт или «зона *Portlandia*» В. Н. Сакса (¹).

Верхняя часть санчуговской свиты — надъенисейские слои — II — g1 $Q_3^2(se)$, — представлена к северу от 64° с. ш. регressiveными фациями

Portlandia arctica var. *siliqua* Reeve., а к югу от 64° с. ш. — ленточными линами и флювиогляциальными песками, и также относится к ледниковым отложениям.

Морские пески казанцевского горизонта с фауной *Cyprina islandica* L., *Zirphaea crispata* L. на севере и отвечающие им отложения IV надпойменной террасы в более южной части соответствуют уже II новому межледниковью (казанцевскому — Q_3^3K). Зырянский моренный горизонт, на участке к северу от 66° с. ш. перекрывающий IV надпойменную террасу, и синхронные ему отложения III надпойменной террасы относятся ко II новому ледению ** (Q_3^4z). Все более молодые отложения долины Енисея по существу являются послеледниковыми, однако, учитывая существующие традиции, мы условно расчленяем их на послеледниковые (Q_3^5) и современные (Q_4). К первым относятся морские к каргинские слои и аллювий II и I надпойменных террас, ко вторым — осадки пойменных террас. Следы сарансской стадии оледенения в долине Енисея практически не выделяются.

Всесоюзный научно-исследовательский
геологический институт

Поступило
29 III 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. Н. Сакс, Тр. Научно-иссл. инст. геол. Арктики, 77 (1953). ² М. П. Нагорный, и др., Вестн. Зап.-Сиб. геол. упр., в. 3 (1941). ³ В. И. Громов, Тр. ИГН АН ССР, геол. сер., 64 (1948). ⁴ В. А. Зубаков, ДАН, 115, № 6 (1957).

* В районе Усть-Порта им отвечают мессовские пески В. Н. Сакса, во внеледниковой зоне 50—80 м — «хахалевская» терраса.

** По схеме В. Н. Сакса это I новое оледенение (Q_3^2z).

Т. Г. КАЛИШЕВИЧ и В. Я. ПОСЫЛЬНЫЙ

ОБ ОТСУТСТВИИ ПЕРЕРЫВА В ОСАДКОНАКОПЛЕНИИ
МЕЖДУ КАЙНОЗОЕМ И МЕЗОЗОЕМ В РАЙОНЕ
СИНЕГОРСКА — ЗАГОРСКА НА САХАЛИНЕ

(Представлено академиком С. И. Мироновым 25 XI 1957)

Исследовав разрез мелких и третичных отложений в районе Синегорска — Загорска, Шимидзу (¹), Токуда (²), Кавасаки (², ³) и Кавада (⁴) пришли к выводу о несогласном залегании найбутинской (нижнедуйской) свиты на верхнемеловых (сенона) морских осадках, хотя непосредственного контакта меловых и третичных осадков они не наблюдали. Курасава же (⁵) считает, что ясной границы между отложениями мелового и третичного периодов нет.

Некоторые исследователи за нижнюю границу третичных отложений принимают нижний слой конгломерата нижнедуйской свиты (эоцен), не согласно, по их мнению, залегающий на образованиях красноярской свиты (сенона).

В результате выполненных трестом Сахалинуглегеологии за последние годы детальных геологоразведочных работ на площади, простирающейся на 30 км от Синегорска на юге до Уртая на севере, установлено, что под нижним слоем конгломерата нижнедуйской свиты везде присутствует, п. крайней мере, 1—2 пласта угля или углистого аргиллита (самый нижний угленосный горизонт найбутинской свиты Кавасаки (³)). В изменении мощности этого горизонта и числа пластов в нем Кавасаки видел подтверждение вывода о несогласном залегании меловых и третичных отложений, считая, что последние выполняют неровности на размытой поверхности мела.

Решению вопроса о границе меловых и третичных отложений были посвящены полевые исследования В. Я. Посыльного. Палеонтологическую обработку собранной им коллекции фауны произвела Т. Г. Калишевич.

В разрезе по р. Синегорке алевролиты, заключающие обильную фауну *Parapachydiscus* sp., *Inoceramus* sp. и др. и относимые всеми исследователями к сенону, расположены в 650 м под первым (нижним) угольным пластом нижнедуйской свиты. Толща мощностью 650 м между последними находками достоверной сенонской фауны и эоценовой нижнедуйской свитой имеет следующее строение (снизу вверх).

I. Светло-серые крупнозернистые алевролиты с мелким растительным мусором и туфогенным материалом, переслаивающиеся изредка с однородными темно-серыми алевролитами Мощность 200 м

II. Темно-серый однородный алевролит с частыми мергелистыми конкрециями размерами до 1 м и мелкорассеянным пиритом. Обычно через 20—50 м наблюдаются прослои крупнозернистого зеленовато-серого песчаника с туфогенным материалом мощностью 2—5 м. Как правило, верхний и нижний контакты таких песчаных слоев имеют постепенный переход к нормальному осадочным однородным алевролитам через 1—2-метровые слои туфогенного алевролита.

Иногда наблюдается резкий верхний контакт песчаника с однородным алевролитом. В верхней части алевролитов встречено большое количество зеленых включений глауконита (?), а также туфогенный материал.

Находки фауны в этой части разреза исключительно редки (одиночные кораллы, остатки брахиопод и пелеципод плохой сохранности), но очень часто обнаруживаются отпечатки чешуи рыб диаметром 3—10 мм.

Общая мощность 300 м

III. Однородный темно-серый мелкозернистый алевролит, содержащий *Yoldia* (*Pacifica*), *Yoldia* и *Malletia* Мощность 15 м

IV. Песчаник крупнозернистый серый с туфогенным материалом.

Верхний и нижний контакты постепенные Мощность 7 м

V. Алевролит мелкозернистый однородный темно-серый. В верхней части появляются прослой крупнозернистого зеленовато-серого алевролита с отпечатками листьев; в линзовидных прослоях темно-серого алевролита отмечается громадное количество следов мелких роющих животных (червей?) и фауна пелеципод: *Malletia*, *Thyasira*, *Yoldia* (*Pacifica*) и *Lima*.

Мощность 78 м

VI. Алевролит зеленовато-серый крупнозернистый с отпечатками листьев и растительным детритом Мощность 50 м

Кровлей этого слоя является нижний пласт угля нижнедуйской свиты.

В Загорске более или менее достоверные сведения о находках типичной меловой (сенона) фауны (*Hamites cf. armatus* Sowerby, *Hamites indicus* Forbes, *Puzosia* sp., *Laudryceras* sp.), зарегистрированные в материалах маркшейдерского отдела шахты Долинской при проходке штольни, относятся к слоям, расположенным в 600—650 м под первым пластом нижнедуйской свиты.

По ряду причин исследована только верхняя часть толщи между находками меловой фауны и первым пластом угля нижнедуйской свиты мощностью 350 м. Строение этой части толщи по ключу Разведочному — левому притоку р. Загорки — представляется снизу вверх в следующем виде.

1. Алевролит темно-серый однородный; подчиненное значение имеют сиреневато-серые туфогенные алевролиты и зеленые песчаники. В нижней части присутствует разнообразная, но очень редкая фауна одиночных кораллов *Trochocyathus*, брахиопод из сем. *Terebratulacea*, пелеципод *Nuculan* и *Thyasira*, крупных фораминифер (*Nodosaria* и др.), а также в большом количестве отпечатки чешуи рыб Мощность 170 мм

2. Алевролит однородный темно-серый; отделяется от вышеописанного слоя туфогенным песчаником мощностью 5 м. В алевролитах встречены *Crassinella* и *Ostrea* Мощность 30 м

3. Алевролит, аналогичный описанному выше. Часто встречаются мергелистые каравай до 1 м в попечнике и разнообразная фауна: *Yoldia* (*Pacifica*), *Nuculan* sp. ind., *Yoldia*, *Thyasira*, *Acila* (*Truncatula*), *Neptunea*, *Psephaea*, *Balanus*, иглы морских ежей, брахиоподы, ходы червей, а также неопределенные остатки моллюсков. В отдельных слоях верхней части содержится *Corbicula*. От нижележащего данного слоя отделен прослой серого песчаника с гравием и мелкой галькой мощностью 0,30 м.

В верхней части разреза на 5 м наблюдается переход к аргиллиту с большим количеством растительных остатков и затем к первому угльному пласту нижнедуйской свиты Мощность 150 м

В описанных отложениях, залегающих между фаунистически охарактеризованными породами сенона яруса и эоценовой угленосной нижнедуйской свитой, найдена не очень многочисленная, но разнообразная морская фауна моллюсков, кораллов, иглокожих и многочисленные отпечатки рыб (чешуи), причем среди этой фауны не встречено ни одного известного ранее вида.

По своему родовому составу фауна делится на две группы: 1) фауна с *Malletia* и *Yoldia* и 2) фауна без них.

1-я группа фауны присутствует в верхней части изученных разрезов мощностью около 200 м, имеет облик древнетретичной и состоит из новых представителей родов *Malletia*, *Yoldia* (*Pacifica*), *Psephaea*, *Crassinella*, *Thyasira* и др.

В связи с составом фауны, отсутствием литологически выраженного перерыва в осадконакоплении и непосредственным залеганием этих слоев под эоценовой нижнедуйской свитой время накопления морских осадков этой части разреза можно отнести к палеоцену.

Комплекс фауны, относимый к 2-й группе, встречается в слоях мощностью около 400 м, перекрывающих сенонские отложения, и состоит из одиночных кораллов *Trochocyatus*, большого количества чешуи рыб, брахиопод из сем. *Terebratulacea* и редких моллюсков из родов *Nuculana* и *Thyasira*. Состав фауны, литологически выраженная непрерывность осадконакопления и залегание над отложениями сенона позволяют предположительно считать, что эти слои соответствуют датскому ярусу.

Таким образом, разделяя мнение всех исследователей об отсутствии перерыва внутри толщи, относимой ранее к сенону, мы впервые для территории Сахалина устанавливаем согласное залегание эоценовой нижнедуйской свиты на более древних отложениях и, следовательно, отсутствие перерыва в осадконакоплении между третичным и меловым периодами в районе Синегорска — Загорска. В датское и палеоценовое время сенонское море продолжало существовать, по крайней мере в этом районе, и имело нормальную соленость, о чем свидетельствует разнообразный состав морской фауны. В конце палеоцена наблюдается обмеление и опреснение бассейна (появление солоноватоводных *Corbicula* в верхней части изученного разреза), а в эоцене начинают накапливаться континентальные угленосные отложения нижнедуйской свиты.

Небезынтересно отметить, что, несмотря на отсутствие литологически выраженного перерыва в осадконакоплении, наблюдается резкая смена комплексов фауны: в отложениях сенона присутствуют многочисленные крупные иноцерамы и аммониты; в вышележащей 600-метровой толще этих форм нет. Причины, вызвавшие такую резкую смену комплексов фауны, пока неизвестны; возможно, что они связаны с появлением в основании толщи, относимой нами предположительно к датскому ярусу, туфогенных слоев.

Государственный союзный геологический трест
Сахалинуглегеология

Поступило
25 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. Кавада, «Тисицугаку дзасси» (геол. журн.), Токио, № 1 (1939). ² К. Кавасаки, Там же, № 7 (1929). ³ К. Кавасаки, Угольные месторождения на Южном Сахалине, в. 1, Угольные месторождения Найбуши — Каваками, Тоехара (Южно-Сахалинск) (1934) (на японск. яз.). ⁴ А. Н. Криштофович, Геологический обзор стран Дальнего Востока, 1932. ⁵ М. Куросава, Журн. «Кою», Тоехара (Южно-Сахалинск), 3, № 3 (1932). ⁶ Е. М. Смехов, Изв. АН СССР, сер. геол., № 1 (1947). ⁷ Е. М. Смехов, Изв. АН СССР, сер. геол., № 6 (1948). ⁸ Е. М. Смехов, Тр. ВНИГРИ, спец. серия, в. 6 (1953). ⁹ Т. Токуда, «Тисицугаку дзасси» (геол. журн.), Токио, № 8 (1929). ¹⁰ К. Уватоко, Тр. 17 Междунар. геол. конгр., 5 (1937). ¹¹ С. Шимидзу, «Тисицугаку дзасси» (геол. журн.), Токио, № 4 (1929).

ГЕОЛОГИЯ

Н. В. НЕВОЛИН

МЕЗОКАЙНОЗОЙСКАЯ СТРУКТУРА ПРИКАСПИЙСКОЙ ВПАДИНЫ

(Представлено академиком С. И. Мироновым 11 XI 1957)

Крупные черты строения мезокайнозойской структуры Прикаспийской впадины устанавливаются по карте суммарной мощности меловых отложений (рис. 1), построенной нами на основании данных бурения и сейсмических исследований. Как показывают данные бурения, эта карта отражает также структуру юрских образований.

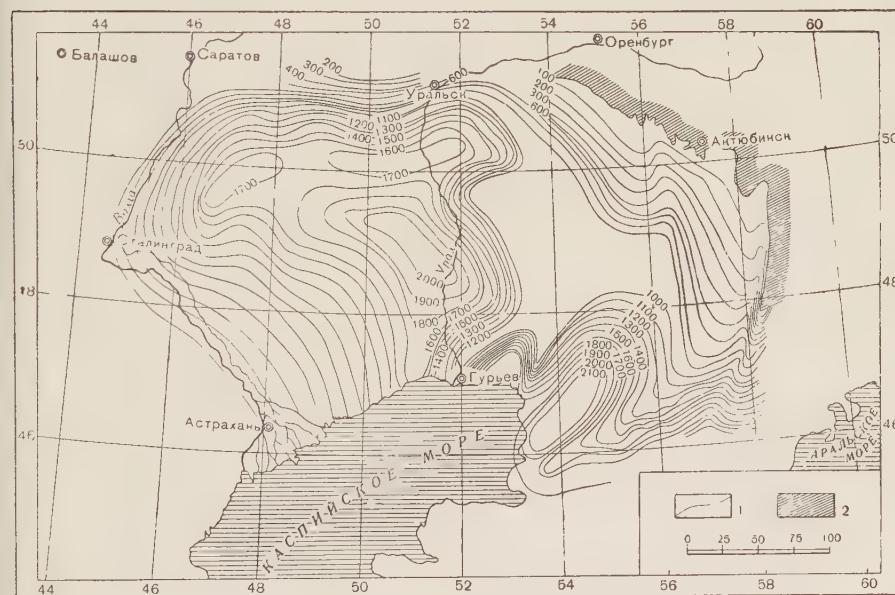


Рис. 1. Схематическая карта суммарной мощности меловых отложений Прикаспийской впадины. 1 — изопахиты, 2 — область отсутствия сплошного развития мезо-кайнозоя

Наиболее общей и в то же время наиболее характерной чертой в строении меловых отложений является закономерное увеличение мощности их от окраин Прикаспийской впадины (за исключением юга) к ее центру. В этом же направлении происходит увеличение объема стратиграфического разреза, нестепенная смена континентальных грубозернистых образований на более тонкозернистые разности преимущественно прибрежноморского типа. Вместе с тем данные об изменении мощностей и фаций мезо-кайнозойских отложений показывают, что Прикаспийская впадина не представляет собой единой и ростко построенной депрессии: она осложнена рядом крупных впадин и однотипий второго порядка (рис. 2). К таким крупным положительным структурам относятся: 1) Южно-Эмбенское поднятие; 2) Хобдинское поднятие; 3) Джантерекское поднятие; 4) Танатарское поднятие и 5) Ащеуильское

поднятие. Последние три поднятия, по существу, представляют собой огро́ги огромного Хобдинского поднятия.

Отрицательными структурами, осложняющими Прикаспийскую впадину, являются: 1) Сагизский (Эмбенский) прогиб; 2) Абжельский (Байчунасский) прогиб, 3) Индерский прогиб, 4) Челкарский прогиб и 5) Приволжский (Сталинградский) прогиб.

К структурам моноклинального типа относятся: 1) Утвинская моноклиналь; 2) Общесыровская моноклиналь; 3) Стalingрадско-Саратовская моноклиналь и 4) Баскунчакская моноклиналь.

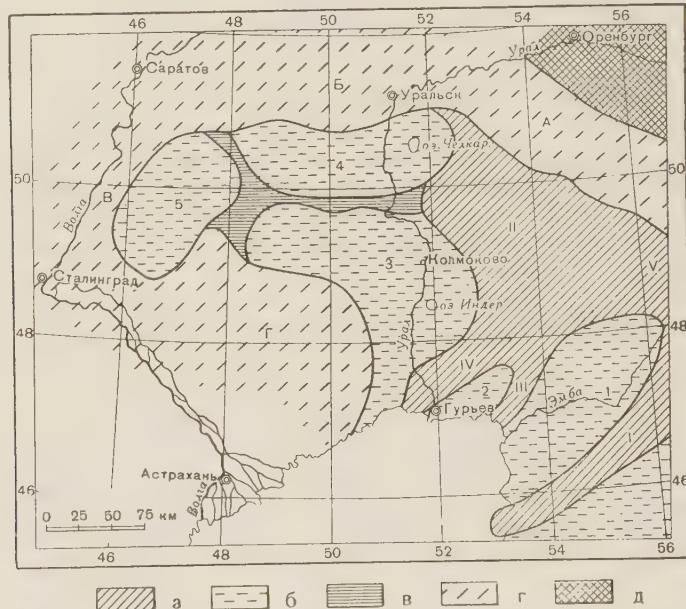


Рис. 2. Схема тектоники мезо-кайнозойского платформенного пояса Прикаспийской впадины. *а* — положительные структуры, *б* — отрицательные структуры, *в* — предполагаемые поперечные поднятия, *д* — область отсутствия сплошного развития мезо-кайнозойских отложений. Положительные структуры: I — Южно-Эмбенское поднятие, II — Хобдинское поднятие, III — Джантарекское поднятие, IV — Танатарское поднятие, V — Ащеульское поднятие. Отрицательные структуры: 1 — Сагизский (Эмбенский) прогиб; 2 — Абжельский (Байчунасский) прогиб; 3 — Индерский прогиб, 4 — Челкарский прогиб, 5 — Приволжский (Сталинградский) прогиб. Моноклиналии: А — Утвинская моноклиналь, Б — Общесыровская моноклиналь, В — Стalingрадско-Саратовская моноклиналь, Г — Баскунчакская моноклиналь.

Поднятия характеризуются неполным стратиграфическим объемом мезозойских отложений, сокращенной их мощностью и повышенным содержанием песчанистого грубообломочного материала. Так, из разреза в пределах поднятий (за исключением Южно-Эмбенского поднятия) почти повсеместно выпадают валанжинские, сеноманские (морские), туронские и датские образования.

Мощность меловых отложений в пределах поднятий 900—1000 м, а в прогибах она возрастает до 2300 м.

На большинстве поднятий отсутствуют также третичные осадки или они представлены весьма небольшой мощностью. Мезо-кайнозойские моноклиналии, приуроченные к палеозойским бортам Прикаспийской впадины также характеризуются сокращенной мощностью, неполной стратиграфического разреза и преимущественно континентальным типом меловых

осадков. И наоборот, прогибы, как правило, характеризуются стратиграфической полнотой мезо-кайнозойского разреза и развитием осадков преимущественно прибрежноморского типа. Весьма характерным является также то, что к прогибам приурочены максимальные мощности третичных образований. Так, сплошное развитие третичных отложений наблюдается в междуречье Волги и Урала, которое в тектоническом отношении представляет собой единую обширную котловину.

Как поднятия, так и прогибы характеризуются развитием солянокупольных структур. При этом наиболее интенсивно соляная тектоника проявляется в пределах прогибов: здесь наблюдаются наиболее мощные соляные ядра (Челкар, Индер, Сахарный, Абжель и др.) и наиболее резко проявляется прорыв соляными ядрами надсолевой толщи.

В отношении расположения солянокупольных структур в пространстве установлено, что во внутренних частях Прикаспийской впадины солянокупольные структуры располагаются в соответствии с очертанием крупных поднятий и прогибов подсолевого ложа.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт геофизических методов разведки

Поступило
8 X 1957

В. А. ТОКАРЕВ

ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ МАТЕРИАЛОВ
ПО СЕЙСМИЧНОСТИ КОЛЬСКО-СКАНДИНАВСКОГО РЕГИОНА

(Представлено академиком А. А. Полкановым 23 XII 1957)

Анализ опубликованных за последние годы материалов по сейсмичности Кольско-Скандинавского региона выявляет некоторые новые черты его региональной геологической структуры. Подавляющее большинство использованных данных по сейсмичности региона собрано к 1956 г. М. Батом (¹) и в незначительной части — советскими исследователями (², ³).

Опубликованные материалы относятся к времени всего лишь в 60 лет: от 1891 г. до 1950 г. За этот короткий период на Скандинавском и Кольском полуостровах было зафиксировано 1094 землетрясения. Расположение их эпицентров четко намечает две крупные вытянутые узкие зоны (полосы) и четыре участка с резко повышенной сейсмической активностью.

Подавляющая масса землетрясений региона происходила на малых глубинах (менее 60 км), концентрируясь при этом в указанных зонах и участках (рис. 1).

Для первой зоны повышенной сейсмичности предлагается название зона Согне-Бергенская. Она протягивается от Северного моря (район Бергена) до Баренцева моря (о. Арнёй) вдоль северо-западного побережья Скандинавии. Зона прослеживается на 2000 км по простианию, имеет ширину 100—120 км (определена в разрезах по расположению гипоцентров) и намечается единичными землетрясениями до глубины 560 км. Наклон зоны направлен в разные стороны на различных ее участках под углами от 67° до 70° (рис. 2). Вторая, внутренняя зона, для которой предлагается название Клар-Эльвской, протягивается от пролива Скагеррак на север, почти до западной границы Кольского полуострова. Она прослеживается на 1350 км и имеет мощность 80—90 км. На глубину эта зона распространяется до 500 км. Наклон ее на всем протяжении направлен к юго-востоку под 60—78° (рис. 2). Обе зоны замыкаются на северо-востоке, в пределах Швеции и Норвегии, не переходя на территорию СССР.

Выявляющиеся активные сейсмические зоны, по-видимому, намечают области современных глубинных движений, изредка уходящие на 500—560 км в глубь земной оболочки. Расположение этих зон на глубине резко несогласно с региональными надвигами северо-западной Скандинавии, на поверхности их простиранье в общем совпадает.

Районы повышенной сейсмичности располагаются: а) близ Соне-фиорда, у побережья Норвежского моря, на территории Норвегии между Тромсё и Бергеном; для этого района предлагается название — район Согне-фиорда; б) в районе Бергена; в) в узле Оулу, на территории Финляндии, к востоку от окончания Ботнического Залива; г) в районе Осло-фиорда, в Швеции, на значительной территории от Осло-фиорда до Гётеборга.

Намечается прямая связь глубины и силы землетрясений. Поверхностные землетрясения (до глубины 12 км) имеют силу не более 2,4 балла по шкале Гутенберга и Рихтера. Для глубин 55—60 км сила ударов выражается в пределах 3,6—3,9 баллов той же шкалы. На глубинах 100—110 км происходят землетрясения в 4,4—4,5 баллов. Для глубин в 500 км и более характерны землетрясения в 5,4—5,7 баллов.

Сейсмическая активность по всему региону обычно связана с участками, которые сложены на поверхности древнейшими метаморфическими породами архея, или гранитами, т. е. с участками поднятия. Вместе с тем все депрес-

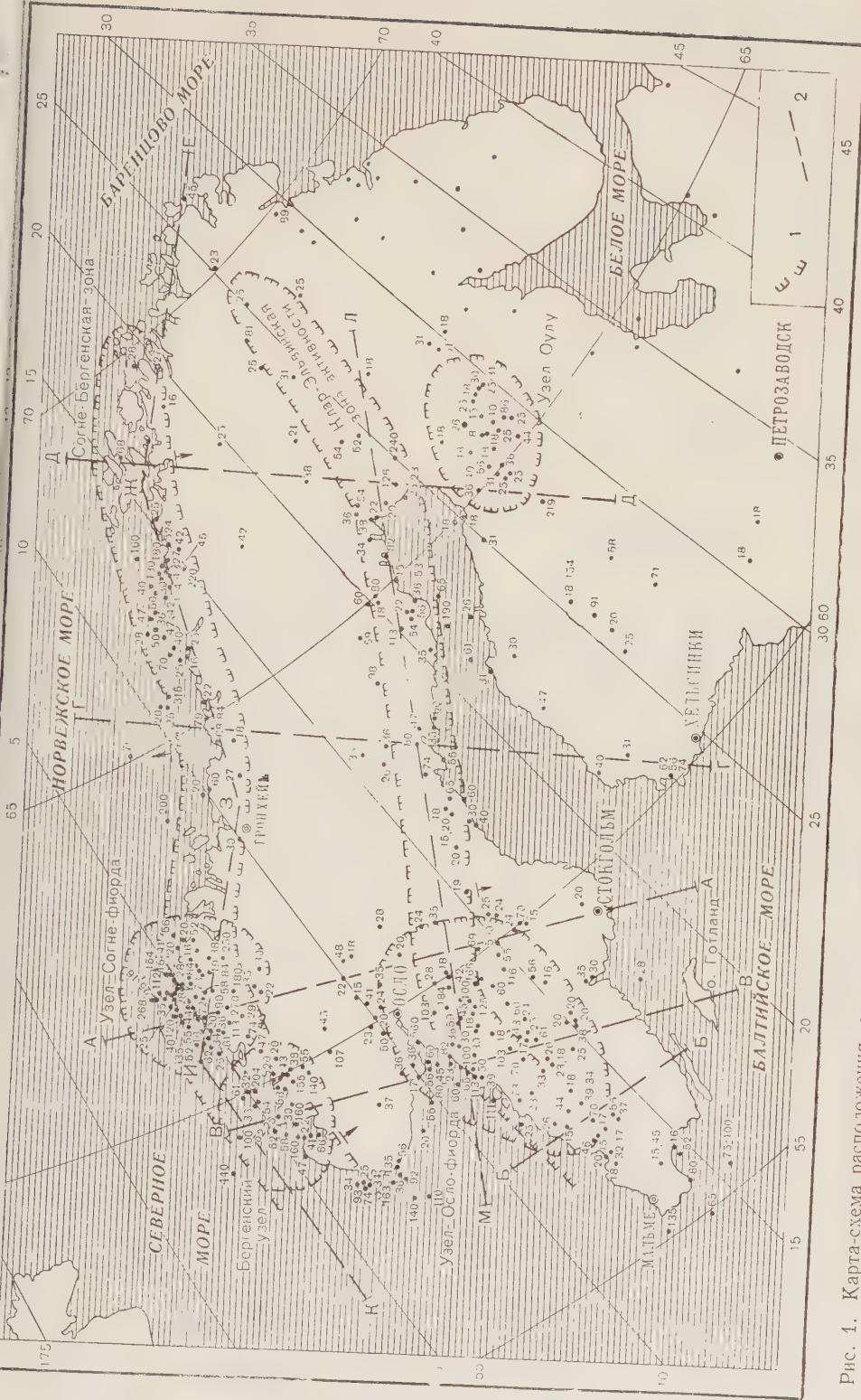


Рис. 1. Карта-схема расположения эпицентров землетрясений в Кольско-Скандинавском регионе: 1 — контуры сейсмически активных зон и узлов, 2 — линии разрезов А — А, Б — Б и др. Стрелками показаны элементы залегания энз на глубину. Цифры у точек обозначают глубину гипоцентров в километрах (землетрясения с гипоцентрами глубиной менее 12 км не изображены)

ции, занятые на поверхности отложениями протерозоя, палеозоя или мезозоя, оказываются сейсмически пассивными. Это справедливо и для сейсмичности зоны каледонид.

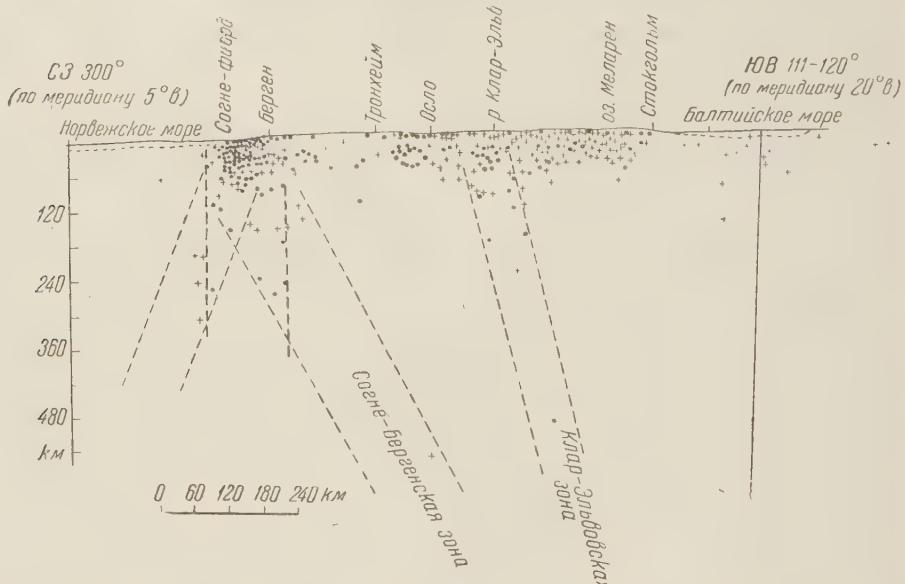


Рис. 2. Схема расположения гипоцентров землетрясений по разрезу $A - A$. Кружками на разрезе изображены гипоцентры, располагающиеся на расстояний до 50 км в обе стороны от линии разреза $A - A$. Крестами изображены гипоцентры, смесенные на разрез $A - A$ с других разрезов поперек обеих зон. Главная масса гипоцентров концентрируется близ поверхности Земли, в «горизонте максимальной активности». Нижняя граница этого горизонта образует два больших погружения (максимума глубин), четко намечающих две глубинные зоны. На разных разрезах расположение этих зон различно и показано на разрезе $A - A$ несколькими парными пунктирами (см. левую зону). В пределах этих же зон располагаются и гипоцентры средних глубин. Сюда же попадают и глубокофокусные землетрясения. На разрезе $A - A$ зона Согне-Бергенская располагается вертикально, а зона Клар-Эльв на склонена в сторону Русской платформы под углом 78° . На других разрезах наклон Согне-Бергенской зоны направлен в разные стороны. Между гипоцентрами средних глубин и глубокофокусными землетрясениями виден интервал в 330 км по вертикали.

В самых верхних частях земной коры находится область наибольшей (по числу слабых ударов) сейсмической активности. Здесь гипоцентры образуют как бы сплошной горизонт, располагающийся от поверхности до глубин 60—100 км. Нижняя его граница всюду полого поднимается к востоку под углом $9-20^\circ$.

Намечается связь обеих зон глубинных движений с макрорельефом региона. Согне-Бергенская зона точно совпадает на всем протяжении с северо-западным побережьем Скандинавии. Северная половина Клар-Эльвской зоны параллельна северному берегу Ботнического залива, а южная — берегам Каттегата. Эти совпадения не могут быть случайными. Возможно, что обе зоны являются одним из факторов, в свое время определившим в общих чертах главные контуры Скандинавского полуострова в результате интенсивных перемещений по разрывам.

Материалы по сейсмичности региона показывают наличие здесь современных вертикальных перемещений большого масштаба. Все смещения имеют положительный знак относительно района окончания Ботнического залива. Каждое восточное крыло указанных выше зон поднимается относительно западного.

Зоны глубинных движений, подобные выявляющимся в Кольско-Скандинавском регионе, уже указывались разными авторами для различных районов Земли. Они сосредоточены преимущественно по периферии Тихого океана и предположительно указываются для некоторых участков западной

окраины Атлантического океана (Г. Хесс). Всюду намечается определенная связь положения этих зон глубинных движений с вулканами и крупными элементами рельефа земной коры. При этом выходы тихоокеанских зон (в том числе и наших дальневосточных) на поверхность земной коры всегда приурочены к глубочайшим узким впадинам морского дна. С внутренней стороны зон, где они подходят к земной поверхности на 100—150 км, простираются обычно цепи действующих вулканов, островные дуги или кордильеры. Угол наклона тихоокеанских зон в сторону континента меняется в пределах от 30 до 50°. Установлено, что во всех регионах, где имеются эти зоны глубинных движений, по ним происходит такое относительное смещение, которое фиксирует как бы надвигание континентальной части земной коры на океаническую.

Совсем иначе выглядят зоны глубинных движений в Кольско-Скандинавском регионе. Они здесь круто погружаются под углом 60—90°. Направление падения для одной и той же зоны может меняться. Выход на земную поверхность этих зон здесь не совпадает с глубокими депрессиями на земной поверхности. Так, обе наши зоны выходят не в пределах океана, а на суше. Направление относительных перемещений по глубинным зонам аналогично тихоокеанским, т. е. океанская часть как бы поддвигается под континентальную.

Во всех других районах мира аналогичные региональные глубинные зоны развиты в пределах распространения молодых, киммерийских или альпийских, подвижных геосинклинальных поясов. Здесь же они располагаются в области развития древних каледонских (нижнепалеозойских) складчатых структур (Согне-Бергенская зона), а также в пределах развития древнейших докембрийских складчатых структур (Клар-Эльвская зона).

Масштаб глубинных движений, выявляемый сейсмичностью, примерно одинаков для всех регионов и очень значителен. Процессы глубинных движений были, вероятно, очень длительными и охватывали значительный период развития земной коры. Несомненно, в Кольско-Скандинавском регионе и в настоящее время происходят глубинные процессы, движения. По-видимому, они имеют значение для развития всей геологической структуры земной коры в данном регионе, определяют в значительной степени течение и направление различных геологических процессов в более высоких «этажах» земной коры и на ее поверхности. Причины возникновения этих глубинных движений еще не могут считаться установленными.

Наличие обеих зон констатировано по расположению гипоцентров малых и средних глубин. Между гипоцентрами средней глубины и глубокофокусными землетрясениями имеется значительный разрыв, местами достигающий 300 км по вертикали. Положение обеих зон в плане можно считать надежно определенным, но в отношении глубины требует уточнения.

В связи с отсутствием данных по сейсмичности центральной части Норвежского моря возможно допущение наличия более пологих зон глубинных движений, выходящих в центральной части Норвежского моря и связанных с зоной вулканов и современных разрывов аналогично другим районам мира. Однако простейшее построение показывает, что наличие иных (пологих) зон глубинных движений мало вероятно для нашего региона. Если связать глубинные гипоцентры Скандинавии с зоной вулканов Норвежского моря, то угол наклона зон должен составлять всего лишь 20°, что маловероятно, если учесть платформенный характер строения Гренландии.

Для дальнейшего изучения структуры региона необходимо исследование сейсмичности Кольского полуострова, Карельской АССР, Гренландии, Норвежского моря и Северной Атлантики.

Кольский филиал им. С. М. Кирова
Академии наук СССР

Поступило
3 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ M. B a t h, Sver. geol. Unders., ser. C, № 545, Arsh. 50, № 1 (1956). ² Г. Д. Панагионенко, Алатыри, № 1 (1957). ³ В. А. Токарев, Тр. Ленингр. общ. естествоисп., 69, в. 2 (1957).

Е. Ф. ЧИРКОВА-ЗАЛЕССКАЯ и Е. И. ЗУБЦОВ

НОВЫЕ НАХОДКИ СТЕФАНСКОЙ ФЛОРЫ В СРЕДНЕМ
ТЯНЬ-ШАНЕ

(Представлено академиком С. И. Мироновым 6 XII 1957)

В 1928 г. М. Д. Залесский (¹) описал коллекцию ископаемой флоры из хребта Нарын-Тау (Средний Тянь-Шань), чрезвычайно сходную с комплексом стефанской флоры Западной Европы. Эта находка, являясь уникальной в Средней Азии, служила одной из опорных вех при реконструкции климатической и флористической зональности на земном шаре в позднепалеозой ское время. Так, по М. Д. Залесскому (²), зона тропических дождей в стефанский век проходила «от стефанских бассейнов Франции и Саарского бассейна в Донецкий бассейн, оттуда на Северный Кавказ..., на хребет Нарын-Тау..., оттуда на остров Суматру...».

В связи со сказанным представляют интерес новые находки ископаемой флоры верхнего карбона в хребте Кок-Ирим-Тау, в 200 км к западу от х. Нарын-Тау, дополняющие упомянутые данные М. Д. Залесского. Флора была найдена летом 1955 г. Е. И. Зубцовым и Е. И. Зубцовой и изучена Е. Ф. Залесской. Вмещающие ее слои принадлежат мощной (до 4000 м) толще серых, реже зеленоватых и красноватых песчаников, алевролитов и известково-глинистых сланцев, слагающей большую часть северного склона хребта Кок-Ирим-Тау. Эта толща образует крупную синклиналь широтного простирания, оба крыла которой оборваны большими продольными разломами. Таким образом, нормальных стратиграфических соотношений описываемой толщи с обрамляющими синклиналь с севера и с юга выходами нижнепалеозойских и нижнекаменноугольных отложений здесь наблюдать не удается.

Наиболее древние горизонты рассматриваемой толщи, обнажающиеся в северо-западной части хребта Кок-Ирим-Тау, представлены известняковыми конгломератами.

В Среднем Тянь-Шане, в хребте Нарын-Тау, на р. Чар, была впервые открыта М. Д. Залесским (¹) стефанская флора в свите, залегающей несогласно на нижнекаменноугольных известняках, предположительно представленная формами *Pecopteris*, *Cordaites* и др. В настоящее время к западу от Нарын-Тау, в хр. Кок-Ирим-Тау, открыта также стефанская флора с ее элементами: *Cordaites principalis* G., *Calamites Suckowi* Brtg., *Artisia* sp., *Knorreria* sp. и *Taeniopteris*. Эта небольшая коллекция заключает еще оригинальное плауновое *Maroesia rhomboidea* Gothan et Jongmans (³). Последнее растение было описано с р. Марое (Maroes), в северо-восточной части острова Суматры, где эта форма находится в богатом комплексе стефанской флоры среди преобладающих типичных для него форм: *Pecopteris feminaeformis*, *P. candolleana*, *P. polymorpha*, *P. Verbeekii*, *P. Cisti*; *Taeniopteris crassicaulus*, виды *Carpolithus*, *Cordaicarpus*, *Gigantopteris bosschiana*, *G. mengkarangensis*, *Cordaites principalis*, *Poacordaites* и других форм, характерных для стефанского отдела верхнего карбона Европы. Стефанская флора развита хорошо в бассейне Комментри (Commentry) во Франции, в верхнем карбоне Донецкого бассейна, с одной стороны, и в Восточной Азии —

с другой, где стафанская гигантоптерисовая флора присутствует в Шаньси в Китае, в свите Еменку (Jehmenkou), и в восточной части острова Суматры, где комплекс стефанской европейской флоры обогащен флорой рода *Gigantopteris*.

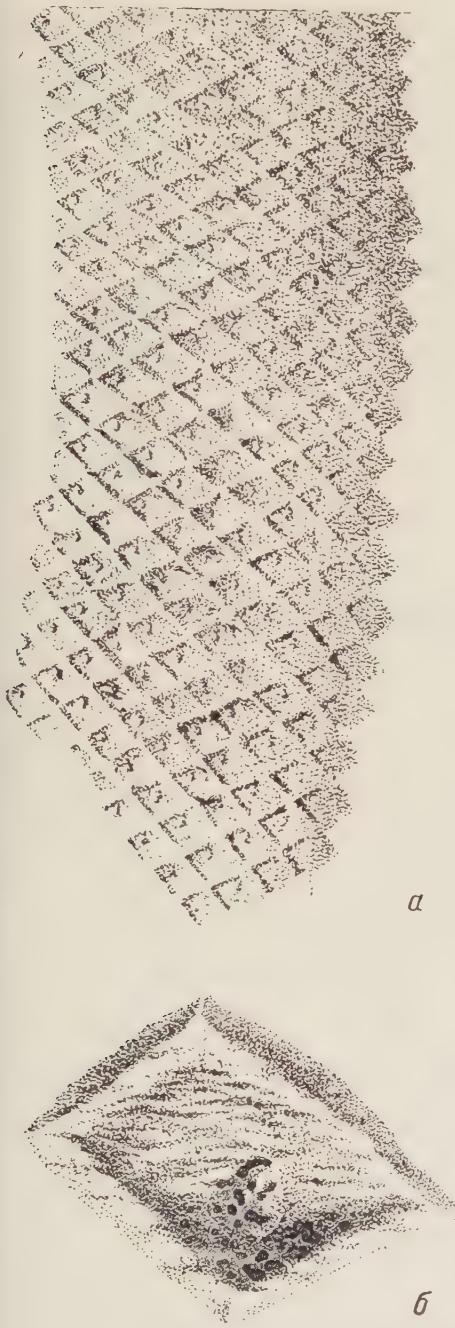


Рис. 1. *Maroesia rhomboidea* Gothan et Jongm.
Р. Каинды. 28/593. а—натур. величина,
б — 6×

Поверхность коры побега плауно-вого шириною 41 мм покрыта листовыми подушечками, высотою 5—8 мм и шириной 5—7 мм, ромбического или почти квадратного очертания, расположеными по паастихам. Подушечки окружены глубокими ограничивающими линиями с листовым рубцом 2 мм ширины, овального очертания, в верхнем углу подушечки. Тонкие радиальнолучистые линии идут от центра подушечки к краям и расширяются (рис. 1). *Maroesia rhomboidea* G. et J. от-

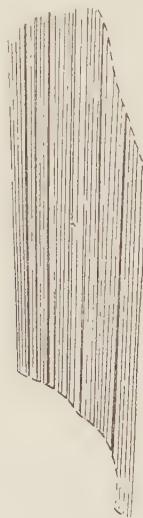


Рис. 2. *Cordaites principalis* Germar.
Р. Каинды. 28/593.
Натур. величина

Местонахождение *Maroesia rhomboidea* в составе стефанской флоры пока ограничено Суматрой и Тянь-Шанем (Кок-Ирим-Тау). В Тянь-Шане же рода *Gigantopteris* не обнаружено ни в Нарын-Тау, ни в Кок-Ирим-Тау.

Находки стефанской флоры верхнего отдела каменноугольной системы в хребте Кок-Ирим-Тау были сделаны в трех различных пунктах, но приблизительно в одних и тех же горизонтах, в верхней части названной толщи: в верховье р. Каинды (593), Турука (450), Джуван-Терека (393). Во всех трех пунктах найдены отпечатки на сером аргиллите коры *Maroesia rhomboidea* Gothan et Jongmans, описание которой с р. Каинды приводится ниже.

Поверхность коры побега плауно-вого шириною 41 мм покрыта листовыми подушечками, высотою 5—8 мм и шириной 5—7 мм, ромбического или почти квадратного очертания, распо-

печаталась на породе с р. Каинды совместно с *Taeniopteris* sp., а с реки Джуван-Терек совместно с *Calamites Suckowi* Brtg. и, возможно, *Cordaites principalis* G. (рис. 2).

В восточной части о. Суматры два растительных горизонта находятся между двумя нижними известняковыми горизонтами. В пяти пластах известняков найдена морская фауна, в четырех верхних пластах — фузулины и кораллы. Нижний растительный слой лежит над первым известняком, растения с р. Karing происходят из верхнего растительного слоя. Все слои с флорой рассматриваются, как карингские слои. Фауна изучалась Тоблером (Tobler) и Тан Син Хоком (Tan Sin Hok). Никаких пермских форм в фауне не обнаружено.

В настоящее время известно, что в разрезе верхнего палеозоя хр. Нарын-Тай, помимо континентальных отложений с верхнекаменноугольной, стефанской флорой, присутствуют морские известняково-сланцевые отложения с хориститами Московского яруса среднего карбона, а в верхней части разреза — известняки с швагеринами и сопутствующими формами фораминифер нижнепермского возраста.

Институт нефти
Академии наук СССР

Поступило
28 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ М. Д. Залесский, Вестн. Геол. ком., 3, № 5 (1928). ² М. Д. Залесский, Тр. 17 Сессии Междунар. геол. конгр., 6, 1937. ³ W. J. Jongmans, W. Gothan. Die Paläobotanischen Ergebnisse Djambi Expedition 1925, Batavia, 1935.

ГЕОЛОГИЯ

Ю. М. ШЕЙНМАНН

**МЕСТО АТЛАНТИЧЕСКОГО И ИНДИЙСКОГО ОКЕАНОВ
В ФОРМИРОВАНИИ СТРУКТУР ЗЕМЛИ**

(Представлено академиком Д. С. Коржинским 2 XI 1957)

Если обратить внимание на соотношение между границей Атлантического и Индийского океанов и внутренними структурами материков, то легко видеть, что последние обрезаются океанами. Так обрезаются Атлантикой каледониды и герциниды Европы и Америки, западное продолжение альпид Средиземноморья и т. д. Несомненно, единая когда-то платформа Южной Америки и Африки в настоящее время разъединена океаном. Единство обеих этих платформ доказывается изумительным сходством истории обоих районов в течение палеозоя и начала мезозоя. Сходство разрезов силура — девона и группы Карру и ее аналогов в Америке так велико, что лучше говорить о тождестве их. Отличия наблюдаются лишь в деталях. Как известно, это единство привело к возникновению гипотезы о дрейфе материков, еще и сейчас имеющей многочисленных сторонников среди геологов южного полушария. Однако данные геофизики и геологии современности заставляют отказалось от подобного объяснения.

Единственным объяснением современной картины может быть только опускание огромных участков материков и образование на их месте океанов. Возраст начала больших опусканий в этих районах может быть установлен, как известно, из следующих соображений. Вплоть до начала юры сохраняется геологическая тождественность истории обеих платформ. Однако и в юре опускания еще не привели к полному разъединению платформ. Об этом свидетельствует различный характер отложений нижнего мела в Африке: на атлантическом побережье (Ангола) фауна указывает на связь с провинцией Средиземного моря, а на побережье Индийского океана — на связь с Индией. Только в позднем мелу связи между обоими побережьями устанавливаются и заканчивается разделение платформ Индии, Африки и Бразилии. Таким образом, образование впадин Атлантического и Индийского океанов может быть датировано юрой и первой половиной мела. Однако формирование их продолжалось и дальше, и значительные опускания имели место как в третичное, так и в четвертичное время. Они доказываются, например, наличием совсем молодых (плиоцен — четвертичный период) пресноводных осадков на глубине в 3,5 км непосредственно к востоку от Атлантического гребня, молодым опусканием Гвинейского залива и т. д.

Несомненность недавнего образования океанических впадин заставляет отказалось от представления о том, что малая мощность гранитного слоя под океанами явление первичное. Тот факт, что здесь по крайней мере до юры существовали материковые массивы (и, следовательно, мощная материковая кора) заставляет считать, что в результате опусканий эта кора исчезает, замещаясь нижележащим базальтовым слоем. Такое замещение происходит очень быстро, о чем свидетельствует утонение сиала в районах Тирренского и Японского морей. В районе первого в неогене существовал материковый массив, а из района второго, как доказал Н. А. Беляевский, в третичное время сносились продукты разрушения гранитов.

Таким образом, глубокие опускания Атлантического и Индийского океанов — явления геологически молодые. В результате этих опусканий были уничтожены существовавшие здесь материковые области, так что внутренние структуры исчезли.

При изучении соотношений ныне существующих складчатых поясов и более древних структур, входящих в состав платформ, легко видеть, что складчатые пояса наложены на эти древние структуры и уничтожают их. Граница поясов обрезает древние структуры. Это явление хорошо известно, но до сих пор не привлекло к себе необходимого внимания. Таковы, например, соотношения между каледонским поясом Европы, образованным ассиридами и каледонидами, и структурами Русской платформы. Пояс обрывается почти под прямым углом карелиды и древние платформенные области, ограниченные ими, и в своих пределах уничтожает эти структуры. Таковы же соотношения между широтным поясом Евразии и древними структурами Русской, Сибирской, Африканской и Индийской платформ. Во всех случаях современные складчатые пояса обрезают древние структуры, практически не считаясь с их планом и являясь типично наложенными по отношению к ним.

Как известно, при развитии складчатого пояса констатируются постепенные — от одного складчатого цикла к другому — превращения первичных геосинклиналей во вторичные и остаточные. Это изменение сказывается в том, что практически единая первичная геосинклиналь, не разделенная еще внутренними поднятиями или слабо разделенная ими, в следующих циклах делится на отдельные геосинклинальные бассейны, между которыми находятся области подъема. В результате дальнейшего развития роль геосинклинальных опусканий становится еще меньше, появляются остаточные геосинклинали, вроде девонских прогибов Горного Алтая или кембрийских прогибов Витимо-Олекминского нагорья. Это, несомненно, является следствием постепенного, по мере прохождения геосинклинальных циклов утолщения коры в области пояса и сопровождается соответствующими изменениями в роли разного типа магм в различных циклах. Последние сказываются к увеличению относительной роли кислых магм в поздних циклах и уменьшению роли основной и ультраосновной магм.

Таким образом, на первых фазах своего развития складчатый пояс является глубоким открытым бассейном, в пределах которого исчезли существовавшие до его появления структуры. Этот характер первичной геосинклинали в складчатых поясах настолько близок к тому, что представляет собой Атлантический или Индийский океаны в наше время, что без большого риска мы имеем основания предположить тождественность этих двух явлений. Иначе говоря, можно считать, что оба названных океана знаменуют собой заложение будущих складчатых поясов. Эти первые опускания в областях поясов создали лишь контуры того, что в дальнейшем должно развиться в первичные геосинклинали. После завершения первого геосинклинального цикла на месте первого складчатого сооружения этих поясов появятся новые геосинклинали и разделяющие их кордильеры. Может быть, первыми намеками на эти вздымания являются области срединных валов и подводных хребтов в океанах.

Мы, таким образом, приходим к представлению о том, что образование Атлантического и Индийского океанов — процесс, близкий к обрушению (Umbruch) и регенерации структур по Штилле. Однако этот процесс происходит не в пределах одних и тех же областей, как бы плавки памеченных были геосинклинальными — как это, по-видимому, считает Штилле. Процесс не охватывает в какую-либо эпоху всей Земли. В отличие от представлений Штилле, процесс обновления структур приурочен лишь к определенной области (в наше время к Гондване и северной Атлантике). В это же время в другой части Земли продолжают свое развитие ранее заложенные складчатые пояса. В ходе этого процесса океаны (по крайней мере, океаны типа Атлантического) являются лишь начальной стадией образования склад-

атого пояса. В дальнейшем они уступают свое место геосинклиналям первого геосинклинального цикла, во времена которых существование пояса становится уже несомненным. Окаймляющие новообразующиеся океаны атериевые массы, состоящие из кусков древних платформ и сохранившихся участков складчатых поясов, являются будущими платформами, которые в дальнейшем станут границами нового складчатого пояса.

Всесоюзный институт минерального сырья

Поступило
31 X 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. В. Белоусов, Изв. АН СССР, сер. геол., № 3 (1955). ² А. А. Борисяк, Изв. Геол. ком., 43, № 1, 1 (1924). ³ И. Н. Николаев, Бюлл. МОИП, отд. геол., 77 (3) (1952). ⁴ Э. Ог, Геология, 1932. ⁵ А. В. Пейве, В. М. Синицын, Изв. АН СССР, сер. геол. в. 4. (1950). ⁶ Н. С. Шатский, Изв. АН СССР, сер. геол., в. 4 (1946). ⁷ Ю. М. Шейнманн, Геол. сборн. Львовск. геол. общ., № 2—3 (1956); № 4 (1957). ⁸ S. v. Vibnoff, Naturwiss., 30, № 38—39 (1942). ⁹ R. Malaise, Geol. förenings Vortr. u. Schr. Deustch. Akad. Wiss., Berlin, № 32 (1949). ¹⁰ F. P. Shepard, World Oil, 132, 61 (1951). ¹¹ H. Stille, Geol. förenings Vortr. u. Schr. Deustch. Akad. Wiss., Berlin, № 32 (1949).

К. Т. МАЗАНКИНА и Л. Е. ШТЕРЕНБЕРГ

СТРУКТУРНАЯ АНИЗОТРОПИЯ ГЕНЕТИЧЕСКИХ ТИПОВ
АНТРАЦИТОВ

(Представлено академиком Д. И. Щербаковым 12 XI 1957)

Формирование генетических типов углей, а также слагающих их петрографических компонентов происходит в начальные периоды углеобразовательного процесса в условиях болот и торфяников под влиянием, главным образом, биохимических факторов и в зависимости от исходного растительного материала.

В процессе метаморфизма дальнейшие пути структурно-химических преобразований составляющих угля под влиянием геологических факторов существенно отличаются. В антрацитах, достигающих высокой степени обуглероживания, в значительной мере стираются различия в элементарном составе и химических свойствах отдельных компонентов, что свидетельствует об общем направлении их химических изменений, связанных с накоплением углерода в виде плоских ароматических атомных углеродных сеток (¹). Это хорошо видно при исследовании углей из одной и той же генетической группы (гумолиты или сапропелиты). Поэтому различные генетические типы антрацитов, относящиеся к одной группе, выделенные с помощью петрографических методов (²), часто не могут быть охарактеризованы обычными химическими параметрами.

В настоящем исследовании было проведено сравнительное изучение особенностей структуры вещества гумусового и сапропелевого антрацитов рентгенографическим методом.

Исследовались образцы донецкого антрацита, взятые из шахты 39-бис (Зуевский район), пласт q_3 . Образцы гумусового и сапропелевого антрацитов, взятые из разных слоев пласта на расстоянии друг от друга 0,80 м, по классификации Донецкого угольного института (⁶) относятся к 10-й группе метаморфизма.

На рис. 1 приводится схема строения пласта, описание которого произведено в 1953 г. в западной лаве, горизонта 150 м. Образец гумусового антрацита взят из слоя 2. По внешнему виду уголь блестящий, неяснополосчатый с неправильно угловатым изломом. Под микроскопом видно (рис. 2 a), что это споровый кларен, где основная гумусовая однородная масса составляет ~95 %. Наблюдающиеся в основной массе

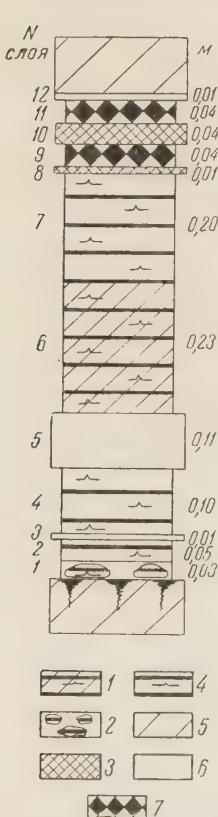


Рис. 1. Строение пласта q_3 , шахта 39-бис, Зуевский район, Донбасс. 1 — кларен споровый с прослойками аргиллита, 2 — брикетированный уголь, 3 — углистый аргиллит, 4 — кларен споровый, 5 — алевролит, 6 — аргиллит, 7 — кенниль

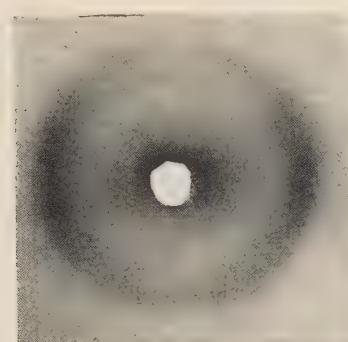
микроспоры и кутикула составляют около 5 %. Образец сапропелевого антрацита взят из слоя 11, по внешнему виду полуматовый, однородный с



a



a



b

Рис. 2. *a* — кларен споровый, слой 2; свет отраженный, николи не вполне скрещены, $85\times$; *б* — рентгенограмма образца угля из слоя 2. *оо* — основная гумусовая масса, *м* — микроспоры, *кт* — кутикула



b

Рис. 3. *a* — кенNELь, слой 11; свет отраженный, николи не вполне скрещены; $40\times$; *б* — рентгенограмма образца угля из слоя 11. *осг* — сапропелево-гумусовая основная масса, *м* — микроспоры



Рис. 1. *a* — нормальная телофаза микроспоры *Tradescantia paludosa*; *б* — хромосомный мост и фрагмент в телофазе при действии рентгеновского излучения; *в* — хроматидный мост и фрагмент, при совместном действии рентгеновского излучения и этилендиаминтетрауксусной кислоты; *г* — полухроматидный мост при совместном действии рентгеновского излучения и этилендиаминтетрауксусной кислоты. $1300\times$



тусклым шелковистым блеском и струйчатым изломом. Микроскопическое наблюдение показывает (рис. 3 а), что это кенNELь, в котором среди сапропелево-гумусовой основной массы, составляющей ~60 %, наблюдается большое количество микроспор.

Характеристика исследованных образцов дана в табл. 1.

Таблица 1

№ анализа	Место отбора проб (район, шахта, пласт, слой)	Группа метаморфизма	W ^л , %	A ^л , %	V ^Г , %	C ^Г , %	Тип угля
376	Зуевский район, шахта 39-бис, пласт q ₃ , слой 2	10	1,26	4,76	5,86	92,25	Кларен споро-вый
105	Зуевский район, шахта 39-бис, пласт q ₃ , слой 11	10	1,78	9,30	12,50	78,20	КенNELь

Образцы для рентгенографического исследования приготавливались в виде пластиинок толщиной 1 мм, выпиленных перпендикулярно направлению напластования. Рентгенографические снимки были получены в камере с плоской кассетой на фильтрованном излучении меди при нормальном падении первичного рентгеновского пучка на пластиинку образца. Направление первичного пучка, следовательно, совпадало с направлением плоскости напластования антрацита. На рентгенограммах гумусового (рис. 2 б) и сапропелевого (рис. 3 б) антрацитов наблюдается неравномерность почернения интерференционного кольца (002), указывающая на ориентацию плоскостей атомных углеродных сеток, входящих в структуру угольного вещества, вдоль направления распространения пласта. Ориентация углеродных атомных сеток возникает под влиянием давления горных пород (^{1,4}). Об этом свидетельствуют опыты по искусственно воспроизведению анизотропии структуры в порошках углей под давлением 15000—25000 кГ/см² с возникновением ориентации углеродных сеток, располагающихся своими плоскостями перпендикулярно направлению действующих усилий (^{3,4}).

Для оценки совершенства ориентации углеродных сеток в направлении напластования, являющейся мерой анизотропии структуры, может быть принята величина $(180 - l_{002})$, где l_{002} — угловая длина дуги почернения на интерференционном кольце (002).

Радиальное расширение интерференционного кольца (002) является другой рентгенографической характеристикой структуры угольного вещества, определяющей упорядоченность во взаимном расположении углеродных атомных сеток, стремящихся укладываться параллельно друг другу под влиянием молекулярного силового поля. Количественной мерой межсеточной упорядоченности принимается угловая полуширина Δ_{002} интерференционной полосы (002).

Как видно из табл. 2 и непосредственно на рентгенограммах, сапропелевый антрацит отличается от гумусового значительно меньшей полушириной интерференционного кольца (002) и большей длиной дуги почернения. Следовательно, вещество сапропелевого антрацита, в отличие от гумусового, характеризуется меньшей степенью структурной анизотропии и большей межсеточной упорядоченностью. В то же время, как видно из табл. 1, вещество сапропелевого антрацита отличается меньшим содержанием углерода (78 %) по сравнению с веществом гумусового антрацита (92 %), что свидетельствует о меньшей его обуглероженности за один и тот же геологический период.

Таблица 2

Образцы антрацита	180-l ₀₀₂	Δ ₀₀₂
Гумусовый	113°	2°28'
Сапропелевый	74°	1°12'

Степень структурной анизотропии, как было показано ранее⁽¹⁾, так же как и оптической анизотропии углей, в ряду метаморфизма непрерывно возрастает. Полуширина полосы (002) на рентгенограммах гумусовых углей уменьшается только до антрацитов и на стадии антрацитов возрастает⁽⁵⁾.

Результаты исследования позволяют характеризовать сапропелевый антрацит, по показателям структурно-химических превращений органической массы, находящимся на более ранней стадии углеобразовательного процесса по сравнению с гумусовым антрацитом. Иначе говоря, структурно-химические преобразования вещества сапропелевого угля при метаморфизме проходили с меньшей скоростью по сравнению с веществом гумусового угля.

Институт горючих ископаемых
Академии наук СССР

Поступило
10 XI 1957

Геологический институт
Академии наук СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. И. Касаточкин, Изв. АН СССР, ОТН, № 9 (1951); № 10 (1953). ² Л. Е. Штеренберг, ДАН, 114, № 3 (1957). ³ Л. Разумова, В. И. Касаточкин, М. П. Воларович, ДАН, 103, № 6 (1955). ⁴ К. Т. Мазанкина, В. И. Касаточкин, Тр. Инст. горюч. ископ. АН СССР, 8 (1957). ⁵ Д. Р. Райль, Proc. Confer. on the Ultrafine Structure of Coals and Cokes, 1944, p. 256. ⁶ Геолого-углехимическая карта Донецкого бассейна, в. 8, 1954.

ПОЧВОВЕДЕНИЕ

В. И. КАСАТОЧКИН, М. М. КОНОНОВА и О. И. ЗИЛЬБЕРБРАНД

**ИНФРАКРАСНЫЕ СПЕКТРЫ ПОГЛОЩЕНИЯ ГУМУСОВЫХ
ВЕЩЕСТВ ПОЧВЫ**

(Представлено академиком И. В. Тюриным 4 X 1957)

Гумусовые вещества, представляющие собой наиболее характерные соединения органической части почвы, являлись предметом многих исследований. Тем не менее, ряд вопросов, касающихся их природы и строения, остается не вполне ясным. Сложность изучения этих вопросов усугубляется тем обстоятельством, что в различных почвах, в зависимости от условий почвообразования, природа гумусовых веществ варьирует.

В настоящем сообщении изложены данные сравнительного исследования природы гуминовых кислот и фульвокислот, полученные с помощью метода инфракрасной спектроскопии; кроме того, приводится рентгенографическая характеристика их структуры.

В качестве объектов были взяты почвы, резко различные по происхождению и свойствам: обыкновенный чернозем (Каменная степь, Воронежская обл.) и дерново-подзолистая почва (Долгопрудная опытная станция Московской обл.). Методика препартивного выделения гумусовых веществ из почв описана ранее⁽¹⁾. В табл. 1 приведены данные элементарного состава

Таблица 1

Элементарный состав гуминовых кислот и фульвокислот (в процентах на абсолютно сухое беззольное вещество)

Почва	Препараты	C	H	O	N	C/H
Дерново-подзолистая	Гуминовые кислоты	57,6	5,2	32,4	4,8	11,0
	Фульвокислоты	46,2	5,1	44,6	4,1	9,2
Обыкновенный чернозем	Гуминовые кислоты	62,7	3,3	30,1	3,9	19,0
	Фульвокислоты	45,2	4,4	47,2	3,2	10,3

гумусовых веществ; они указывают на большую степень обуглероживания гуминовых кислот из чернозема по сравнению с таковыми из дерново-подзолистой почвы и особенно с фульвокислотами.

Спектры были получены на инфракрасном спектрометре ИКС-11 с применением оптического углерода; призмы — из NaCl и LiF. Область изучаемых спектров от 2,7 до 14 μ . Объекты для исследования готовились в виде эмульсии на парафиновом масле и масле, полученном полимеризацией из тетрафторэтилена⁽²⁾. С целью идентификации и исключения полос поглощения, отвечающих наличию карбоксильных групп и фенольных гидроксилов, были сняты также спектры образцов, предварительно обработанных раствором Ba(OH)₂. На рис. 1 приводятся кривые пропускания в области от 2,8 до 14,0 μ для гуминовых и фульвовых кислот, а на рис. 2 для тех же препаратов, обработанных Ba(OH)₂.

Для характеристики различий в строении углеродного скелета изученных гуминовых и фульвокислот были получены рентгенограммы в цилиндрических камерах с фильтрованным излучением меди. На рис. 1 приводятся схематические изображения интерференционных полос на рентгенограммах в виде прямоугольников, высота которых отвечает относительной интенсивности и ширина — полуширине полос. Углеродный скелет молекул гуминовых и фульвокислот, так же как и структура других карбонизованных веществ^(2,3), характеризуется наличием ароматической атомной сетки углерода (ядерная часть) и боковых групп (периферийная часть) неароматической природы, содержащих углерод, водород, серу, азот и другие элементы. Поло-

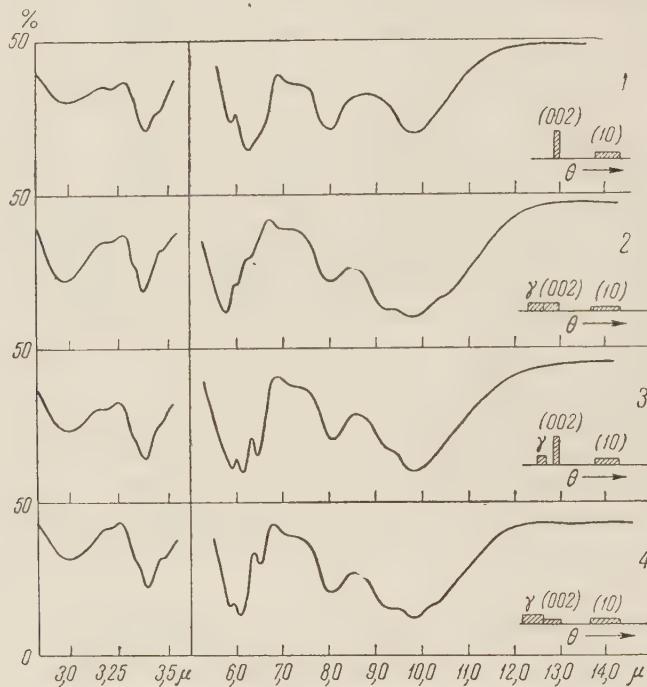


Рис. 1. Кривые пропускания и схемы рентгенограмм: 1 — гуминовые кислоты обыкновенного чернозема, 2 — фульвокислоты обыкновенного чернозема, 3 — гуминовые кислоты дерново-подзолистой почвы, 4 — фульвокислоты дерново-подзолистой почвы

сы 002 и 10 на рентгенограммах, с периодом 3,5 и 2,4 Å, свидетельствуют о наличии в молекулах гумусовых веществ углеродных сеток, а γ -полоса с периодом 4—5 Å — боковых групп. Полуширина полосы 002 характеризует межсеточную упорядоченность, полоса 10 — размеры сеток и γ -полоса — межмолекулярные контакты боковых групп. Как показывает качественная оценка интенсивности и полуширины полос на рентгенограммах (рис. 1), в молекулах гуминовых кислот (по сравнению с фульвокислотами) в значительно большей степени выражена ядерная часть структуры, что отвечает относительно большей доле углерода, организованного в углеродные сетки. При этом в гуминовых кислотах дерново-подзолистой почвы сетка выражена слабее, нежели в черноземе, и более отчетливо обнаруживается γ -полоса (боковых цепочек.)

Для молекул фульвокислот характерны наличие периферийной части структуры и слабо выраженная ядерная часть. О последнем свидетельствуют малая интенсивность и размытость полос 002 и 10, а также сравнительно большая интенсивность γ -полосы.

Инфракрасные спектры гуминовых и фульвокислот имеют много общего (рис. 1). Для всех изученных объектов спектры в коротковолновой области от 2,7 до 3,6 μ идентичны. Широкая полоса поглощения вблизи 3,0 μ свидетельствует о наличии водородной связи. Полоса при 3,25 μ , отвечающая наличию ароматических СН-группировок, имеется в спектрах всех изученных образцов. С точки зрения изложенной схемы углеродного скелета молекул гуминовых и фульвокислот эта полоса характеризует собой наличие незамещенного водорода периферийных углеродных атомов в углеродных сетках. Остальные полосы поглощения в этой области спектра отвечают связи С — Н алифатической группы CH_3 (3,38 μ), CH_2 и СН (3,42 и 3,50 μ). В области от 5,8 до 6,6 μ спектр гуминовых кислот чернозема значительно отличается от спектров гуминовых кислот дерново-подзолистой почвы и фульвокислот обеих почв. Полоса поглощения при 5,90 μ для гуминовых кислот чернозема отвечает колебаниям С=О в карбоксильной группе. Для гуминовых кислот дерново-подзолистой почвы и обеих фульвокислот эта полоса имеет положение при 5,85 μ . Отнесение этих полос к группировке С=О в карбоксильных группах подтверждается исчезновением ее в спектрах образцов гуминовых и фульвокислот, обработанных $\text{Ba}(\text{OH})_2$ (рис. 2), что связано с переходом карбоксильной группы в ионную форму.

Спектр гуминовых кислот чернозема в отличие от других исследованных объектов содержит полосу поглощения при 6,25 μ , которая говорит о наличии ароматических связей С=С. Высокую интенсивность этой полосы следует отнести

за счет кислородных группировок, непосредственно связанных с ароматической углеродной сеткой. Для гуминовых кислот дерново-подзолистой почвы и обеих фульвокислот характерна интенсивная полоса при 6,15 μ , которая, возможно, перекрывает полосу при 6,25 μ . Кроме того, для гуминовых и фульвокислот дерново-подзолистой почвы выявляется сравнительно интенсивная полоса при 6,5 μ .

При обработке препаратов раствором $\text{Ba}(\text{OH})_2$ (рис. 2) полосы при 6,1 и 6,5 μ в значительной мере перекрываются возникающей полосой при 6,35 μ , характерной для ионной формы карбоксила.

Расшифровка этих полос оказывается затруднительной. По-видимому, их наличие в спектре связано с амидными группировками. Однако не исключена возможность, что эти полосы также отвечают колебаниям С=О, связанным с ароматическими группировками (6,15 μ), и колебаниям ароматических группировок, имеющих алифатические заместители (6,5 μ). Для всех исследованных объектов характерна полоса поглощения при 8,0 μ , исчезающая после обработки $\text{Ba}(\text{OH})_2$. Эта полоса отвечает колебаниям связей С—О в группировках СОН карбоксилов и фенольных гидроксиолов. Кислородные группировки отмечаются в спектрах также полосами поглощения при 9,2 и 9,7 μ , которые отвечают колебаниям С—О в простых эфирных и спиртовых группировках. Изменения в соотношении их интенсивности сле-

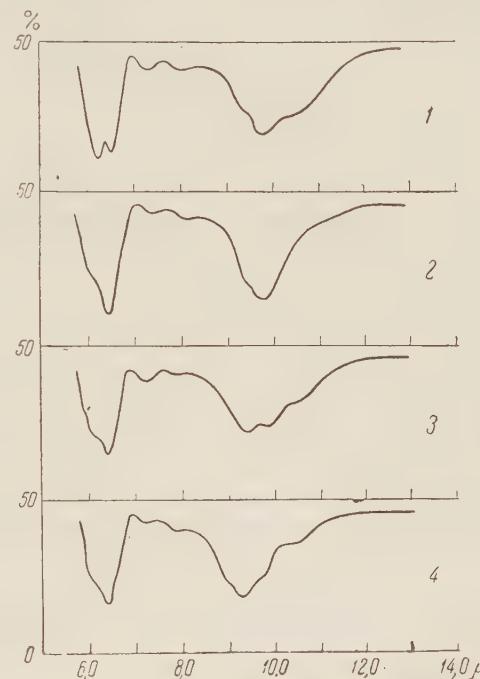


Рис. 2. Кривые пропускания для препаратов, обработанных раствором $\text{Ba}(\text{OH})_2$. Обозначения те же, что на рис. 1

дует объяснить за счет различий в относительном содержании этих группировок в молекуле.

Полученные данные свидетельствуют о наличии единых принципов строения гуминовых кислот и фульвокислот как обыкновенного чернозема, так и дерново-подзолистой почвы. Те и другие содержат в молекулах ароматическую сетку циклически полимеризованного углерода и различные боковые атомные группировки. Однако для разных почв варьирует соотношение ядерной и периферийной частей структуры, а также природа боковых групп в молекулах гуминовых и фульвовых кислот. Ароматическая часть структуры выражена наиболее четко в гуминовых кислотах (особенно чернозема) и значительно слабее — в фульвокислотах.

Почвенный институт им. В. В. Докучаева
Академии наук СССР

Поступило
28 IX 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ М. М. Кононова, Почвоведение, № 3 (1956). ² В. И. Касаточкин, О. И. Зильбербранд, ДАН, 111, № 5 (1956); Почвоведение, № 5 (1956). ³ В. И. Касаточкин, Изв. АН СССР, ОТН, № 9 (1951); № 10 (1953).

ПОЧВОВЕДЕНИЕ

В. М. ФРИДЛАНД

**О СВЯЗИ СОЛЕВОГО ПРОФИЛЯ ЧЕРНОЗЕМОВ
С ТЕРМИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ**

(Представлено академиком И. В. Тюриным 9 IX 1957)

Одним из важных положений географии почв является вывод о зависимости глубины залегания солевых горизонтов почв от степени атмосферного увлажнения последних. Эта закономерность, установленная еще в начале века Докучаевым и Высоцким в России и Гильгардом в США, многократно рассматривалась в научной литературе, причем исследователи пользовались для ее изучения анализом зависимости свойств почв от различных показателей увлажнения. Показатели увлажнения, имея разную математическую форму и числовое выражение, были в общем очень сходны, представляя собой отношение прихода влаги (осадков) к расходу (испарению или связанным с ним показателям, главными из которых являются термические условия, от которых в основном зависит расход влаги). Зависимость глубины залегания солевых горизонтов почв от степени увлажнения наглядно представлена на широко известных меридиональных почвенно-климатических профилях через Русскую равнину, составленных М. М. Филатовым и С. А. Захаровым.

Развитие учения о провинциальности, т. е. о меридиональной зональности почв, привело к накоплению большого количества фактов изменения почвенного покрова при движении в широтном направлении внутри почвенных зон и к выделению провинциальных групп почв. В частности, у провинциальных групп черноземов резко отличными оказались солевые профили. С целью выяснения причин этих изменений нами было проведено сопоставление глубины залегания солей в почвах, характеризующихся одинаковым увлажнением. В качестве показателя увлажнения использовался коэффициент Высоцкого — Иванова (отношение осадков к испаряемости с открытой водной поверхности); глубиной залегания солей принята верхняя граница залегания в почве гипса. Сопоставление проводилось для территорий, имеющих годовой коэффициент увлажнения 0,50; эти территории располагаются вдоль линии Оренбург — Бузенчук — Деркул — Николаев.

Основные показатели для сопоставляемых территорий приведены в табл. 1.

Коэффициенты увлажнения взяты из работы Н. Н. Иванова (5), по материалам этой же работы вычислены и годовые суммы осадков. Радиационный баланс взят с карты в работе Б. П. Алисова (1), данные по температуре почвы из климатических справочников, а данные по глубине залегания гипса в почвах из работ А. А. Ерохиной (6), И. Ф. Садовникова (7), С. В. Зонна

Таблица 1

	Годовой коэффициент увлажнения	Годовая сумма осадков, мм	Глубина верхней границы гипса в почве, см	Радиационный баланс, ккал/см ²	Длительность периода с температурой почвы ниже 0°, дней
Оренбург	0,52	380	150—170	26	120—140
Бузенчук	0,49	354	180—200	27	110—130
Деркул	0,53	496	260—280	32	75—95
Николаев	0,48	401	290—310	39	20—40

и И. Н. Васильевой⁽⁴⁾, Н. Б. Вернандер и др.⁽²⁾, В. И. Крокоса⁽⁶⁾ и Г. Н. Высоцкого⁽³⁾. Глубина залегания гипса получена как средняя величина из ряда определений для почв тяжелосуглинистого и суглинистого механического состава, находящихся в плакорном положении (отсутствие влияния грунтовых вод, незатрудненный поверхностный сток).

Из данных, приведенных в табл. 1, видно, что глубина залегания гипса (а значит и весь солевой профиль) в распространенных почвах зависит не только от степени увлажнения, но и от других причин. Сопоставление с годовыми суммами осадков не дает разъяснения вопроса, так как их величины не дают ряда, соответствующего ряду изменения глубины залегания солей. Значительно более отчетливо выявляется связь с термическими условиями. При равной степени увлажнения в более теплых условиях почвы выщелочены глубже, чем в более холодных. Причина этих различий заключается, по нашему мнению, в разной длительности периода промывания почвы. Холодная часть года, которая на рассматриваемых территориях характеризуется высокими коэффициентами увлажнения, является наиболее благоприятным временем для удаления из почвы солей. Но промерзание почвы (о котором мы можем приблизительно судить по длительности периода с температурами почвы ниже 0°) в восточных, более холодных районах делает невозможным это промывание в течение длительного времени, а в западных, более теплых — период промерзания почвы значительно сокращается, и при тех же показателях увлажнения почва промывается значительно интенсивнее.

Этой причиной, вероятно, объясняется и большая мощность черноземов западной части СССР — в более благоприятных для промывания условиях промачивается более мощная толща почвы, и корни растений в большом количестве проникают значительно глубже, создавая материал для гумификации. То же можно проследить и на изменении свойств не только черноземов, но и других почв (подзолистых, серых лесных и других) при равном увлажнении, но в разных термических условиях.

Говоря о солевом профиле почв и его зависимости от термических условий, мы исключаем из рассмотрения карбонаты, так как их распределение подчиняется в значительной степени другим закономерностям, связанным в основном с биохимическими процессами в почве. Например, при переходе от более сухих условий северного побережья Азовского моря к более влажным условиям его восточного побережья карбонаты в черноземах не опускаются, как это происходит с другими солями, а напротив, поднимаются (мицеллярно-карбонатные черноземы).

Следует еще отметить, что применение использованного нами метода для сравнительно-географического сопоставления почв должно быть ограничено территорией с одинаковым годовым ходом увлажнения. Так, например, в восточных частях нашей страны, где господствует муссонный климат, основная часть годовой суммы осадков выпадает в короткий период второй половины лета, обусловливая в это время интенсивное промывание почвы; в связи с этим в таких почвах даже при относительно низких годовых коэффициентах увлажнения соли выносятся быстрее, чем в почвах с более высоким коэффициентом увлажнения, но с равномерным распределением осадков в течение года. Таким образом, применимость коэффициентов увлажнения для сравнения степени увлажненности территории ограничена районами с определенным годовым ходом увлажнения и термическим режимом.

Рассмотрим классификационное положение сравнивавшихся нами почв. Почвы районов Оренбурга и Безенчука относятся к обыкновенным черноземам, находящимся вблизи их границы с южными черноземами. Деркул расположен в подзоне южных черноземов у ее перехода к обыкновенным черноземам, а Николаев — в центральной части подзоны южных черноземов. Таким образом, при движении с востока на запад линия однапакового увлажнения переходит от почв, рассматриваемых как более влажные (обыкновенные черноземы), к почвам, рассматриваемым как более сухие (южные черноземы).

земы). В то же время глубина залегания гипса непрерывно возрастает, что свидетельствует, напротив, об увеличении влажности. Все это дает основания считать существующую классификацию черноземов не исчерпывающей все разнообразие этих почв и не полностью соответствующей имеющемуся фактическому материалу. Таким образом, очевидно, что эта классификация нуждается в усовершенствованиях, при этом главным образом по пути лучшего отражения провинциальных различий этих почв.

Почвенный институт им. В. В. Докучаева
Академии наук СССР

Поступило
5 IX 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Б. П. Алисов, Климат СССР, М., 1956. ² Н. Б. Вернандер и др., Почвы УССР, Киев, 1951. ³ Г. Н. Высоцкий, Почвоведение, № 2 (1902). ⁴ С. В. Зонн, И. Н. Васильева, Тр. Инст. леса АН СССР, 15 (1954). ⁵ Н. Н. Иванов, Зап. Геогр. общ., нов. сер., в. 1 (1948). ⁶ В. И. Крокос, Изв. обл. упр. по опытн. делу за 1922 г., в. 1, Одесса (1923). ⁷ И. Ф. Садовников, Почвы Южного Заволжья как объект орошения, Изд. АН СССР, 1952. ⁸ А. А. Ерохина, Почвы Чкаловской области, Диссертация, Почвенный институт им. В. В. Докучаева АН СССР, 1955.

ПОЧВОВЕДЕНИЕ

М. Т. ЯСТРЕБОВ

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИОАКТИВНОСТИ ПОЧВЕННОГО
И АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА, МЕЧЕННОГО $C^{14}O_2$,
ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЧИСТОТЫ ПРОБ ПОЧВЕННОГО ВОЗДУХА**

(Представлено академиком И. В. Тюриным 12 VI 1957)

Изучению газовой фазы почвы, наряду с твердой и жидкой, должно уделяться гораздо большее внимание, чем это имеет место в настоящее время (^{1,2}). Как известно, такие важнейшие биологические процессы, как фотосинтез в растениях, разрушение органических остатков микроорганизмами и синтез гуминовых веществ в почве, самым тесным образом связаны с составом и запасом почвенного воздуха. Определение же состава воздуха по генетическим горизонтам профиля почвы потребовало применения различных конструкций зондов и игл (³⁻⁷). Игла для взятия проб воздуха, предложенная автором, отличаясь простотой конструкции, обеспечивает взятие проб почвенного воздуха без примеси атмосферного, начиная с глубины 15—20 см и кончая верхней границей капиллярной каймы почвенно-грунтовых вод. Однако критические замечания ряда авторов (^{5,8,9}) по поводу предыдущих конструкций почвенных зондов побудили нас испытать надежность работы почвенной иглы нашей конструкции (⁷), применив для этого радиоактивную углекислоту $C^{14}O_2$.

Таблица 1

Некоторые физические и химические свойства исследуемых почв*
(21 XII 1956)

Горизонт	Лугово-дерновая			Дерново-среднеподзолистая			
	pH влажн. почвы	объемн. вес	орга- нич. вещ. в %	горизонт	pH влажн. почвы	объемн. вес	орга- нич. вещ. в %
A ₁ , 8—12 см	5,64	1,13	4,74	A ₁ A ₂ , 8—12 см	5,01	1,29	2,93
A ₁ ', 30—40 "	6,04	0,90	8,54	A ₂ , 25—30 "	4,75	1,43	0,53
Торф 60—70 "	6,01	0,21	42,80	B ₁ , 55—60 "	4,88	1,82	0,02

* pH определялось в насыщенной водой почве, смешанной с хинидроном, объемный вес — буром Н. А. Качинского; содержание органического вещества — мокрым сжиганием на приборе Кноппа.

Работа проводилась на лугово-дерновой почве, находящейся под лисохвостово-щучковым лугом, в пойме р. Клязьмы, и на дерново-среднеподзолистой почве надпойменной террасы, находящейся под сложным ельником (Московская обл.), с 21 XII 1956 г. до 15 II 1957 г.

Мощность генетических горизонтов первой почвы (в см) составляла: А (дерновый) 0—6; A₁ 6—20; A₂ 20—40; B₁ 40—56; торфяной 56—75; мощность генетических горизонтов второй почвы: A₀ 0—1; A₁ 1—7; A₁ A₂ 7—25; A₂ 25—43; B₁ 43—67 и B₂ 67—108 (см. табл. 1).

Различие свойств указанных почв видно из табл. 1.

В связи с теплой зимой 1956—57 г. в местах с мощным снеговым покровом (40—50 см) обе исследуемые почвы не промерзли даже с поверхности. Так, лугово-дерновая почва на глубине 20 см имела температуру 0,5° и влажность 43,36 %, а дерново-среднеподзолистая, соответственно, 0,3° и 29,0 %.

На расчищенной от снега площадке около 4 м² иглу *a* (см. рис. 1) для взятия проб почвенного воздуха длиной 65 см и диаметром 1 см ударами гири забивали в почву на глубину 20 см *. Затем в присоединенную на каучуке к игле *a* пипетку Зегера *b*₁ объемом около 150 мл, предварительно наполненную насыщенным раствором NaCl, засасывали почвенный воздух — за счет создания небольшого вакуума при вытекании раствора из пипетки *b*₁ (подробнее см. (?)).

Применение радиоактивной углекислоты C¹⁴O₂ с тем, чтобы установить отсутствие попадания атмосферного воздуха в пробу почвенного воздуха, осуществлялось с помощью стеклянного колпака *v* объемом 3,55 л (диаметр 14 см и высота 23 см), нижний край которого имел герметически присоединенную насадку *g* из цинкового железа высотой 5 см с острым нижним краем для врезания колпака *v* в почву. Сбоку в колпак *v* на резиновой пробке была вмонтирована стеклянная трубка *d* с каучуковой трубкой и зажимом на конце. Верхняя стенка колпака *v* имела отверстие *e* диаметром 1,6 см для помещения иглы *a*. Перед врезанием колпака *v* в почву, под него ставилась маленькая фарфоровая чашечка *ж* со 100 мг BaCO₃, смешанного с 0,2—0,3 мг BaC¹⁴O₃ (около 0,007 μ Cu). После врезания металлической насадки *g* в почву на глубину 5 см через отверстие *e* при помощи ударов игла *a* забивалась в почву на глубину 20 см. При этом за счет незначительных углублений соответствующих сторон колпака *v* в положение иглы *a* в отверстии *e* поддерживалось строго по центру. После заглубления иглы *a* в почву промежуток между иглой и краями отверстия *e* осторожно закрывался пробкой на пластилине с оставлением отверстия около 1 мм² для постоянно-го поддержания давления внутри колпака на уровне атмосферного. Затем через маленькую воронку в трубку *d* вливалось несколько миллилитров 10% HCl, которая, попадая на край чашечки *ж*, реагировала с BaC¹⁴O₃, и под колпаком создавалась атмосфера, насыщенная C¹⁴O₂. В течение первых 2 мин. после начала реакции в пипетку Зегера (*b*₂), присоединенную к штуцеру иглы *a*, бралась проба почвенного воздуха. Затем, тотчас, в другую пипетку Зегера (*b*₃) проба воздуха бралась из-под колпака через трубку *d*. Сравнительное определение естественной радиоактивности почвенного воздуха и радиоактивности атмосферного воздуха, меченного C¹⁴O₂, под колпаком *v* проводилось через одни сутки после взятия проб на уста-

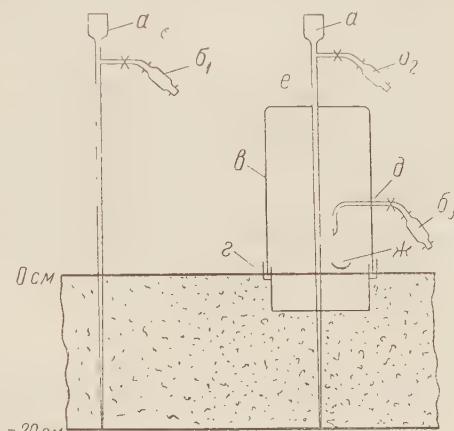


Рис. 1

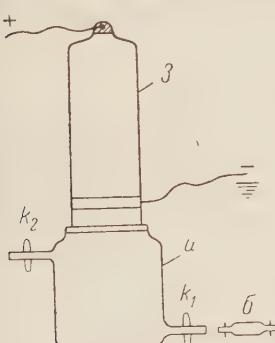


Рис. 2

* Для более плотного контакта между поверхностью иглы *a* и почвой на расстоянии 20 см от заборных отверстий на иглу *a* наносился небольшой конус из пластилина.

новке Б-2 торцовым счетчиком з, вмонтированным на пластилине в стеклянную камеру и объемом 25 мл (диаметр 3,0 см и высота 3,5 см), которая помещалась в свинцовый домик (см. рис. 2). Радиоактивность «фона» (стекла самой камеры и) определялась по разнице между величинами радиоактивности камеры, наполненной комнатным воздухом, и радиоактивностью комнатного воздуха вне камеры. Указанные величины определялись в течение 20 мин. в 2-кратной повторности. Затем через камеру и в нижний кран k_1 при открытом верхнем кране k_2 из пипетки b_1 пропускался 6-кратный объем почвенного воздуха, и камера заполнялась исследуемой воздушной пробой. После быстрого уравнивания давления в камере и с атмосферным краны k_1 и k_2 закрывались, и камера помещалась в свинцовый домик. Через 2 мин. после включения счетчика в течение 10 мин. в 2-кратной повторности определялась радиоактивность пробы почвенного воздуха. После выключения счетчика и промывания камеры и комнатным воздухом последняя заполнялась, указанным выше образом, почвенным воздухом из пипетки b_2 , взятым из почвы, над которой находился колпак в с атмосферным воздухом, меченным $C^{14}O_2$, и определялась его радиоактивность. В последнюю очередь определялась радиоактивность атмосферного воздуха, меченного $C^{14}O_2$, взятого из-под колпака в пипетку b_3 *. Результаты измерений приведены в табл. 2.

Таблица 2

Радиоактивность почвенного воздуха и атмосферного воздуха, меченного $C^{14}O_2$, в имп/мин на 100 мл при 0° и 760 мм рт. ст (5—15 II 1957 г.)

Тип почвы и горизонт	Фон	Почвенный воздух под чистым атмосферным	Почвенный воздух под атмосферным, меченным $C^{14}O_2$	Атмосферный воздух, меченный $C^{14}O_2$, из-под колпака
Лугово-дерновая, 20 см	$34,28 \pm 1,84$	$75,72 \pm 3,88$	$77,12 \pm 3,92$	$1621,6 \pm 26,4$
Дерново-среднеподзолистая, 20 см	$35,28 \pm 1,85$	$56,92 \pm 3,36$	$56,52 \pm 3,38$	$2427,6 \pm 22,0$

Из данных табл. 2 видно, что радиоактивность почвенного воздуха, взятого при помощи иглы a из почвы, над которой находился чистый атмосферный воздух, и радиоактивность почвенного воздуха, взятого из почвы, над которой около 2 мин. находился атмосферный воздух, меченный $C^{14}O_2$, не отличались друг от друга. При этом радиоактивность атмосферного воздуха, меченного $C^{14}O_2$ превосходила таковую у почвенного в 21—43 раза.

Таким образом, сравнительное определение естественной радиоактивности почвенного воздуха и атмосферного воздуха, меченного $C^{14}O_2$, показало, что игла, предлагаемая автором (7), обеспечивает взятие проб почвенного воздуха без попадания в пробу атмосферного воздуха даже с небольшой глубины (20 см). Большая радиоактивность почвенного воздуха лугово-дерновой почвы (на 34,7%) по сравнению с таковой у дерново-среднеподзолистой, видимо, в какой-то мере объясняется большей активностью биологических процессов у первой, где содержание CO_2 составило 2,41%, тогда как у второй 0,44%.

Поскольку абсолютные величины естественной радиоактивности почвенного воздуха, полученные нами, близки к подобным величинам, полученным в ионизационных камерах (10, 11), представляет интерес приближенный расчет радиоактивности почвенного воздуха в $1 m^3$ почвы. Согласно нашим

* Избыток $C^{14}O_2$, выходящий из камеры и, при ее заполнении поглощался насыщенным раствором $Ba(OH)_2$.

определенениям, 1 м³ лугово-дерновой почвы содержал по профилю 0,14 м³ почвенного воздуха, а 1 м³ дерново-среднеподзолистой почвы 0,21 м³; отсюда радиоактивность почвенного воздуха в 1 м³ этих почв составит, соответственно, 0,049 и 0,054 μ Ci.

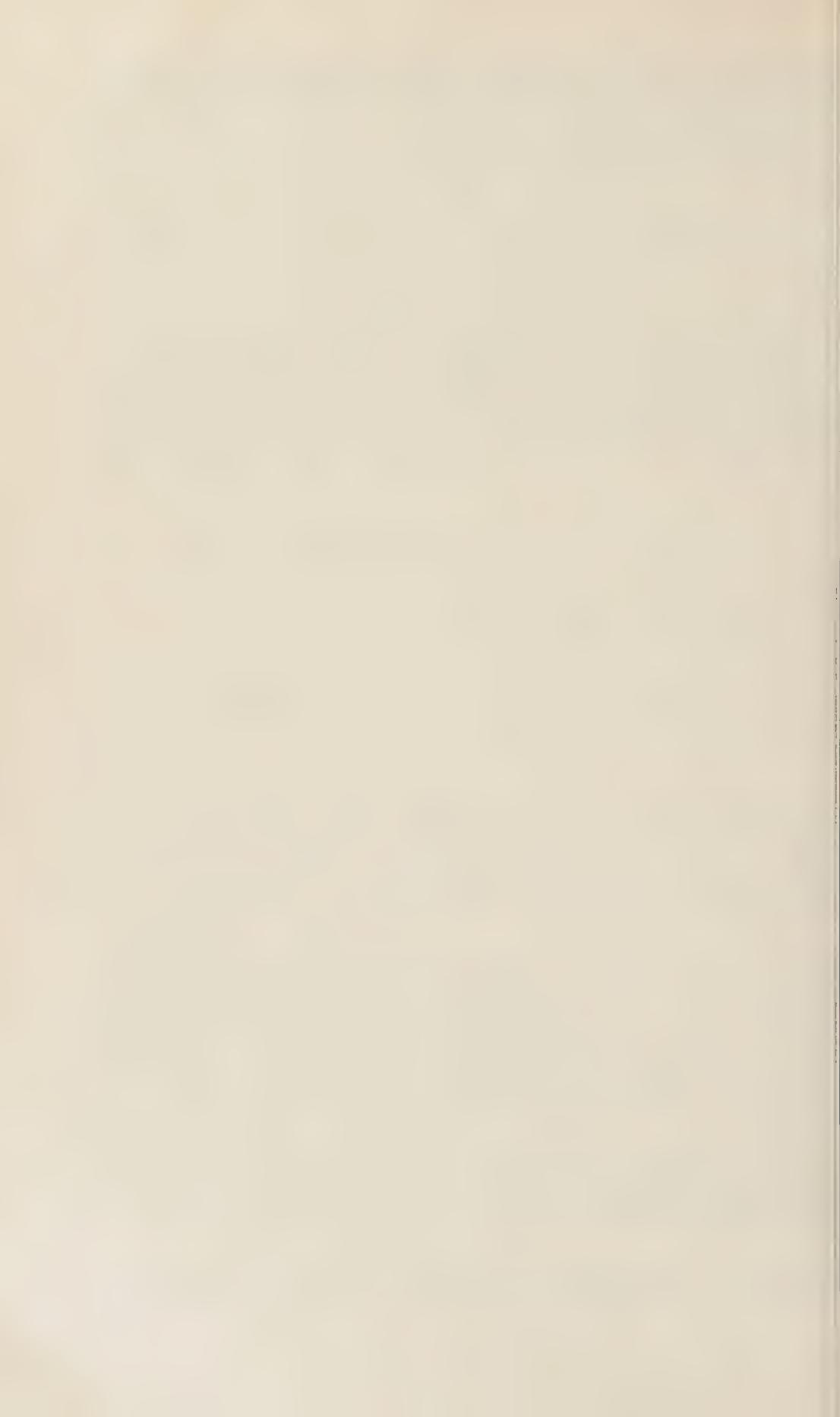
В заключение выражаю глубокую благодарность чл.-корр. АН СССР В. А. Ковда за содействие в выполнении данной работы.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
12 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. М. Вернадский, Изв. АН СССР, **20**, № 12 (1926). ² А. Г. Дояренко, Научн.-агрон. журн., № 3 (1926). ³ H. Lindegardh, Soil Sci., **23**, 6 (1927). ⁴ П. В. Вершинин, Н. П. Поясов, Сборн. тр. по агроном. физ., в. 5 (1952). ⁵ В. Б. Макеевич, Тр. Почв. инст. АН СССР, **31** (1950). ⁶ Б. Н. Макаров, Почвоведение, № 2 (1955). ⁷ М. Т. Ястrebов, Почвоведение, № 4 (1956). ⁸ Н. Н. Никольский, Докл. Тимирязевск. сель.-хоз. акад., в. 10 (1949). ⁹ Н. И. Горбунов, Почвоведение, № 2 (1941). ¹⁰ В. И. Баранов, Соврем. методы иссл. физ.-хим. свойств почв, **4**, в. 2 (1947). ¹¹ А. А. Красюк, Б. А. Красюк, Почвоведение, № 4 (1932).



ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

И. А. ИЛЬИНСКАЯ

**ИСКОПАЕМЫЕ МОНОТОПНЫЕ И ПОЛИТОПНЫЕ ФЛОРЫ
И КОМПЛЕКСЫ**

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 6 XI 1957)

Еще в начале 20-х годов текущего столетия Чэни (2) для воссоздания картины растительности олигоцена Орегона применил подсчет отпечатков ископаемых растений на обнажении. Такие же подсчеты для других флор были затем выполнены Чэни, его учениками и некоторыми другими исследователями (3). Однако во всех этих работах изменчивость состава ископаемых остатков в пределах исследуемого объема флороносной породы не нашла никакого отражения.

При полевых работах над третичными флорами, устанавливаемыми по отпечаткам листьев и плодов, меня, как и некоторых других палеоботаников (4, 5), поразила изменчивость состава флоры по простиранию одного и того же стратиграфического горизонта. Интересный результат дал анализ сборов М. Ф. Нейбург олигоценовой флоры г. Ашутас Зайсанского бассейна (1). Поставив специальные полевые работы в 1956 г. в Закарпатской области УССР на листопадных неогеновых флорах, а в 1957 г.— на третичных флорах Зайсанского бассейна, я пришла к выводу о наличии неравнозначности ископаемых флор в отношении того, как они отражают растительность, по остаткам которой они установлены.

Одни флоры несут следы более или менее далекого переноса и быстрого течения: среди ископаемых остатков преобладают обрывки листьев, а целые листья часто разорваны, все ископаемые остатки большей частью лежат в различно ориентированных плоскостях, причем остатки отдельных листьев и плодов часто перемяты или завернуты. Естественно, что вследствие таких условий захоронения обнаруживаются вместе остатки растений, которые произрастали в отдалении друг от друга, и полученный комплекс ископаемых растений совмещает в себе элементы различных ассоциаций, а иногда и формаций. Такие ископаемые комплексы или флоры, совмещающие в результате условий захоронения элементы различных ассоциаций, я предлагаю называть естественно политопными комплексами или флорами. Из обработанных мною флор типичным примером естественно политопной флоры является нижнетретичная флора г. Кинн-Кериш Зайсанского бассейна.

Другие флоры представлены ископаемыми остатками почти исключительно целых, неразорванных листьев и плодов, лежащих в параллельных плоскостях. Такое состояние ископаемых остатков свидетельствует об их захоронении вблизи материнских растений в спокойной воде, без сколько-нибудь значительного предварительного переноса. Ископаемый материал такого внешнего вида характерен для ряда флор, с которыми я работала: для верхне-миоценовой — нижнеплиоценовой Ильиницкой флоры на глинах в Закарпатье, для олигоценовой флоры Ашутаса Зайсанского бассейна, и для многих флор, известных по литературе, например плиоценовой флоры Виллерсгаузена в Гарце (5) и неогеновой флоры Добжина на Висле (4) и др.

Для всех перечисленных флор, установленных по ископаемому материалу, собранному на значительных площадях, характерна заметная разница в видовом составе и обилии остатков видов в разных по простиранию

частях флороносного горизонта. При небольших по простиранию обнажениях с флорой, как можно судить по другим местонахождениям листопадных неогеновых флор Закарпатья, состав и обилие видов существенно не меняются по простиранию в пределах обнажения.

Комплекс или флора, установленную на основании ископаемых остатков, не несущих следов предварительного переноса и собранных из участка флороносного горизонта, на протяжении которого видовой состав и обилие ископаемых остатков отдельных видов существенно не меняется, я предлагаю называть монотопным ископаемым комплексом или флорой.

Мне кажется, что слово флора следует употреблять для отдельных монотопных флор, тогда как в случае богатых флор их естественные составляющие лучше называть монотопными комплексами. Недифференцированный сбор ископаемого материала в пределах одного флороносного горизонта, обнаженного на значительном расстоянии по простиранию, ведет к смешению ряда одновозрастных монотопных комплексов. Такие флоры, являющиеся результатом смешения нескольких строго одновозрастных монотопных комплексов, я предлагаю называть искусственно политопными флорами. Эти флоры, так же как и естественно политопные флоры, заключают остатки растений, принадлежавших разным ассоциациям и формациям, однако это смешение обусловлено дефектом сбора ископаемого материала и может быть частично устранено при дополнительных сборах. Разумеется, что по облику ископаемого материала искусственно политопные флоры не отличаются от монотопных. Вероятно, все известные богатые третичные флоры являются политопными флорами, и большинство — искусственно политопными.

Наличие нескольких монотопных комплексов в пределах одного флороносного горизонта является отражением пестроты растительного покрова минувших эпох. Для двух типов монотопных комплексов олигоценовой флоры Ашутаса в Зайсанском бассейне удалось установить, что они соответствуют ассоциациям⁽¹⁾. Есть все основания полагать, что монотопный комплекс, как правило, заключает остатки одной ассоциации или ее части — синузии. Анализ материалов М. Ф. Нейбург по флоре Ашутаса⁽¹⁾ и предварительное изучение материалов по флорам Закарпатья и Зайсанского бассейна показывают, что разные монотопные комплексы одной флоры имеют примерно одинаковое число видов при одинаково обильных сборах. При 200—300 отпечатках для одного монотопного комплекса выявляется весь или почти весь его видовой состав, а при 100 отпечатках учитываются все обильно представленные виды комплекса и довольно верно отражается их количественное соотношение, но выпадают почти все единично встречающиеся виды, а таких видов в комплексе обычно почти столько же, сколько обильно представленных. Флоры, близкие по возрасту и территориально, также имеют близкое число видов монотопных комплексов — например среднеолигоценовая флора Тургая и флора Ашутаса, тогда как тоже листопадные, но неогеновые монотопные комплексы Закарпатья при таких же обильных сборах имеют значительно меньшее число видов.

Монотопные комплексы являются элементарной основой для реконструкции картины растительности прошлого. При их использовании, однако, необходимо учитывать, что количественное соотношение ископаемых остатков отдельных видов не совсем точно отражает количественные соотношения видов исходной ассоциации. Для уточнения количественной стороны участия отдельных видов в ландшафтах прошлого необходима постановка в широком масштабе работ, начатых Чэни и его школой, по сравнительному количественному исследованию опада листьев, их переноса и захоронения и исходных ассоциаций, после чего можно будет внести необходимые коррективы в данные, полученные на основании изучения монотопных комплексов.

Однако этим не исчерпывается значение монотопных комплексов. Их изучение позволит, кроме того, установить геологическую продолжительность существования отдельных ассоциаций и составить представление об

ассоциированности ископаемых видов — важной биологической характеристике вида, проливающей некоторый свет и на его экологию. Не менее важно изучение монотопных комплексов и для целей биостратиграфии. Выделение и изучение в пределах одной флоры различных по составу, но геологически одновозрастных монотопных комплексов позволит избежать смешения экологического, климатического и возрастного различия флор, так часто наблюдаемого в настоящее время. Кроме того, изучение монотопных комплексов позволит более правильно проводить сравнение близких по возрасту и территории флор. Несомненно, что такое сравнение должно проводиться между близкими монотопными комплексами: например, одновозрастную с ашутасской флорой флору Тургая следует сравнивать с отдельными монотопными комплексами Ашутаса, тогда как сравнение этой флоры Тургая, представляя собой монотопный комплекс, с флорой Ашутаса в целом приведет к неправильному выводу о сравнительной бедности флоры Тургая.

Работу по изучению монотопных комплексов отдельных бассейнов целесообразнее всего начинать с богатых искусственно политопных флор, в которых можно выделить ряд строго одновозрастных монотопных комплексов. После обработки первых предварительных сборов, позволяющих точно определить только наиболее часто встречающиеся виды, палеоботаник должен провести работу на обнажении. Для каждого монотопного комплекса материал собирается отдельно, при этом образцы с наиболее часто встречающимися заранее изученными видами могут частично учитываться и оставляться на месте. Всего должно быть учтено и собрано не менее 100 отпечатков, желательно же 200—300, поскольку только при 300 отпечатках видовой состав монотопного комплекса выявляется довольно полно, а при 100 отпечатках учитываются все обильно представленные виды. При подсчете отпечатков остатки водных растений учитываются отдельно, так как они принадлежат к другому типу растительности и их комплекс рассматривается особо. При сборе нужно учитывать однообразие состава не только по простирию, но и по вертикали, так как разные пропластки могут заключать разные монотопные комплексы. При этом незначительная мощность пропластков и разная последовательность расположения комплексов по вертикали в разных частях обнажения будут свидетельствовать об их одновозрастности.

Представляется несомненным, что изучение монотопных комплексов будет плодотворным не только для кайнозоя, но и для других периодов. Эти исследования легче всего проводить на флорах, установленных по отпечаткам листьев, поскольку эти остатки не подвержены переотложению. Однако известны местонахождения и ископаемых древесин, плодов и семян, для которых доказано отсутствие явлений переотложения. Для таких местонахождений применимо понятие монотопных комплексов и возможно их изучение.

Можно ли это в какой-то мере применить к флорам, установленным на основании ископаемых спор и пыльцы, сказать трудно.

Ботанический институт им. В. Л. Комарова
Академии наук СССР

Поступило
3 IX 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ И. А. Ильинская, Бот. журн., 42, № 3 (1957). ² R. W. Chaney, Am. J. Sci., 8 (1924). ³ H. Czezottowa, Act. Geol. Pol., 2, № 3 (1951). ⁴ S. Kownas, Act Geol. Pol., 5, № 4 (1955). ⁵ A. Strauss, Abh. Deutsch. Akad. Wissensch. Berlin, № 4 (1956).

ЦИТОЛОГИЯ

Н. Л. ДЕЛОНÉ

СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ ЭТИЛЕНДИАМИНТЕТРАУКСУСНОЙ КИСЛОТЫ И РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА МИКРОСПОРЫ TRADESCANTIA PALUDOSA В ИНТЕРФАЗЕ

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 27 XI 1957)

Совместное действие ионизирующих излучений и химических веществ на живую клетку часто дает неаддитивный эффект. Например, Вольф и Луипольд⁽¹⁾ показали, что предварительная обработка корешков конских бобов этилендиаминтетрауксусной кислотой значительно увеличивает число хромосомных перестроек, возникающих под воздействием рентгеновских лучей. В то же время под действием одной этилендиаминтетрауксусной кислоты образуется очень небольшое их число. В опытах Стеффенсена⁽²⁾ недостаток кальция вызывал образование перестроек хромосом в микроспорах традесканции; при облучении таких микроспор наблюдалось значительное увеличение числа перестроек. Мэйзия⁽³⁾ предполагает, что целостность хромосомы определяется ионными связями посредством Ca^{++} и Mg^{++} . Этилендиаминтетрауксусная кислота селективно извлекает эти катионы из тел хромосомы, в результате чего создается ее фрагментация. Кауфман⁽⁴⁾ противопоставляет этому утверждению свою точку зрения, согласно которой этилендиаминтетрауксусная кислота не действует специфически на хромосомы, а изменяет концентрацию ионов во всей клетке, в результате чего могут произойти перекомбинации хромосом.

В наших опытах в качестве объекта были взяты *Tradescantia paludosa*, клон Сакса, в которых практически спонтанно перестройки хромосом не возникают. При температуре, в которой производились наши опыты (от 19 до 21°), интерфаза первого постмейотического митоза в микроспорах продолжается семь дней. Воздействие на клетки осуществлялось в ранней интерфазе, а учет перестроек хромосом производился в метафазе этого же деления. Приготавливали временные ацетокарминовые препараты. Учитывались все типы хромосомных перестроек, которые можно проанализировать в микроспорах *Tradescantia paludosa*: хромосомные фрагменты, ацентрические кольца (без центромеры), центрические кольца (с центромерой) и дицентрические хромосомы (с двумя центромерами). Хромосомные инверсии и транслокации (с одной центромерой — так называемые симметричные обмены), конечно, также возникают, но их трудно обнаружить, и поэтому мы их исключили из подсчета. Из хроматидных перестроек учитывались хроматидные и изохроматидные фрагменты (последние возникают при одновременном разрыве двух хроматид в одном локусе), ацентрические и центрические кольца, дицентрики и обмены; из полухроматидных перестроек — дицентрики. (См. рис. 1 на вклейке к стр. 782.)

При действии ионизирующих излучений на клетки в состоянии интерфазы возникают только хромосомные перестройки. Хроматидные перестройки возникают при действии на клетки в профазе, и полухроматидные при действии на клетки в преметафазе. В интерфазе хромосомы разрываются ионизирующими излучениями как одна нить, в профазе каждая хроматида в хромосоме может разрываться отдельно, т. е. хромосома представляет

в этот момент как бы двойную нить, в преметафазе хромосома состоит как бы из четырех нитей, каждая из которых может разрываться отдельно.

При разрыве хромосомы под действием какого-нибудь агента возникают «открытые» фрагменты. «Открытым» мы называем такой фрагмент, который способен к воссоединению по-старому, к перекомбинации с другими фрагментами в новых сочетаниях и к «закрытию», т. е. к такому состоянию, когда образуется свободный фрагмент, не способный к воссоединению или перекомбинации. Работы по фракционированию дозы, по применению разной

Таблица 1

Типы хромосомных перестроек, возникших при действии рентгеновского излучения и этилендиаминтетрауксусной кислоты на микроспоры *Tradescantia poludosa* в интерфазе

	Рентгеновские лучи, (200 г)	Этилендиаминтетрауксусная кислота (0,001 M) + рентгеновские лучи (200 г)
Число хромосом	3432	1080
Перестройки в % от общего числа хромосом	5,1	18,9
Отношение числа фрагментов к сумме дицентриков и колец	4	1,5
Отношение числа дицентриков к числу колец	3	5

мощности — направлены на решение вопроса, в течение какого промежутка времени фрагмент может находиться в «открытом» состоянии. При разрыве хромосом в интерфазе микроспоры традесканции длительность этого промежутка невелика. Именно поэтому при действии ионизирующих излучений на разные фазы митоза при делении микроспоры возникают разные типы перестроек хромосом: хромосомные, хроматидные и полухроматидные. Если бы фрагмент, образовавшийся в интерфазе, оставался открытым при наступлении профазы, то в результате разрыва хромосом в интерфазе могли бы возникать хроматидные перестройки. Однако этого не бывает, и граница между временем, когда возникают хроматидные и хромосомные перекомбинации, в ранней профазе обнаруживается отчетливо.

Мы облучали клетки в ранней интерфазе (за 120 час. до наступления метафазы) рентгеновскими лучами дозой 200 г при мощности 41 г/мин и при 180 кв и 15 ма. Возникло 5,1% хромосомных перестроек. Этилендиаминтетрауксусную кислоту в концентрации 0,001 M при pH 7 мы вводили в бутоны медицинским шприцем непрерывной струей в течение 42 час. с перерывами днем на полчаса и почью на 10 час. В том случае, когда начало воздействия пришлось на раннюю профазу, нами было обнаружено 1,1% перестроек хромосом при анализе 1260 хромосом. При обработке этилендиаминтетрауксусной кислотой клеток в интерфазе нами не было обнаружено перестроек хромосом. Возможно, однако, что мы изучили недостаточное число хромосом — всего 480. При облучении рентгеновскими лучами клеток за 120 час. до наступления метафазы при предварительном воздействии этилендиаминтетрауксусной кислотой в течение 42 час., т. е. при совместном действии этих двух агентов на раннюю интерфазу, возникло 18,9% перестроек хромосом.

Наши опыты показали, что совместное действие ионизирующих излучений и этилендиаминтетрауксусной кислоты на хромосомы не ограничивается только количественным эффектом — наблюдается также качественное различие: при облучении рентгеновскими лучами в ранней интерфазе клеток, обработанных предварительно этилендиаминтетрауксусной кислотой, образуются не только перестройки хромосомного типа, но также хроматидного и полухроматидного типов.

Интересно отметить, что по данным Сакса (^{3,4}) полухроматидные перекомбинации возникают в микроспорах только при действии на клетки в пре-профазе низких доз рентгеновского излучения — от 10 до 30 г. В наших опытах полухроматидные перекомбинации обнаружены при облучении клеток в интерфазе рентгеновскими лучами дозой 200 г.

Это явление можно объяснить тем, что этилендиаминтетрауксусная кислота продлевает «открытое» состояние фрагментов.

Институт биофизики
Академии наук СССР

Поступило
26 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ B. P. Kaufmann, M. R. McDonald, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **43**, 3,262 (1957).
² D. Mazzia, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **40**, 6, 521 (1954). ³ K. Saks, Quart. Rev. Biol., **32**, № 1, 15 (1957). ⁴ K. Saks, E. D. King, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **41**, 3, 155 (1955).
⁵ D. Steffensen, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **41**, 3, 155 (1955). ⁶ S. Wolff, H. E. Luippold, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **42**, 509 (1956).

ГИСТОЛОГИЯ

Н. Г. ХЛОПИН и Н. М. ЧИСТОВА

**ГИСТОФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ НАД ЭНДОТЕЛИЕМ
В ТКАНЕВЫХ КУЛЬТУРАХ**

(Представлено академиком К. М. Быковым 15 I 1958)

Работы последних лет показывают, что эндотелий сосудистой системы представляет собой специализированную ткань эпителиального характера, которая, обладая в изученных крупных одноименных сосудах ясно выраженным видовыми различиями, ни в тканевых культурах, ни при репаративной регенерации не превращается в соединительную ткань и не образуется из ее клеток⁽¹⁾. Это заставляет отказаться от привычной и казавшейся хорошо обоснованной трактовки эндотелия как одной из клеточных форм соединительной ткани^(2, 3) и делает необходимым возможно детальное и разностороннее исследование его гистологических свойств.

В предыдущем сообщении⁽⁴⁾ было дано описание основных вариантов роста эндотелия в эксплантатах, кратко изложена методика его культивирования и приготовления препаратов.

Настоящая работа посвящена изучению некоторых гистофизиологических свойств эндотелия задних и передних полых вен кроликов при культивировании во флаконах. Кроме применявшимся ранее методик, были использованы окраска хромовым лаком галлоцианина и реактивом Шиффа на плазмаль, без предварительного гидролиза. Поучительные тотальные препараты дало серебрение на клеточные границы с дополнительной фиксацией формалином и окраской на жир, плазмаль или по Фельгену. Для изучения фагоцитоза к питательной среде части культур добавлялась (при эксплантации или смене жидкой фазы) стерильная профильтрованная взвесь китайской туши.

Количество культур составило около 600. Для исследования были использованы эксплантаты, в которых большая периферическая часть зоны роста состояла только из эндотелия, без примеси элементов других тканей.

Сравнение тотальных препаратов, окрашенных гематоксилином Карапчи и хромовым лаком галлоцианина показало, что тот и другой окрашивают те же самые компоненты клетки, содержащие ДНК и РНК.

Энергичный рост и высокая митотическая активность эндотелия продолжаются в культурах вен в течение 5—7 дней после эксплантации или очередного пассажа с вырезанием. Смена жидкой фазы заметно активирует рост. Однако по истечении 2—3 недель стимуляция роста после смены жидкой фазы ослабевает, а на 5—6 неделе в культурах появляются нарастающие дистрофические изменения. Чтобы их избежать, необходимо прибегать каждые 2—3 недели к пассажам с вырезанием.

В жизнеспособных, хорошо растущих культурах эндотелия интеркинетические ядра имеют обычно одно или несколько интенсивно красящихся ядрышек неодинаковой формы и размеров и мелкие базофильные зернышки (рис. 1 *a, b, в*). Соответствующие пробы показывают, что ядрышки содержат РНК, мелкая хроматиновая зернистость — ДНК. Резкая базофилия цитоплазмы клеток эндотелия в культурах зависит от РНК. По истечении 2 недель после эксплантации (или пассажа с вырезанием) появляются единич-

ные клетки, ядра которых, имея резкий контур, представляются почти или совершенно бесструктурными (рис. 1 г) и часто красятся светлее, а их цитоплазма отличается особенно сильной базофилией. Через 5—6 недель число бесструктурных ядер заметно увеличивается. Кроме того, нарастает разнообразие размеров и форм клеток и ядер, появляются необычно крупные и уродливые ядра, митозы исчезают. Это уже связано с развитием дистрофических, а затем и некробиотических изменений.

В условиях тканевых культур в эндотелии вскоре появляются жировые включения. Через 5—7 дней после эксплантации (или пассажа с вырезанием) эндотелиальные клетки хорошо растущих культур содержат многочисленные круглые, сильно преломляющие свет капли, красящиеся суданом (рис. 2 а и б) и легко растворимые в смеси спирта с эфиром. Их величина колеблется обычно между 0,7—1,4 μ . Отдельные капли достигают 5—7 μ . Они густо заполняют клетки, оставаясь, однако, разделенными тонкими прослойками цитоплазмы, и поэтому не прилегают вплотную друг к другу. Свободными от жира остаются небольшие окколоядерные участки округленной формы, по видимому соответствующие сферам (рис. 2 б). Хороший рост и митотическая активность продолжаются в эксплантатах, клетки которых сильно заполнены жиром. В культурах, которые более длительное время не подвергались пассажам с вырезанием, жировые капли делаются крупнее, митозы исчезают и все резче выступают различные дистрофические изменения.

В безъядерных цитоплазменных элементах, отделившихся от клеток и ограниченных темными линиями серебра, никогда не приходилось видеть жировых включений.

В первые 4—5 дней после эксплантации (или пассажа с вырезанием) в эндотелиальных элементах зоны роста появляются небольшие тесно расположенные капли плазмалия, интенсивно красящиеся реактивом Шиффа после фиксации формалином или ценкер-формолом (рис. 3 а). Обработка культур, фиксированных формалином, 1% раствором сулемы заметно не изменяет отношения препаратов к окраске на плазмаль.

Через 7—8 дней после пассажа с вырезанием клетки сильно заполняются крупными каплями плазмалия (рис. 3 б), которые тесно прилегают друг к другу, образуя от взаимного давления фасетки. Мелкие капли плазмалия образуют в прилегающих к ним крупных — углубления. Свободным от плазмалия остается небольшой круглый окколоядерный участок, меньшего размера, чем соответствующий участок после окраски суданом. Преобладающие размеры капель плазмалия в богатых им культурах крупнее, чем жира (обычно 4—5,5 μ). Без жира и плазмалия остается в распластанных клетках периферическая эктоплазменная кайма, имеющая ничтожную толщину и нередко значительные плоскостные размеры.

Рис. 1. Ядра эндотелиальных клеток зоны роста и небольшие окколоядерные участки цитоплазмы. 18-дневная культура из задней полой вены 8-месячного кролика. 4 смены жидкой фазы. Тотальные препараты. Формалин, гематоксилин Каракци. 900 \times . а — в — ясные хроматиновые структуры, г — бесструктурное ядро

Рис. 2. Жировые включения в клетках эндотелиальных мембран зоны роста. Тотальные препараты. Формалин, гематоксилин Ясвона, судан (а — серебрение границ). 600 \times . а — 16-дневная культура из передней полой вены 5-месячного кролика, 5 дней после пассажа с вырезанием; б — 20-дневная культура из задней полой вены 5-месячного кролика, 7 дней после пассажа с вырезанием

Рис. 3. Плазмаль в клетках эндотелиальных мембран зоны роста. Тотальные препараты. Формалин, реактив Шиффа (а — гематоксилин Каракци). 600 \times . а — 18-дневная культура из задней полой вены годовалого кролика, 5 дней после пассажа с вырезанием, б — 20-дневная культура из задней полой вены 5-месячного кролика, 7 дней после пассажа с вырезанием

Рис. 4. Клетки эндотелиальной мембранны с включениями туши, добавленной к питательной среде при эксплантации. 15-дневная культура из задней полой вены 8-месячного кролика. Две смены жидкой фазы. Тотальный препарат. Формалин, гематоксилин Каракци. 600 \times

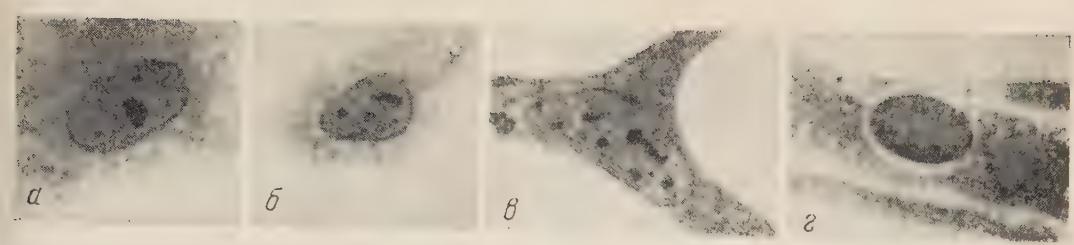


Рис. 1

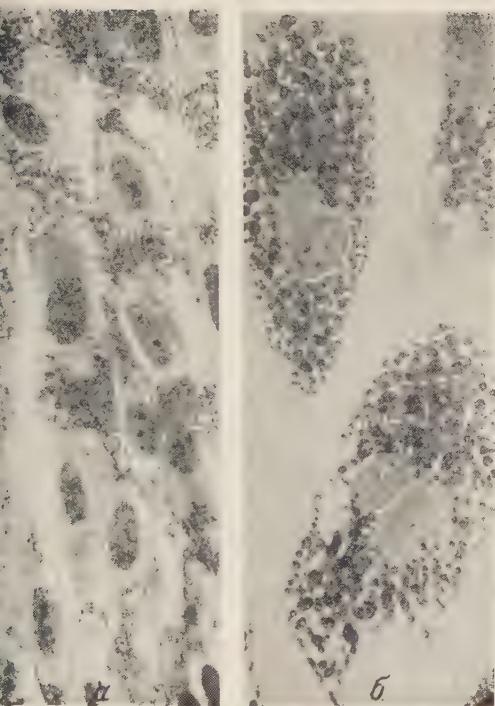


Рис. 2

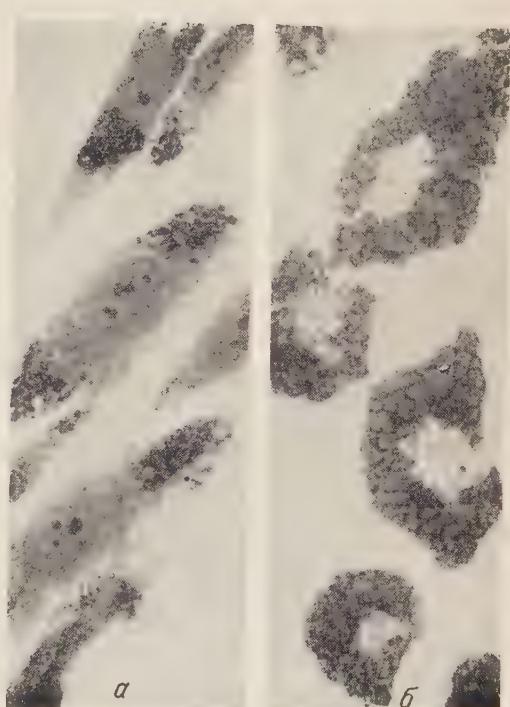


Рис. 3



Рис. 4

Сопоставление препаратов, окрашенных реактивом Шиффа и суданом, показывает, что плазмаль частью содержится в суданофильтных жировых включениях, частью в прослойках цитоплазмы между ними. Одно крупное включение плазмала занимает территорию нескольких жировых капель.

После помещения культур в крепкий спирт, а затем в смесь спирта с эфиром на несколько часов и даже на сутки, плазмаль часто не растворяется на-дело. Его капли уменьшаются в размерах, их окраска становится бледнее. Деликом растворяются более мелкие капли. Для того чтобы полностью извлечь плазмаль, требуется еще более или менее длительная дополнительная обработка ксилолом. Это указывает, вероятно, на связь плазмала с белковым субстратом. Образования, которые после обработки фуксиносернистой кислотой имеют вид интенсивно окрашенных капель, только частично могут быть обозначены как включения. Это их части, содержащие смесь нейтрального жира и плазмала. Другие части, вероятно, состоят из цитоплазмы, диффузно пропитанной липидом или смесью липидов.

Если к питательной среде добавить взвесь туши, в некоторых клетках эндотелиальной зоны роста вскоре (через $\frac{1}{2}$ —1 час) появляются немногим исклоненные мелкие черные зернышки.

По истечении нескольких суток количество захваченной клетками туши увеличивается, но остается неодинаковым в разных элементах зоны роста. Часть их почти или совершенно не содержит черных гранул, в других мелкие включения имеются в значительном количестве. Они диффузно, но не густо располагаются в цитоплазме, оставляя свободной периферию клеточного тела и небольшую кайму вокруг ядра (рис. 4).

В части клеток к этому времени включения становятся крупнее, а их распределение представляется более густым. Последнее зависит в некоторых клетках от их большого количества, а в других случаях такое впечатление обусловливается ретракцией цитоплазмы и утолщением ее слоя. Постепенно клетки, сильно заполненные гранулами туши, округляются и декомплексируются, что уже является выражением наступающих некробиотических изменений, приводящих затем к гибели и распаду. Захватывая тушу, клетки эндотелия полой вены не переходят в амебоидное состояние и не приобретают характера макрофагов.

Некоторые культуры, случайно инфицированные сарцинами, показали, что клетки эндотелия могут захватывать микробные тела. В инфицированных участках культуры многие эндотелиальные клетки содержали единичные микробные тела, их небольшие или значительные скопления, лежащие в вакуолях и окруженные светлым ободком. И в этом случае клетки эндотелия не приобретали характера амебоидных макрофагов, хотя многие из них обнаруживали ретракцию и, утратив взаимную связь, округлялись. Переполненные сарцинами клетки эндотелия гибнут и разрушаются.

Сравнение с литературными данными показывает, что эндотелий в условиях тканевых культур по некоторым гистофизиологическим свойствам резко отличается от клеток рыхлой подкожной соединительной ткани (⁵) и соединительной ткани аорты (⁶).

Институт онкологии
Академии медицинских наук СССР

Поступило
8 I 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Н. Г. Хлопин, Арх. анат. и эмбриол., 35, № 1 (1958). ² А. Махимов, Möllendorffs Handb. d. mikr. Anat des Menschen, 2, 1927. ³ А. А. Заварзин, Избр. тр., 4, 1953. ⁴ Н. Г. Хлопин, Н. М. Чистова, ДАН, 114, № 2 (1957). ⁵ А. А. Максимов, Русск. арх. анат., гистол. и эмбриол., 1 (1916). ⁶ А. И. Жудина, Н. М. Чистова, Вопр. онкол., 3, № 3 (1957).

МИКРОБИОЛОГИЯ

В. М. БЕРГОЛЬЦ

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ВИРУСОПОДОБНОГО БЕСКЛЕТОЧНОГО АГЕНТА, ИЗОЛИРОВАННОГО ИЗ ЛЕЙКОЗНЫХ ТКАНЕЙ ЧЕЛОВЕКА

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 2 I 1958)

Исследуя природу и свойства обнаруженного в организме больных лейкозом ⁽¹⁾ «фактора лейкоза» человека, мы предприняли попытку пассировать его в мозгу мышей и в саркome Крокера. Как известно, в вирусологической практике для сохранения и усиления патогенности ряда вирусов издавна пользуются их пассированием в быстрорастущей опухолевой ткани ⁽²⁾, а также в мозговой ткани животных.

Если бы оказалось, что фактор лейкоза способен длительно пассироваться в мозгу новорожденных мышей и в саркome Крокера, это указывало бы на его вирусный характер, так как ни компоненты нормальных тканей, ни химические бластомогенные вещества не обладают свойством длительно культивироваться в опухолях и мозгу животных. Результаты опытов по пассированию «фактора лейкоза» человека в мозговой ткани мышей и в саркome Крокера представлены в настоящем сообщении.

Методика. I. Пассажи в мозгу новорожденных мышей. Цельная кровь больного острый гемоцитобластозом смешивалась на холода 1 : 5 со стерильным физиологическим раствором и к смеси добавлялось 5% 96° спирта. Экстракт стерилен; он содержал 2,12 мг/мл азота и 13,25 мг/мл белка по Кильдалю.

Экстракти вводились под эфирным рауш-паркозом по 0,05 мл непосредственно в левое полушарие головного мозга 12 мышам низколейкозной линии С₃НА в возрасте 4—12 дней. Через 17 дней от трех мышей была взята ткань мозга у места предыдущей инъекции, из нее приготовлялся на холоде водно-солевой экстракт, который вводился по 0,05 мл в левое полушарие головного мозга 19 мышам С₃НА 5-дневного возраста (2-й пассаж). Таких пассажей было проведено 6 на 88 мышах с интервалами между пассажами в 12—17 дней. Всего пассирование длилось в течение 3 месяцев. Часть мышей после 1-го, 2-го и 5-го пассажей оставлялась на дождение.

Через 2 недели после 6-го пассажа гомогенат ткани мозга 5 мышей был введен под кожу 24 мышам С₃НА в возрасте 4—6 дней с целью получения лейкозов у подопытных животных.

II. Пассажи в саркome Крокера. Цельная кровь больного острый гемоцитобластозом вводилась непосредственно в ткань саркомы Крокера в дозе 0,5 мл. В контрольных опытах в саркому Крокера вводилось 0,5 мл цельной донорской крови.

В дальнейшем саркома Крокера как в опытной группе, так и в контрольной перевивалась обычным способом с интервалами в 10 дней на других мышей. Было проведено 15 пассажей на 189 мышах.

После 7-го и 15-го пассажей из ткани опухолей приготавливались на холода из расчета 1 : 5 водно-солевые центрифугаты при 3 тыс. об/мин (с добавлением 20% нормальной донорской сыворотки крови). Надсадочная жидкость вводилась подопытным мышам.

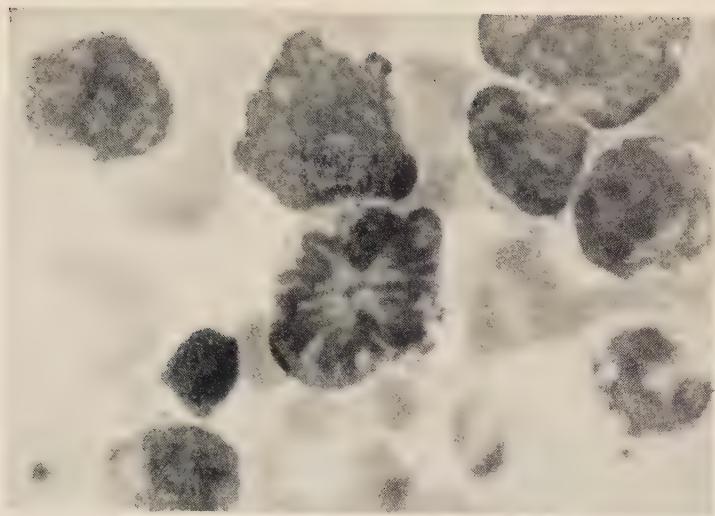


Рис. 1. Отпечаток костного мозга

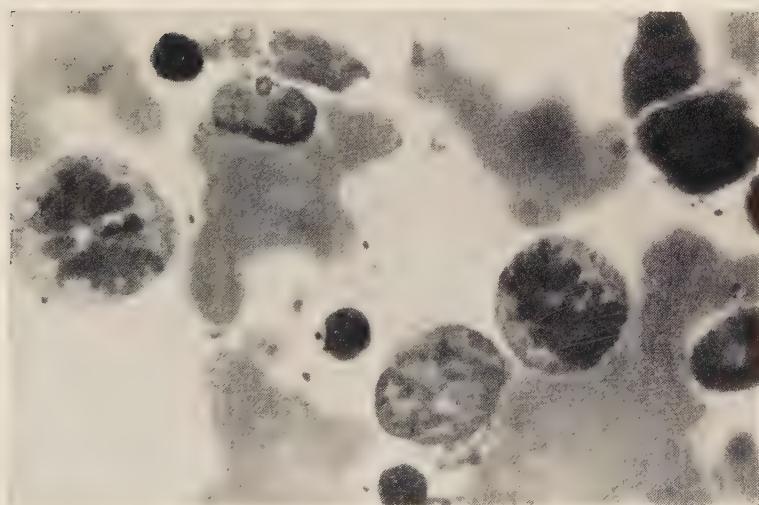


Рис. 2. Мазок крови

Павшие и забитые животные подвергались тщательному гистологическому и цитологическому изучению для установления диагноза истинного лейкоза. Всего в указанные опыты была взята 431 мышь.

Таблица 1

Лейкогенная активность фактора лейкоза, пассируемого в мозгу новорожденных мышей

Номер пасажа	Возраст мышей, дн.	Место введения экстракта	Число мышей в опыте	Число мышей, переж. 1-й лейкоз	Средний латентный период развития лейкоза в мес.	Число возникших лейкозов	Число лейкемидн. реакций	Примечание
1	10	В мозг	23	2	12,5	1	1	
2	5	" "	16	—	—	0	1	Через 2 мес. после введения экстракта: 4 инъекции по 1,25 мг на 5 мг кортизона
5	10	" "	7	—	—	0	0	Мышы пали до среднего срока появления лейкозов
6	4—6	Под кожу	24	6	3,3	3	3	

Результаты. Как видно из табл. 1, экстракты мозговой ткани (в которой пассировался фактор лейкоза человека) после 1-го, 2-го и, возможно, 5-го пассажей не обладают, по существу, лейкогенной активностью при условии введения их непосредственно в мозг мышей. Наряду с этим введение под кожу новорожденным мышам низколейкозной линии С₃НА гомогената мозга после 6-го пассажа фактора лейкоза привело к возникновению трех лейкозов у 6 мышей, переживших срок появления 1-го лейкоза. Средний латентный период развития лейкоза 3,3 мес. По морфологическому строению лейкозы относились к миэлозам (рис. 1 и 2).

Таким образом, в мозговой ткани мышей в течение 3 мес. пассировался фактор, вызвавший лейкозы у мышей. Развитие этих лейкозов не может быть объяснено действием самой мозговой ткани мышей С₃НА, так как экстракты мозговой ткани низколейкозных мышей не только не обладают способностью вызывать лейкозы, но даже не ускоряют появления спонтанных лейкозов у мышей высоколейкозной линии (3).

Нами не были обнаружены (за исключением одного) лейкозы у мышей, получивших инъекции экстрактов непосредственно в мозг. Между тем, Шварц, Шульмэн и др. (5) наблюдали резкое ускорение развития лейкозов у мышей высоколейкозной линии АКР при введении им непосредственно в мозг фильтратов лейкозной мозговой ткани. Противоречия здесь нет, так как Шварц, Шульмэн и др. получили ускорение развития спонтанных лейкозов, — мы же пытались вызвать появление лейкозов у низколейкозных мышей; кроме того, существенно различались и сами экстракты.

Итак, результаты изложенных опытов свидетельствуют о том, что фактор лейкоза человека способен длительно пассироваться в мозгу новорожденных мышей. Это свойство характерно для вирусных агентов.

Табл. 2 дает ясное представление о способности фактора лейкоза весьма длительно (до 5 мес.) пассироваться в саркome Крокера. Экстракты из саркомы Крокера после 7-го и 15-го пассажа фактора лейкоза обладали выраженным лейкогенным действием при их введении под кожу новорожденных и в селезенку одномесчных мышей. Лейкозы возникли у 4 мышей из 11 после введения в селезенку экстракта от 7-го пассажа (средний латентный период развития лейкозов 4,7 мес.) и у 3 мышей из 8 после введения под кожу новорожденным экстракта от 15-го пассажа (средний латентный период 4 мес.). По морфологическому строению лейкозы относились к миэлозам (в 1 случае был ретикулез). В этой серии опытов важное значение имели контроли, так как, по данным немецких авторов (3), фильтраты из некоторых сарком мышей обладают выраженной лейкогенной активностью.

Таблица 2

Лейкозогенная активность фактора лейкоза, пассиуемого в саркоке Крокера

	Возраст мышей, дн.	Путь введения экстракта	Число мышей в опыте	Число мышей, переж. 1-й лейкоз	Средний латентн. период развития лейкоза в мес.	Число возможн. лейкозов	Число лейкемидн. реакций	Примечание
Экстракт после 7-го пассажа лейкозной крови	30 6	В селезенку Под кожу	20 10	11 —	4,7 —	4 0	1 1	Мышь пал до среднег о срока появления лейкозов
Экстракт после 7-го пассажа нормальной крови	11	" "	16	4	—	0	2	
Экстракт после 15-го пассажа лейкозной крови	3—5	" "	20	8	4,0	3	3	
Экстракт после 15-го пассажа нормальной крови	2—10	" "	18	12	—	0	0	

В наших опытах экстракты из сарком Крокера, в которых длительное пассирировалась нормальная кровь, совершенно не обладали лейкозогенной активностью.

Таким образом, результаты опытов по культивированию фактора лейкоза в саркоке Крокера также указывают на вирусные черты фактора лейкоза человека.

Разумеется, для доказательства этого положения требуется еще постановка экспериментов в разнообразных направлениях.

Автор выражает свою искреннюю признательность действительному члену АМН СССР проф. Л. А. Зильберу за ценные консультации.

Государственный онкологический институт
им. П. А. Герцена

Поступило
29 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. М. Б е р г о л ь ц, Пробл. гематол. и перелив. крови, № 1, 11 (1957). ² Р. М. Ш е л Журн. микробиол., эпидемиол., и иммунол. № 10, 74 (1954). ³ А. Г r a f f i et al., Klin. Wchsch., 34, 11, 15 (1956). ⁴ S. Schwart z, H. Schoolman et al., Canc. Res., 16, № 6, 559 (1956). ⁵ S. Schwart z, H. Schoolman et al., Canc. Res., 17, № 218 (1957).

МИКРОБИОЛОГИЯ

А. Е. КРИСС, А. С. ТИХОНЕНКО и В. И. БИРЮЗОВА

**УЛЬТРАМИКРОСКОПИЧЕСКИЕ ОБРАЗОВАНИЯ, ОБНАРУЖЕННЫЕ
В МОРСКИХ И ОКЕАНИЧЕСКИХ ГЛУБИНАХ**

(Представлено академиком А. И. Опарином 4 I 1958)

Методы прямого микроскопического наблюдения, примененные нами в морских исследованиях, дали возможность ознакомиться с морфологическим разнообразием микробного населения в глубинах морей и океанов (^{1-6, 8, 9}). Однако эти наблюдения были ограничены возможностями светового микроскопа, между тем, естественно, возникало желание составить представление о более мелких образованиях, внешне сходных по своей организации с белковыми структурами типа вирусов.

Успехи в развитии электронной микроскопии сделали доступными для непосредственного рассмотрения белковые тела, размерами в десятки миллиграмм и даже в десятки ангстрем; сейчас уже удается увидеть структуры, весьма близкие к надмолекулярным. Поэтому мы решили воспользоваться этим методом для исследования ультрамикроскопических образований в морской и океанической толще воды. В литературе нам не встретились попытки такого рода: применение электронного микроскопа в морских работах до настоящего времени касалось лишь изучения деталей строения диатомовых (¹⁵) и жгутиковых (^{11-14, 16, 17}) для уточнения их таксономии и филогении.

Сборы материалов для электронномикроскопических исследований были сделаны на 3 станциях в открытых районах Черного моря и на 2 станциях в Тихом океане в Курило-Камчатской впадине. Пробы воды брались батометрами с глубин 0,10, 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 300, 400, 500, 600, 750, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000 м, а в Тихом океане также с горизонтов 2500, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000 и 7500 м. Со всеми предосторожностями для соблюдения стерильности эти пробы наливались в стерильные колбы; затем на «предметные стекла» для электронной микроскопии — металлические сеточки, покрытые парлодиевой пленкой — тонким капилляром наносились капли объемом 0,0001 — 0,0009 мл. Из каждой пробы воды готовилось около десятка препаратов. Все процедуры производились в организованной на судне лаборатории. После высыхания капель воды препараты складывались в маленькие пробирки и так хранились до исследования в электронном микроскопе, которое проводилось в Москве.

Часть препаратов просматривалась в участках, свободных от скоплений кристаллов солей, другая — подвергалась очистке от солей путем капельного диализа(⁷), который осуществлялся в следующей модификации. На поверхность бидистиллированной воды в стерильной чашке Петри наносилась капля 2% раствора парлодия в амилацетате. После испарения амилацетата образовывалась парлодиевая пленка, на которую помещались небольшие капли бидистиллированной воды. На поверхность этих капель осторожно накладывались пленкой вверх сеточки с высохшими пробами океанической воды. Таким образом, диализ происходил двумя ступенями. Соли из препарата диффундировали через пленку, играющую роль диализующей перепонки, в каплю воды, на которой плавала сеточка, а оттуда через опорную пленку

в большой объем воды, налитой в чашку Петри. Обычно диялиз производится в течение 24 час. при 28° . Перед просмотром в электронном микроскопе все препараты, не очищенные и очищенные от солей, подтенились хромом для получения хорошего контраста и рельефности.

В электронном микроскопе кристаллы солей хорошо отличимы. Они имеют разнообразную форму и размеры: одни кристаллы выглядят в виде палочек или имеют игольчатую форму, другие — в виде кубиков, треть образуют фигуры в виде веера. В воде на различных глубинах иногда встречаются очень плотные для электронного луча частицы, величиной от до 150 мк с округлыми или совершенно неправильными очертаниями, также волокнистые и пленочные структуры. Часто в препаратах из поверхностных и глубинных проб воды Черного моря и Тихого океана обнаруживаются мелкие шаровидные частицы от 40 до 15 мк. Последние выглядят совершенно бесструктурными и напоминают собой застывшие капли. Поверхность их гладкая и ровная.

В пробах океанической воды с глубин 2500, 3000, 7000, 7500 м с глубин 150 м в Черном море наблюдались круглые, овальные или несколько неправильной формы образования, размерами от 100 до 50 мк. Некоторые из них имеют гладкую, слегка выпуклую или рельефную поверхность, но для большей части характерно углубление в центре. В тех случаях, когда углубление выражено очень сильно, частицы становятся похожими на кольца. Нередко такие частицы образуют обширные скопления (рис. 1 а).

На глубинах в 150, 300 и 750 м в океанической воде были встречены еще более уплощенные образования с приподнятыми краями и спавшейся центральной частью, размером от 300 до 60 мк.

В некоторых, более крупных частицах центральная часть имеет складчатый рельеф (рис. 1 б, в).

Отличаются от вышеописанных образований круглые частицы с равным, складчатым рельефом, размером от 500 до 100 мк, обнаруженные нами в черноморской воде на глубинах 50, 125, 225, 300, 1250 и 1750 м и тихоокеанской воде на глубинах 300, 500 и 4000 м. Некоторые из них имеют овальную или неправильную форму.

Округлые образования этого типа сильно уплощены по краям. Центральная часть с более плотным содержимым, заметно возвышающаяся над поверхностью, часто имеет вид треугольника, ромба или звезды (рис. 1 г). В тех же полях зрения можно видеть совершенно прозрачные для электронов окружные, сильно уплощенные частицы с приподнятыми краями и углублением в центре.

На глубинах 50, 150, 225 и 300 м в Черном море были обнаружены ультрамикроскопические окружные частицы с неровной поверхностью, напоминающие спавшиеся шары; их размеры колеблются в пределах 1000—50 мк. У большинства частиц хорошо выражен полукруглый валик с острым гребнем, который постепенно переходит в уплощенную часть шара (рис. 1 д). Некоторые частицы имеют кратерообразное углубление в центральной части. Более мелкие частицы выглядят в виде колец: высоко приподнятые края и углубление в центре.

В Черном море на глубинах 50, 125, 150, 225, 300 и 1250 м также встречались плоские частицы, довольно прозрачные для электронов, окружной или неправильной формы размером от 100 до 500 мк. Поверхность их большей частью неровная, с невысокими выступами и углублениями. В некоторых частицах можно различить плотные для электронов участки палочки видной или окружной формы (рис. 1 е).

Концентрация описанных ультрамикроскопических образований значительна в глубинах морей и океанов. Об этом можно судить по их количеству в поле зрения электронного микроскопа, которое составляет лишь малую часть площади пленки, занятой капелькой в 0,0001—0,0009 мл из исследуемой пробы воды.

Природа всех этих окружных образований, имеющих как бы примитив-

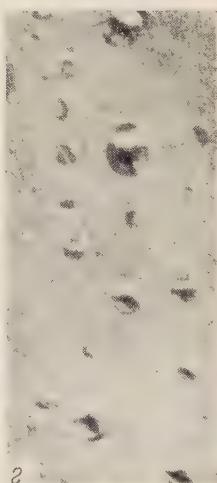
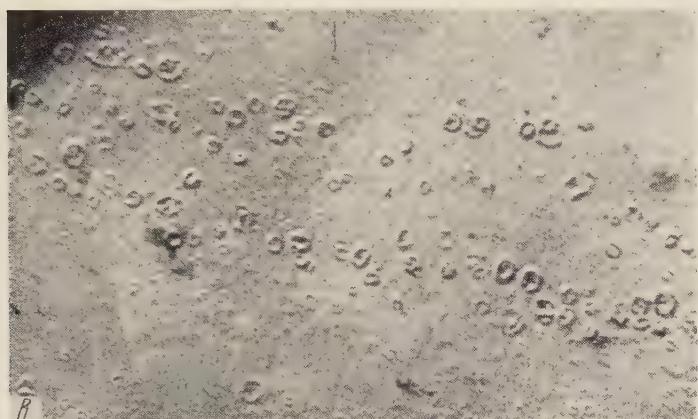


Рис. 1. а — скопление ультрамикроскопических округлых частиц с рельефной поверхностью или углублением в центральной части в пробе воды с глубины 2500 м в Тихом океане; б, в — уплощенные округлые образования с приподнятыми краями и спавшейся центральной частью в пробах воды с глубин 750 м (б) и 150 м (в) в Тихом океане; г — круглые частицы с возвышающимся плотным содержимым в центральной части в пробе воды с глубины 300 м в Тихом океане; д — круглые образования в виде спавшихся шаров в пробе воды с глубины 225 м в Черном море; е — плоские частицы с невысокими выступами на поверхности в пробе воды с глубины 250 м в Черном море. 18500 \times

ные черты структурности и организации, пока неизвестна. Некоторые очень похожи на вирусные частицы. Представляют ли они и собою так называемые апрофитные вирусы или это структуры коацерватного типа, возникающие из органического вещества, растворенного в морской воде,— во всяком случае эти надмолекулярные системы не могут рассматриваться как пример первичного возникновения жизни из безжизненного материала сейчас на Земле. Для такого суждения, как справедливо отмечает А. И. Опарин (10), нет никаких фактических оснований.

Лаборатория электронной микроскопии
при Отделении биологических наук
Академии наук СССР

Поступило
2 I 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. Крисс, Вестн. АН СССР, № 4, 30 (1955). ² А. Крисс, В. Бирюзова, ДАН, 100, № 6, 1175 (1955). ³ А. Крисс, В. Ламбина, Усп. совр. биол., 39, 366 (1955). ⁴ А. Крисс, М. Лебедева, ДАН, 89, 949 (1953). ⁵ А. Крисс, Е. Рукина, Изв. АН СССР, сер. биол., № 6, 67 (1952). ⁶ А. Крисс, Е. Рукина, Курн. общ. биол., 13, 346 (1952). ⁷ А. Крисс, В. Бирюзова, А. Золковер, Микробиология, 17, 484 (1948). ⁸ А. Крисс, В. Бирюзова, Е. Рукина, ДАН, 75, 329 (1954). ⁹ А. Крисс, Е. Рукина, А. Тихоненко, ДАН, 75, 453 (1950). ¹⁰ А. Опарин, Возникновение жизни на земле, Изд. АН СССР, 1957. ¹¹ Т. В гаагид, Papers in Marine Biol. and Oceanorg. Suppl. to vol. 3 of Deep - Sea Res., 1955, p. 479. ¹² Т. В гаагид, К. Гаардер, І. Маркали, Е. Нордилли, Natt. Mag. Bot., 1, 129 (1952). ¹³ Г. Дефландр, Ч. Ферт, Ann. Paléont., 40, 115 (1954). ¹⁴ Р. Hallal, І. Маркали, Natt. Mag. Bot., 2, 117 (1954). ¹⁵ Н. Hendey, J. Mar. Biol. Ass. U. K., 33, № 2, 335 (1954). ¹⁶ Е. Камптнер, Mikroskopie, 7, 375 (1952). ⁷ М. Парке, І. Мантон, В. Clarke, J. Mar. Biol. Ass. U. K., 35, 387 (1956).

С. С. ХОХЛОВ

КЛАССИФИКАЦИЯ АПОМИКСИСА У ПОКРЫТОСЕМЕННЫХ

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 19 XI 1957)

Неоднократно отмечалось, что в области явлений апомиксиса деял с классификацией и терминологией обстоит крайне неудовлетворитель (1, 7, 11). В настоящее время, когда проблема апомиксиса из чисто теоретической превращается в проблему также большого практического значения (получение гомозиготных линий при производстве гибридных семян, селекция апомиктических форм, перспектива закрепления гетерозиса, преодоление стерильности гибридов и др. (2, 3, 5-8, 10, 13, 15)), особенно чувствуется необходимость в упорядочении и осмысливании обширного фактического материала, что невозможно без четкой классификации и терминологии, основанных на едином принципе.

Для обозначения апомиксиса у покрытосеменных как явления образования семян без оплодотворения Техгольм (14) ввел термин агамоспермия. Нами были предложены аналогичные русские термины — бесполосемянность размножение (6) и бесполосемянность, позволяющие ограничить это явление у покрытосеменных от апомиксиса у несеменных растений и от всех форм вегетативного размножения и вивипарии. Анализ типов или форм, в которых проявляется бесполосемянность, приводит к заключению, что каждая форма определяется тремя категориями признаков: во-первых, степенью и особенностями морфобиологического отличия процесса бесполого образования зародыша от процесса его образования половым путем; во-вторых, степенью необходимости и характером воздействия каких-либо агентов, вызывающих бесполосемянность (псевдогамия, механическое или химическое раздражение, какие-либо внутренние факторы); в-третьих, степенью распространения и частоты проявления бесполосемянности в пределах вида.

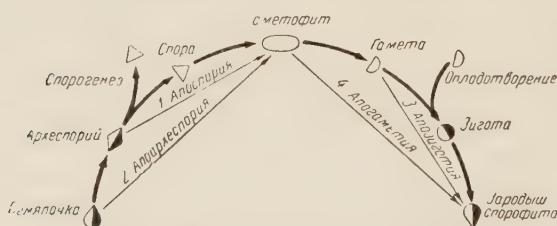


Рис. 1. Типичный цикл развития зародыша при половом процессе: споровая зиготия (жирные стрелки) и элементы бесполосемянности (тонкие стрелки). Незачерненные значки, обозначающие морфобиологические фазы, характеризуют гаплоидное состояние; зачерненные — наполовину — диплоидное состояние

В настоящем сообщении мы остановимся только на классификации форм бесполосемянности по первой из указанных категорий признаков.

Типичный цикл образования семян при половом процессе слагается из следующих основных морфобиологических фаз (рис. 1): семяпочка — археспорий — спора (возникающая в результате спорогенеза) — гаметофит — гамета — зигота (возникающая в результате оплодотворения) — зародыш спорофита. Этот типичный цикл, когда развитие зародыша проходит через спору и зиготу, мы называем споровой зиготией. Бесполосемянность в всех формах характеризуется выпадением из типичного цикла одной или

ядо морфобиологических фаз. Простейшие случаи, когда выпадает одна или две смежных фазы, мы называем элементами бесполосемянности, поскольку они не только сами образуют формы бесполосемянности, но также, ходя в сочетание друг с другом, образуют более сложные формы бесполосемянности.

Элементами бесполосемянности являются (рис. 1):

1. Апоспория — выпадение из цикла споры, вследствие отсутствия спорогенеза. Мегагаметофит образуется непосредственно из нередуцированной археспориальной клетки.
2. Апоархеспория — выпадение из цикла археспория и споры. Мегагаметофит образуется непосредственно из соматической ткани семяпочки.
3. Апозиготия — выпадение из цикла зиготы, вследствие отсутствия плодотворения. Зародыш спорофита образуется непосредственно из неоплодотворенной гаметы.
4. Апогаметия — выпадение из цикла гаметы и зиготы. Зародыш спорофита образуется из неоплодотворенных соматических клеток мегагаметофора.

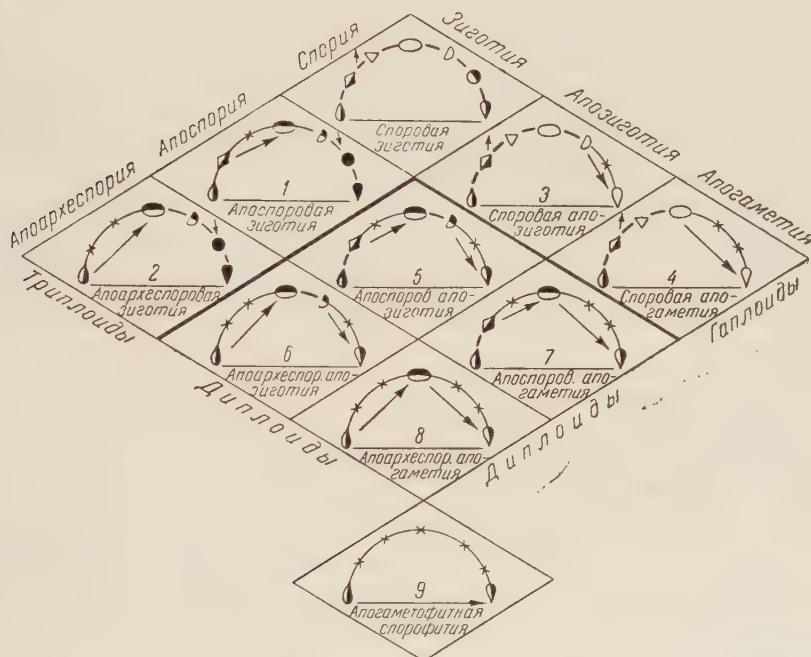


Рис. 2. Классификация форм бесполосемянности. Обозначения те же, что на рис. 1. Крестики обозначают морфобиологические фазы, выпавшие из цикла развития. Знаки, полностью зачерненные, характеризуют триплоидное состояние

Термины, принятые нами для обозначения элементов бесполосемянности, построены по единому принципу. Каждый термин состоит из приставки апо, за которой следует наименование той морфобиологической фазы, которая выпадает из цикла одна или вместе со следующей за ней фазой. Унификация терминологии заставляет точнее определить содержание некоторых старых терминов, а от некоторых из них совсем отказаться. В частности нуждается в уточнении термин апоспория. Нами этот термин понимается уже, чем обычно, и в точном значении, именно для обозначения случаев, когда не происходит спорогенеза и развитие мегагаметофита идет минуя спору, но из клеток археспория. Употребляемые в этих случаях термины — псевдоапоспория, генеративная апоспория или диплоспория — не вскрывают сущности явления. Те случаи, когда развитие мегагаметофита идет минуя археспорию,

спорий и спору, обозначаются нами термином апоархеспория, что более точно отражает явление, чем старые термины — апоспория, эвапоспория или соматическая апоспория. Старые термины — партеногенез, апогамия — заменяются более точными и соответствующими принятому единому принципу терминами: апозиготия, апогаметия.

Элементы бесполосемянности образуют группу переходных форм бесполосемянности, а в соответствующем парном сочетании — группу основных форм бесполосемянности. Анализ взаимоотношений между спорово-зиготией и различными формами бесполосемянности показывает, что и нельзя классифицировать путем линейного расположения в один или несколько параллельных или дихотомических рядов. Разработанная нами классификация (рис. 2), позволяющая включить все переходные и основные группы форм бесполосемянности, построена в виде решетки, образуемой взаимопересекающимися рядами форм, выделенных по наличию или отсутствию отдельных элементов бесполосемянности. Наименование каждой переходной и основной форме бесполосемянности дается двойное по названию двух взаимопересекающихся рядов, определяющих ее место в классификации. Классификация имеет следующий вид:

I. Переходные формы:

1. Апоспоровая зиготия.
2. Апоархеспоровая зиготия.

Обе формы характеризуются выпадением спорогенеза и сохранением оплодотворения. В результате выпадения мейозиса гаметофит и гамета содержат нередуцированное диплоидное число хромосом, а при оплодотворении образуется триплоидный зародыш.

3. Споровая апозиготия.

4. Споровая апогаметия.

Обе формы характеризуются выпадением оплодотворения и сохранением спорогенеза. В результате спорогенеза гаметофит и гамета содержат гаплоидное число хромосом и при отсутствии оплодотворения образуют гаплоидный зародыш.

II. Основные формы:

5. Апоспоровая апозиготия.
6. Апоархеспоровая апозиготия.
7. Апоспоровая апогаметия.
8. Апоархеспоровая апогаметия.

Таблица 1

Хохлов	Густафсон (*)	Махешвари (**)	Модилевский (***)
1. Апоспоровая зиготия	—	—	—
2. Апоархеспоровая зиготия	—	—	—
3. Споровая апозиготия	—	Гаплоидный партеногенез	Гаплоидный партеногенез
4. Споровая апогаметия	—	Гаплоидная апогамия	Гаплоидная апогаметия
5. Апоспоровая зиготия	Диплоспория + партеногенез	Генеративная апоспория + диплосидный партеногенез	Диплоидный партеногенез
6. Апоархеспоровая апозиготия	Апоспория + партеногенез	Соматическая апоспория + диплоидный партеногенез	Диплоидный апоспорный партеногенез
7. Апоспоровая апогаметия	Диплоспория + апогаметия	Генеративная апоспория + диплоидная апогамия	Диплоидная спорогенная апогаметия
8. Апоархеспоровая апогаметия	Апоспория + апогаметия	Соматическая апоспория + диплондная апогамия	Диплоидная апоспорная апогаметия
9. Апогаметофитная спорофития	Нуцеллярная или адвентивная эмбриония	Адвентивная эмбриония или спорофитное почкование	Адвентивная эмбрионизация

Все эти формы характеризуются выпадением как спорогенеза, так и оплодотворения. В результате этого не происходит смены ядерных фаз, и при диплоидном спорофите образуется диплоидный зародыш (хотя относительно близких видов он может быть и полиплоидным).

III. З а к л ю ч и т е л ь н а я ф о р м а :

9. Апогаметофитная спорофития.

В отличие от всех переходных и основных форм, у которых во всех случаях в цикле воспроизведения зародыша спорофита сохраняется гаплоидный или диплоидный гаметофит (гаметофитная спорофития), — при апогаметофитной спорофитии зародыш спорофита воспроизводится непосредственно из соматических клеток семяпочки спорофита же, минуя гаметофит.

В табл. I дается сопоставление новых терминов, принятых нами при обозначении форм апомиксиса, с терминами, употребляемыми в монографиях и руководствах последних лет.

Саратовский государственный университет
им. Н. Г. Чернышевского

Поступило
17 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ П. А. Баранов, История эмбриологии растений, 1955. ² Н. П. Дубинин, Бот. журн., № 1 (1957). ³ Ф. М. Зорин, Агробиология, № 2 (1947). ⁴ Я. С. Модилевский, Эмбриология покрытосеменных растений, 1953. ⁵ М. С. Навашин, Семеноводство, № 2 (1933). ⁶ С. С. Хохлов, Соц. зерн. хоз., № 1 (1946). ⁷ С. С. Хохлов, Перспективы эволюции высших растений, 1950. ⁸ Ш. Чейз, Сборн. Гибридная кукуруза, 1955. ⁹ Å. Gustafsson, Lunds. Univ. Arsskr., Åvd. 2, 42, № 3 (1946). ¹⁰ E. M. East, Science, 72, 48 (1930). ¹¹ D. Johansen, Bot Rev., 11, № 2 (1945). ¹² R. Maheshwari, An. Introduction to the Embryology of Angiosperms, 1950. ¹³ J. Leger, Rev. Bot. Appl. et Agr. Trop., № 301/302, 483 (1947). ¹⁴ G. Täckholm, Act. Hort. Berg., 7, № 3 (1922). ¹⁵ E. Tschermak-Seysseng, Biol. General., 19, 3 (1951).

МОРФОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. Л. ВИТКОВСКИЙ

ПУТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ФАСЦИАЦИЙ У ПЛОДОВО-ЯГОДНЫХ РАСТЕНИЙ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 21 X 1957)

Впервые довольно подробное объяснение фасциациям дал П. М. Жуковский⁽¹⁾. Он указал на огромное прогрессивное значение фасциаций, описал их типы, отметил частоту их возникновения у различных растений и высказал мнение, что фасциации являются новообразованиями, чаще возникающими у позднеспелых форм. Высказывания П. М. Жуковского, а также исследования ряда других авторов, позволили М. Т. Коконову⁽²⁾ вскрыть механизм возникновения и биологию фасциаций. Механизм возникновения фасциаций, по М. Т. Коконову, заключается в следующем. В пазухах листьев у растений закладываются «глазки», состоящие из 2—3 почек, но развитие, как правило, получает только одна (главная) почка, в то время как остальные обычно остаются скрытыми и не прорастают. При удалении главной почки начинают прорастать одна или несколько ранее скрытых почек расположенных обычно вплотную одна к другой. В случае, если эти последние начинают расти одновременно, они могут срастись, образовав одну верхушечную точку роста, что и приводит к фасциации побега.

В течение пяти лет я занимался исследованием строения и жизненного цикла почек у плодовых, ягодных и некоторых других древесных растений. Эта работа позволила вскрыть еще один путь возникновения фасциаций. В отличие от М. Т. Коконова, я исследовал строение и жизненный цикл не скрытых почек, а главных почек глазка. Главная почка глазка возникает на растущем побеге в пазухе примордиального листа и формируется в течение периода вегетации растения. Такие главные пазушные почки являются продуктом деятельности конуса нарастания верхушечной почки растущего побега. Скрытые же почки пазушного глазка побега древесного растения (яблоня), согласно М. Т. Коконову, «образуются весной из вторичной меристемы, возникающей на побеге прироста прошлого года в виде кольца, расположенного вокруг места прикрепления к побегу основания черешка листа». Фасцированные побеги, возник-



Рис. 1. Поперечный и продольный разрезы главных пазушных почек черной смородины осенью. Вторичные конусы нарастания (отмечены точками) в пазухах примордиальных листочков

шие из скрытых почек, как указывает М. Т. Коконов, подобны молодым сенцам⁽²⁾.

Наши исследования строения главным пазушных почек смородины, крыжовника, яблони, груши и других растений показали (рис. 1), что в пазухах

каждого примордиального листочка находится так называемый вторичный (в отличие от центрального — первичного) конус нарастания (буторок). Эти вторичные конусы нарастания закладываются в пазухах примордиальных листочков главной почки в период ее возникновения и формирования как продукт деятельности центрального (первичного) конуса нарастания данной пазушной почки. Таким образом, вторичные конусы нарастания возникают примерно на 8—10 мес. раньше, чем конусы нарастания скрытых почек глазка. Следовательно, пути их развития под влиянием условий среды различны. Скрытые почки фактически не подвергаются действию низких температур (или если подвергаются, то очень кратковременно), и как уже отмечалось выше, из них вырастают побеги, подобные сеянцам. Вторичные же конусы главной пазушной почки подвергаются действию низких температур в течение осени, зимы и ранней весны. Проведенные нами специальные исследования убеждают нас, что при своем возникновении вторичные конусы стадийно молоды⁽³⁾ (об этом говорит также и наличие периода покоя у пазушных почек). Пройдя период пониженных температур, вторичные конусы нарастания к весне под влиянием такого сильного ментора, как материнское растение, в значительной степени «выравнивают» стадию своего развития и становятся близкими к окружающим тканям других органов растения. С этой точки зрения развивающиеся из вторичных конусов нарастания побеги уже нельзя рассматривать как стадийно молодые, и они действительно не подобны сеянцам.

В связи с тем, что из скрытых почек вырастают побеги, подобные сеянцам, М. Т. Коконов и наблюдал лишь фасциацию ростовых побегов. Фасциации же плодовых побегов (образований) из таких почек произойти не может, так как этому не соответствует их стадийное состояние. Фасциация плодовых побегов может произойти и происходит лишь при их росте из главных пазушных почек. Она является результатом срастания дифференцировавшегося в цветки центрального конуса нарастания с одним или несколькими боковыми конусами, быстро прошедшими в результате особо сложившихся комплексных условий среды свое стадийное развитие, и поэтому также способных дифференцироваться в цветки.

В 1956 г. автор настоящей статьи наблюдал фасциацию плодовых побегов у растений черной смородины, растущих на участках Полярной опытной станции Всесоюзного института растениеводства в Хибинах (Мурманская обл.). В коллекции черной смородины, растущей на станции, имеется группа сортов западно-европейской селекции. У этих сортов, находящихся в не свойственных им условиях, в значительной степени (на одну треть и иногда даже на половину их длины) ежегодно подмерзают годичные побеги. Гибель верхушек побегов приводит к росту новых побегов из пазушных почек. Эти новые побеги вырастают из вторичных конусов нарастания главной пазушной почки. В зависимости от сочетания условий внешней среды и наличия пластических веществ у растения из пазушной почки вырастает от одного до трех и больше так называемых побегов замещения. При одновременном росте эти побеги могут срастаться, что мы и наблюдали в 1956 г. у сортов черной смородины Длиннокистная, Сандерс и Черная кисть (рис. 2).

Фасциацию побегов у данных сортов мы объясняем следующим. Среднесуточная температура воздуха во второй половине августа 1955 г. в условиях Хибин была на 2—3° выше средней многолетней. Сочетание более высокой, чем обычно, температуры воздуха с наличием в это время длинного (20—16 час.) дня способствовало более продолжительному росту побегов, который закончился лишь к 1 сентября (сорта западно-европейской селекции ближе стоят к растениям короткого дня и в условиях Хибин сильно реагируют на длинный день). Затягивание роста побегов привело к более позднему вызреванию пазушных почек, что отразилось на времени начала дифференциации их конусов нарастания: последняя наступила лишь в конце второй декады сентября или почти на месяц позже, чем у Кольского образца черной смородины Варзуга. Среднесуточная температура воздуха в первой

и второй декадах сентября была на 0,8—1,2° выше средней многолетней. В третьей же декаде сентября среднесуточная температура воздуха была на 0,3° ниже средней многолетней. Столь позднее начало дифференциации конусов нарастания, да еще при пониженной температуре, привело к затягиванию этого процесса на первом этапе — этапе формирования цветковых бугорков. В то же время пониженная температура способствовала развитию вторичных конусов нарастания, затягивая их рост. Октябрьские температуры также не благоприятствовали росту вторичных конусов нарастания.



Рис. 2. Фасциация плодовых побегов, выросших у черной смородины из главных пазушных почек

Весна 1956 г. была ранней (с первой декады мая, вместо второй) и теплой (среднесуточная температура воздуха в течение мая была примерно на 2° выше средней многолетней), что способствовало ростовым процессам. Ранний и дружный рост скученных (из-за крайне слабого осеннего роста) вторичных конусов нарастания привел к срастанию их с центральной осью кисти (со слабо дифференцировавшимися еще в это время цветками). Такое срастание в той или иной почке и обусловливало фасциацию. Вполне возможно, что при этом шла дальнейшая дифференциация не только уже имеющихся осенних зачатков цветков, но и возникала новая дифференциация вторичных конусов нарастания.

Оба пути возникновения фасциаций наглядно показывают, что, зная строение пазушных почек (главных и скрытых), время их образования, регулируя продолжительность роста побегов и время наступления дифференциации конусов нарастания, и, наконец, искусственно создавая определенные условия среды и питания на тех или иных этапах роста и развития почек растения, можно вызывать фасциации. Исходя из особенностей роста и развития почек, мы согласны с П. М. Жуковским, что этот процесс легче искусственно вызвать у позднеспелых форм растений. Кроме того, нам кажется, что фасциации чаще будут возникать у растений, попавших в не вполне свойственные им условия среды (например, при продвижении в более северные по отношению к их обычному ареалу районы).

Более глубокое исследование особенностей формирования почек у растений (в частности, у плодово-ягодных), а также постановка специальных опытов по искусственноенному вызыванию фасциаций помогут лучше познать природу этого явления и использовать его для повышения урожайности сельскохозяйственных культур.

Поступило
31 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ П. М. Жуковский, Культурные растения и их сородичи, М., 1950. ² М. Т. Конов, Изв. ТСХА, № 2 (9) (1955). ³ В. Л. Витковский, ДАН, 119, 1 (1958).

Г. М. ДОБРЫНИН

КОРНИ КУКУРУЗЫ И НЕКОТОРЫЕ БИОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИХ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 21 X 1957)

В последние годы значительно возрос интерес к корням растений. Однако сведения о морфологии и биологии отдельных корней и целых корневых систем еще явно недостаточны.

Исследования корней мы проводили пробами почвы, взятыми на посевах в поле в разные фазы вегетации растений. Пробы брались металлическими цилиндрами высотой от 30 до 50 см и диаметром от 5 до 30 см — в зависимости от возраста растений и особенностей почвы. Почва отмывалась от корней растений 3% водным раствором перекиси водорода. После отмычки одни растения гербаризировались, а другие использовались для определе-

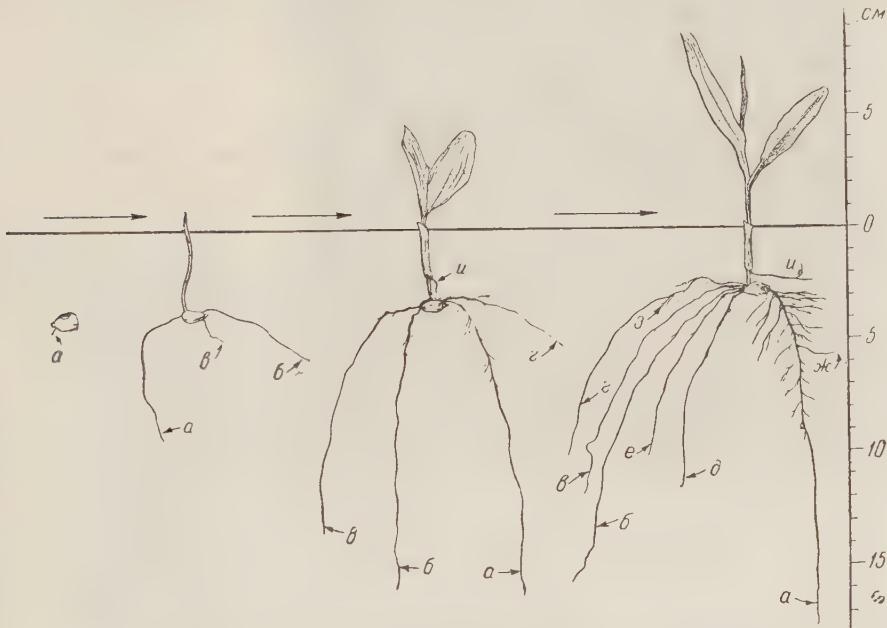


Рис. 1. Формирование кукурузой зародышевой корневой системы: *a* — главный корень, *ж* — его боковые корни; *б* — *е* — зародышевые придаточные корни, *з* — их боковые корни, *и* — узловые придаточные корни

ния веса их надземной и подземной частей. Гербаризируя растение, мы располагаем его надземную часть на белой бумаге, а подземную — на черной. Корни удобнее расправлять на листах черной бумаги в тонком слое воды в низких плоскодонных кюветах. Длину корней растений наиболее точно удается измерить у гербарных экземпляров.

Рассмотрим ход формирования корневых систем у кукурузы Миннесота 13 экстра, посаженной 26 V 1956 г. на поле учебно-опытного хозяйства Ленинградского сельскохозяйственного института (г. Пушкин). Известно, что кукуруза — как и каждый злак — имеет различные корни, образующие вместе зародышевую и узловую корневые системы.

При прорастании семени первым трогается в рост зародышевый коре-

шок, образуя главный корень (рис. 1), который по мере роста углубляет-
ся в почву и ветвится, образуя боковые корни трех порядков. Вслед за главным

корнем из зародышевых узлов появляются по очереди три —
шесть зародышевых придаточных корней (рис. 1). Эти корни то-
же ветвятся в три порядка. В результате у кукурузы фор-
мируется зародышевая (первичная) кор-
невая система главно-
го побега растения
(рис. 1 и 2).

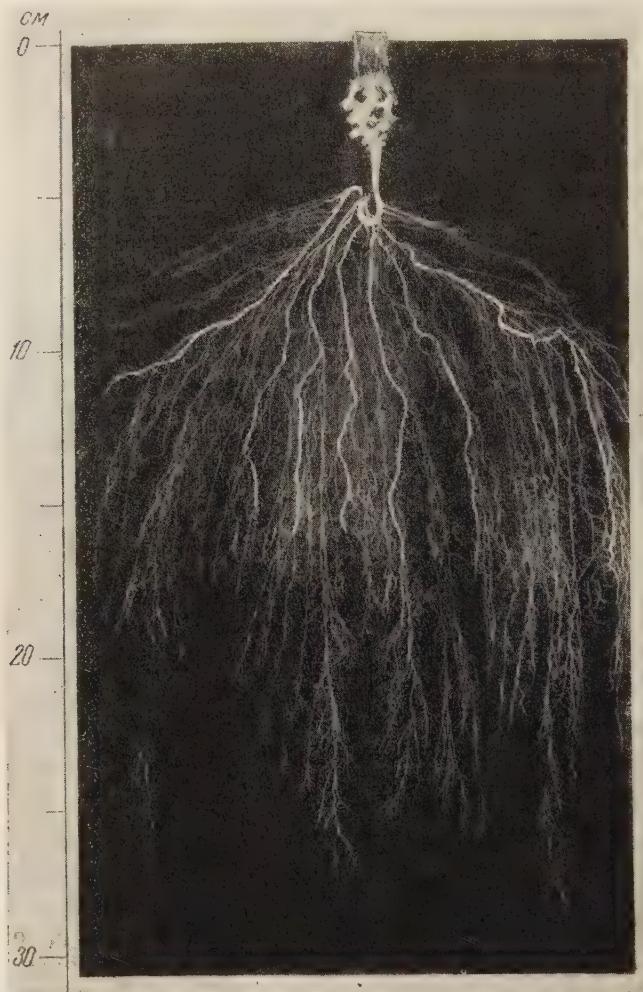


Рис. 2. Часть зародышевой корневой системы кукурузы
в фазе 12 листьев

но утолщаются. Однако, по нашим наблюдениям, по мере утолщения стебля растений они образуют придаточные узловые корни возрастающей толщины. В результате узел кущения принимает форму, похожую на конус с вершиной, обращенной вниз, а корни на нем образуются ярусами (рис. 1 и 3). В фазу второго листа (через два дня после всходов) у кукурузы появляется 1-й узловый придаточный корень (рис. 1). К 19 VI (через 15 дней после всходов) у кукурузы в фазе шести листьев начали появляться узловые корни II яруса (рис. 3). В фазу двенадцати листьев (30 VII — на 56 день после всходов) в пяти ярусах узла кущения образовался уже 31 узловый придаточный корень, а к концу вегетации кукурузы (пробы 11 X) их количество возросло до 45, а узел кущения насчитывал восемь ярусов (см. табл. 1 и рис. 4).

При сравнении хода формирования зародышевой и узловой корневых систем и длины их корней у взрослых растений достаточно ясно выявляется, что в первые фазы роста и развития растений основную роль в их питании и обеспечении водой играют зародышевые корни (рис. 1 и 2), а в последующие фазы — узловые (рис. 3 и 4), общая длина которых в шесть раз больше длины зародышевых корней (табл. 2).

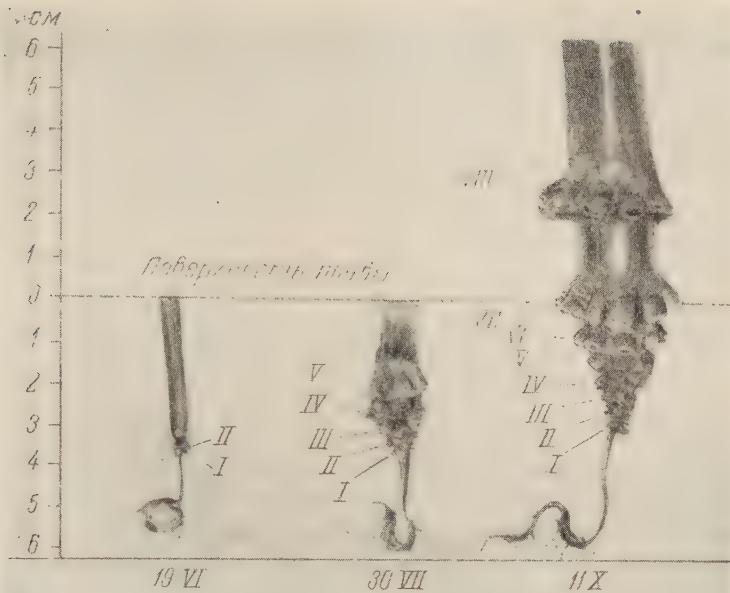


Рис. 3. Образование кукурузой узла кущения и узловых корней в течение вегетации (узловые корни отрезаны от узлов кущения растений)

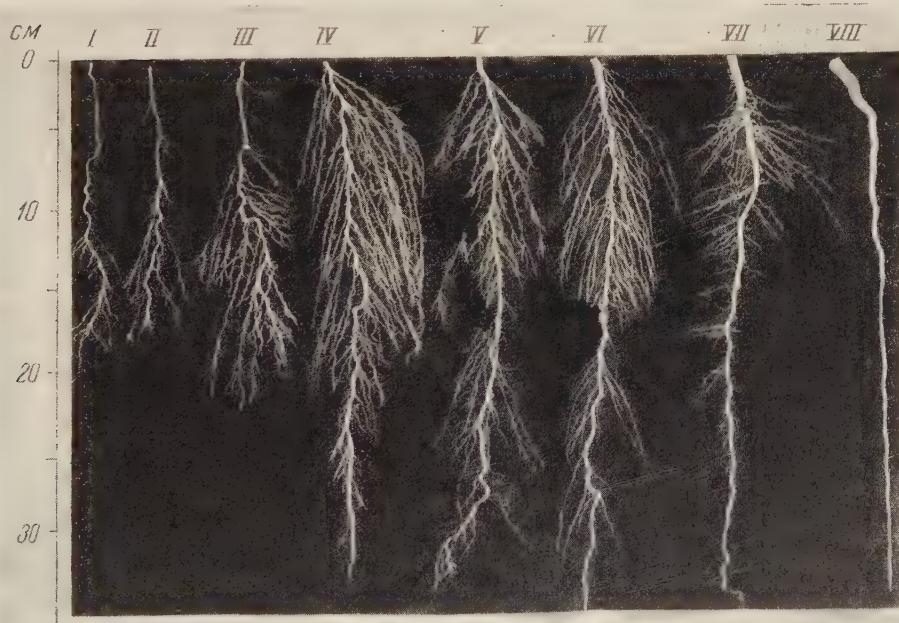


Рис. 4. Часть узловой корневой системы кукурузы в конце вегетации (из 45 корней всей узловой системы на рисунке представлено лишь 8 — по одному корню с каждого яруса узла кущения (I—VIII))

В связи с изложенным следует остановиться на способности стебля кукурузного растения образовывать воздушные корни выше поверхности почвы. По мнению некоторых авторов, такие корни служат растению преимущественно или исключительно для придания высоким стеблям кукурузы боль-

Таблица 1

Характеристика узла кущения и узловых придаточных корней кукурузы
в конце вегетации (высота растений 165 см)

№ яруса корней в узле кущения	Узловые корни			Боковые корни трех порядков ветвления		
	число корней	средний диаметр у стебля в мм	средний вес одного воздушно-сухого корня в г	число корней	длина корней	
					в м	в % к общей длине
9	11	—	—	—	—	—
8	10	5,30	0,730	—	—	—
7	7	5,13	0,410	1134	17	2,5
6	6	4,40	0,230	9675	108	15,7
5	5	3,25	0,130	12918	169	24,7
4	4	2,74	0,062	27934	341	49,3
3	3	1,53	0,042	2670	44	6,3
2	4	1,10	0,033	580	6	0,8
1	6	0,70	0,023	720	5	0,7

Примечание. 9-й ярус образовался в 3,6 см над поверхностью почвы. Его корни замерзли 24 IX 1956 г., не успев углубиться в почву.

шей устойчивости. Между тем воздушные корни выполняют все свойственные корням функции. На активную способность воздушных корней поглощать из почвы воду и питательные вещества указывают, например, корневые волоски, обильно покрывающие поверхность корня в почве. Дополнительную же опору для устойчивости стеблям кукурузы создают узловые придаточные корни уже с IV яруса формирования.

Таблица 2

Характеристика корней кукурузы в конце вегетации (высота цилиндрических монолитов 35 см, диаметр 30 см)

	Зародышевая корневая система		Узловая корневая система		Всего	
	число корней	длина корней в м	число корней	длина корней в м	число корней	длина корней в м
Главный корень	1	0,2	—	—	1	0,2
Зародышевые придаточные корни	6	1	—	—	6	1
Узловые придаточные корни	—	—	45	11	45	11
Боковые корни главного, зародышевых и узловых корней (всего)	11204	112	58689	690	69839	802
В том числе						
I порядка ветвления	626	19	3659	114	4285	133
II » »	7658	81	36078	503	43736	584
III » »	2920	12	18952	73	21872	85
Итого	11211	113	58734	701	69945	814

Особенностью кукурузы, в отличие от других злаков, является то, что у нее появляются, как правило, лишь единичные боковые побеги или они даже вовсе не появляются. В последнем случае все корни зародышевой и узловой корневых систем обеспечивают жизнедеятельность главного побега. Потому-то кукуруза способна развивать толстый, высокий, обильно облиственный стебель с полновесными початками. Вместе с тем следует иметь в виду, что при гибели главного побега ему на смену иногда трогается в рост боковой побег. Зародышевые и узловые корни, образованные главным побегом, не отмирают вместе с его надземной частью, а продолжают жить и функционировать наряду с узловыми придаточными корнями, постепенно формирующимиися на боковых побегах кукурузы.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Л. И. СЕРГЕЕВ и К. А. СЕРГЕЕВА

**ОСОБЕННОСТИ ГОДИЧНОГО ЦИКЛА И МОРОЗОВЫНОСЛИВОСТЬ
ДРЕВЕСНЫХ РАСТЕНИЙ**

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 21 X 1957)

Морозовыносливость деревьев и кустарников определяется сложной перестройкой обмена веществ во всех живых тканях растений. Время и глубина этой перестройки находятся в прямой зависимости от исторически сложившегося сезонного ритма роста и развития, физиологического состояния живых тканей и условий среды (^{1-3, 6-8}).

Изучение динамики водного режима, интенсивности дыхания и роста побегов у различных плодовых пород южного берега Крыма (Никитский ботанический сад) показало, что существует взаимосвязь между физиологической периодичностью и выносливостью растений к различным неблагоприятным факторам среды (^{4, 5}). Одним из характерных показателей большей приспособленности к неблагоприятным климатическим условиям является уровень водоудерживающей способности листьев в течение вегетационного периода: у более приспособленных пород водоудерживающая способность листьев выше, чем у неприспособленных.

Учитывая это, мы предприняли исследования ряда физиологических показателей для 15 пород и сортов местных и интродуцированных древесных растений в Ботаническом саду Башкирского филиала АН СССР (г. Уфа). Метод исследования был описан в работах (³⁻⁵). В данной статье мы приводим экспериментальный материал по 8 породам и сортам, различающимся по степени морозовыносливости.

Из числа наиболее морозовыносливых пород мы взяли липу мелколистную (*Tilia cordata* Mill.), черемуху обыкновенную (*Padus racemosa* Gilib.) и два интродуцированных растения — бархат амурский (*Phellodendron amurense* Rupr.) и черемуху Маака (*Padus Maackii* Kom.).

К числу неморозовыносливых в условиях Башкирии растений следует отнести культурные сорта вишни, вишню степную или кустарниковую (*Cerasus fruticosa* Pall.), которая зимует под снегом, и мичуринский сорт яблони Славянку. Как показали наши наблюдения, у этих растений часто вымерзают генеративные почки (вишни) и годичные побеги (вишня Захаровская и яблоня Славянка). Однако нужно иметь в виду, что вишня степная более зимовынослива, чем культурная вишня, что связано с более ранним вызреванием побегов у вишни степной. Недостаточно морозовыносливым является и широко распространенный в Башкирии сорт яблони Башкирский красавец.

Перейдем к изложению полученных результатов, из которых часть представлена в графиках (рис. 1).

Липа мелколистная (рис. 1, I) характеризуется очень коротким периодом роста побегов, который в 1956 г. совпал с третьей декадой мая. Как и у всех остальных пород, в процессе старения листьев происходит снижение их оводненности и интенсивности дыхания. Однако во второй половине вегетационного периода в листьях липы наблюдается повышение водоудерживающей способности.

Черемуха обыкновенная (рис. 1, III) характеризуется ранним началом роста побегов, который закончился к концу мая. У этой породы еще отчетливее выражено повышение водоудерживающей способности листьев во второй половине вегетационного периода.

Бархатамурский. Рост побегов происходил с середины мая до 20 июня. Максимум прироста отмечен для третьей декады мая. Кривая водоудерживающей способности неуклонно поднимается вверх.

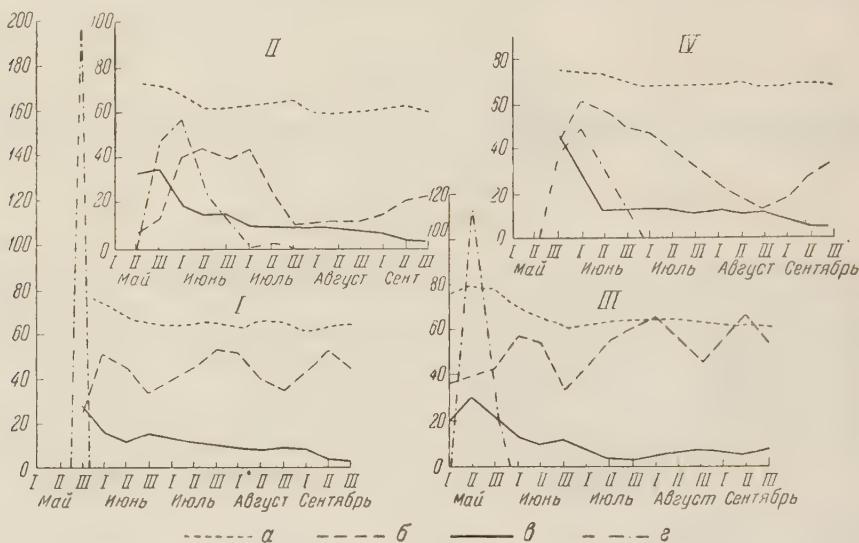


Рис. 1. Физиологические показатели липы мелколистной (I), яблони Славянки (II), черемухи обыкновенной (III) и вишни Захаровской (IV). а — содержание воды (в процентах), б — водоудерживающая способность (содержание воды после 30 час. подсушивания), в — интенсивность дыхания (в миллиграммах CO₂ на 1 г сухого вещества в час), г — прирост побегов (в сантиметрах)

Черемуха Маака. Рост побегов происходил с 21 мая по 10 июля. Наиболее интенсивным он был в мае. Кривая водоудерживающей способности колеблется примерно в одних и тех же пределах на протяжении всего вегетационного периода. По морозоустойчивости она уступает всем предыдущим породам.

Яблоня Славянка (рис. 1, II). В условиях Башкирии этот сорт подвергается сильным повреждениям от морозов. Рост побегов оказался растянутым с 22 мая до 1 августа. Максимум прироста установлен в первую декаду июня. Характер кривой водоудерживающей способности листьев совершенно иной, чем у морозоустойчивых пород. В июле наблюдалось резкое падение водоудерживающей способности листьев и только в конце вегетационного периода отмечено некоторое ее повышение.

Яблоня Башкирский красавец. Этот сорт по морозоустойчивости превосходит Славянку, но уступает 4 породам первой группы. Рост побегов и величина побегов такие же, как у Славянки. Но у этого сорта нет такого резкого падения кривой водоудерживающей способности листьев во второй половине вегетационного периода и отмечен небольшой подъем ее в сентябре.

Вишня Захаровская (рис. 1, IV). Рост побегов происходил с 22 мая по 1 июля. Максимум прироста отмечен в первой декаде июня. Кривая водоудерживающей способности листьев, достигнув максимума в начале июня, потом показывает значительное и все увеличивающееся понижение (до конца августа).

Вишня степная. Рост побегов закончился к 20 июня, т. е. на 10 дней раньше, чем у вишни Захаровской. Кривая водоудерживающей спо-

собности листьев показывает еще более резкое падение во второй половине вегетационного периода.

Таким образом, существуют отличительные особенности годичного цикла морозовыносливых и неморозовыносливых древесных растений. Первая особенность заключается в том, что у морозовыносливых пород раньше начинается и значительно раньше заканчивается рост побегов. У неморозовыносливых пород рост побегов начинается позже и часто затягивается до начала и даже конца июля.

Вторая особенность морозовыносливых пород заключается в том, что в течение вегетационного периода у них наблюдается повышение водоудерживающей способности листьев. У неморозовыносливых пород водоудерживающая способность листьев во второй половине вегетационного периода понижается. В самом конце вегетационного периода водоудерживающая способность листьев у всех пород немного повышается, что объясняется изменением условий водоотдачи.

Более высокая водоудерживающая способность листьев морозовыносливых растений, в сравнении с неморозовыносливыми, связана с различием в содержании гидрофильных коллоидов. У морозовыносливых пород во второй половине вегетационного периода своевременно и более полно перестраивается обмен веществ и накапливается больше веществ, повышающих их морозовыносливость (^{3, 8}).

Третья особенность морозовыносливых пород — это более низкая, чем у неморозовыносливых древесных растений, интенсивность дыхания листьев. Это различие особенно значительно в первой половине вегетационного периода.

Институт биологии
Башкирского филиала Академии наук СССР

Поступило
11 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ П. А. Генкель, Е. З. Окинина, Диагностика морозоустойчивых растений по глубине покоя их тканей и клеток, Изд. АН СССР, 1954. ² И. В. Мичурин, Соч., 1948. ³ Л. И. Сергеев, Выносливость растений, М., 1953. ⁴ К. А. Сергеева, Докл. ВАСХНИЛ, в. 2 (1949). ⁵ К. А. Сергеева, Сборн. Биологические основы орошаемого земледелия, Изд. АН СССР, 1957. ⁶ R. H. Roberts, Am. J. Bot., **24**, 10 (1937) ⁷ M. Staehelin, W. Würgler, Landwirtsch. Jahrb. Schweiz., **67**, 6 (1953). ⁸ O. Zeliger, Planta, **39**, № 6, 500 (1951).

М. Х. ЧАЙЛАХЯН и Т. В. НЕКРАСОВА

ВЛИЯНИЕ ФИЗИОЛОГИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ
НА ПРЕОДОЛЕНИЕ ПОЛЯРНОСТИ У ЧЕРЕНКОВЫХ ЛИМОНА

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 27 XII 1957)

Преодоление полярности органообразования у черенков растений стало более доступным после применения таких активных веществ, как гетероауксин и α -нафтилуксусная кислота. Однако не у всех растений оказалось возможным достигнуть преодоления полярности с помощью этих препаратов — в наших⁽¹⁾ предыдущих опытах было показано, что перевернутые черенки лимона образуют корни на морфологически верхних, или апикальных, концах, а побеги на морфологически нижних, или базальных, концах только в том случае, если они ранее погружались в слабый раствор смеси гетероауксина и аскорбиновой кислоты или гетероауксина и тиамина; один только гетероауксин или его смесь с никотиновой кислотой подобного действия не оказывали.

В опытах, поставленных нами в оранжерее Станции искусственного климата Института физиологии растений АН СССР летом 1957 г., было проведено дальнейшее испытание влияния ряда физиологически активных веществ на преодоление полярности у черенков Новогрузинского лимона. В первом опыте, поставленном 16 VII, перевернутые черенки лимона своими апикальными концами на 24 часа погружались в растворы следующих веществ: 1) гетероауксин 0,02%, 2) гетероауксин 0,02% и аскорбиновая кислота 0,2% в смеси, 3) гетероауксин 0,02% и аскорбиновая кислота 0,2% последовательно (гетероауксин 24 часа, затем аскорбиновая кислота 24 часа), 4) α -нафтилуксусная кислота 0,02%, 5) α -нафтилуксусная кислота 0,02% и аскорбиновая кислота 0,2% в смеси, 6) трийодбензойная кислота 0,02%, 7) трийодбензойная кислота 0,02% и аскорбиновая кислота 0,2%, в смеси, 8) гиббереллин A₃ (гибберелловая кислота) 0,01%, 9) контроль, вода. Кроме того, нормально ориентированные черенки своими базальными концами на 24 часа погружались в 10) 0,01% раствор гиббереллина и 11) в воду.

Черенки нарезались с порослевых побегов растений лимона прироста прошлого года и весны текущего, длиной по 16 см; на каждом черенке оставлялись по три половинки листа — у перевернутых на базальном и у нормально ориентированных на апикальном конце. В каждом варианте опыта было взято по 10 черенков. После обработки в соответствующих растворах черенки высаживались в парник во влажный песок, где и находились до конца опыта. При постановке опыта температура в оранжерее была 28—30° и в течение первых 20 дней не падала ниже 20°; в последующие дни наблюдались небольшие колебания температуры.

Наблюдения за состоянием черенков, сделанные через две недели (30 VII), показали, что у перевернутых черенков, обработанных смесью гетероауксина и аскорбиновой кислоты, а также отдельно взятой α -нафтилуксусной кислотой, на апикальных концах появились корешки, а у черенков, обработанных гиббереллином, появились побеги. На апикальных концах черенков, обработанных смесями α -нафтилуксусной и аскорбиновой кислот, а также трийодбензойной и аскорбиновой кислот, было обнаружено подгнивание, почему в обоих вариантах все черенки были подрезаны в первом случае на 1—5 см и во втором — на 1—2 см.

Подробный учет состояния черенков был произведен 23 VIII, т. е. через 38 дней после начала опыта (табл. 1 и рис. 1—3).

Данные табл. 1 показывают, что испытанные вещества оказали различное действие на образование и рост корней и побегов у черенков лимона. Если физиологически активные вещества брались отдельно, без добавления аскорбиновой кислоты, то у перевернутых черенков образование корней на апикальных концах вызывала только α -нафтилуксусная кислота: в течение одного месяца на апикальных концах всех черенков появлялись многочисленные хорошо развитые корни. Гетероауксин, трийодбензойная кислота и гиббереллин образования корней на апикальных концах не вызывали (рис. 1). Гетероауксин и трийодбензойная кислота вызывали лишь образование крупных каллюсов, а гиббереллин не оказывал никакого влияния, не отличаясь в этом отношении от контроля. Влияние гиббереллина в отличие от других испытанных веществ, а также от контроля сказалось на росте побегов — у половины черенков, обработанных гиббереллином, на каждом из них образовалось по одному достаточно развитому побегу.



Рис. 1. Влияние физиологически активных веществ на образование корней у перевернутых черенков лимона. Апикальные концы черенков обрабатывались гетероауксином (1), α -нафтилуксусной кислотой (4), трийодбензойной кислотой (6) и гиббереллином (8). Фото 27 VIII 1957 г.

Влияние физиологически активных веществ на образование корней и побегов у перевернутых и нормально ориентированных черенков лимона

Таблица 1

№ вариан-та	Вещество	Число черенков				На один черенок			
		сохранив-шихся	с кал-люсами	с кор-нями	с побе-гами	корни		побеги	
						число	длина, см	число	длина, см
Перевернутые черенки									
1	Гетероауксин	10	10	—	—	—	—	—	—
2	Гетероауксин и аскорбино-вая кислота	10	—	10	1	8	7	1	1
3	Гетероауксин, затем ас-корбиновая кислота	10	6	4	3	2	6	3	2
4	α -Нафтилуксусная кис-лота	10	—	9	—	8	7	—	—
5	α -Нафтилуксусная и аскорбиновая кислоты	10	2	8	—	7	6	—	—
6	Трийодбензойная кислота	10	10	—	—	—	—	—	—
7	Трийодбензойная и аскор-биновая кислоты	10	8	—	2	—	—	1	1
8	Гиббереллин	10	3*	—	5	—	—	1	5
9	Контроль, вода	10	4*	—	1	—	—	1	1
Нормально ориентированные черенки									
10	Гиббереллин	10	8	—	2	—	—	2	5
11	Контроль, вода	7	—	7	4	5	6	2	3

* Каллюсы слабо развиты.

Несколько иная картина получалась при действии веществ в смеси с аскорбиновой кислотой. Гетероауксин и аскорбиновая кислота вызвали интенсивное образование корней на апикальных концах черенков, как это было показано нами (1) ранее; меньший эффект получился при последователь-

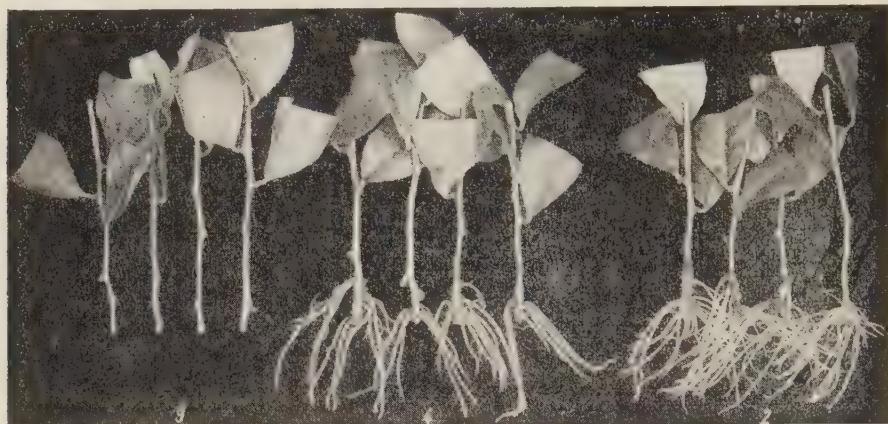


Рис. 2. Влияние α -нафтилуксусной кислоты и смеси гетероауксина на образование корней у перевернутых черенков лимона. Апикальные концы черенков обрабатывались водой (9), α -нафтилуксусной кислотой (4) и смесью гетероауксина и аскорбиновой кислоты (2). Фото 27 VIII 1957 г.

ном введении в апикальные концы сначала гетероауксина и потом аскорбиновой кислоты. Добавление аскорбиновой кислоты к α -нафтилуксусной кислоте не усилило ее действия на образование корней на апикальных концах.



Рис. 3. Влияние гиббереллина на образование корней у нормально ориентированных черенков лимона. Базальные концы черенков обрабатывались водой (11) и гиббереллином (10). Фото 27 VIII 1957 г.

Смесь трийодбензойной и аскорбиновой кислот оказалась столь же мало эффективной в преодолении полярности корнеобразования, как и отдельно взятая трийодбензойная кислота. Сравнительное действие α -нафтилуксусной кислоты и смеси гетероауксина и аскорбиновой кислоты представлено на рис. 2.

Интенсивность образования корней на апикальных концах выявились в обоих случаях в большой мере: как показывают данные табл. 1, по числу

корней на один черенок и по их длине действие α -нафтилуксусной кислоты и смеси гетероауксина с аскорбиновой кислотой одинаково. По данным этой же таблицы видно, что добавление аскорбиновой кислоты несколько стимулирует образование побегов на черенках.

Если у перевернутых черенков обработка апикальных концов раствором гиббереллина в такой же мере не вызывала образование каллюсов и корней, как и у контрольных черенков, то у нормально ориентированных черенков весьма отчетливо выявилось тормозящее действие гиббереллина на образование и рост корней. Все контрольные черенки к концу опыта образовали на базальных концах корни; за это же время ни один из черенков, обработанных раствором гиббереллина, корней не дал, а большинство из них образовали только каллюсы. Не дали корней черенки, обработанные гиббереллином, до 15 XI, т. е. спустя даже четыре месяца после начала опыта (рис. 3).

Так как в проведенном опыте были взяты сравнительно высокие концентрации растворов гиббереллина и трийодбензойной кислоты, а эти вещества, особенно гиббереллин, обладают высокой физиологической активностью, нами был проведен второй опыт, начатый 2 IX. Брались такие же черенки лимона, как и в первом опыте, и на 24 часа погружались в водные растворы следующих веществ: 1) гиббереллин 0,0001%, 2) то же 0,00001%, 3) то же 0,000001%, 4) трийодбензойная кислота 0,001%, 5) то же 0,0001% и 6) контроль, вода. Половина черенков погружалась в растворы веществ апикальными и половина черенков базальными концами, и в таком же положении черенки высаживались в парник во влажный песок. В каждом варианте опыта было взято по шесть черенков. Второй опыт протекал при более низкой температуре (10—20°), чем первый, поэтому образование корней проходило медленнее, и учет опыта был произведен 15 XI.

Ни в одном случае у перевернутых черенков не наблюдалось образования корней на апикальных концах.

Данные табл. 2 показывают, что гиббереллин и трийодбензойная кислота задерживают образование корней у черенков лимона. По мере уменьшения концентрации раствора задерживающее действие гиббереллина на образование корней уменьшается.

Приведенные здесь экспериментальные данные позволяют сделать вывод, что отдельно взятая α -нафтилуксусная кислота является соединением, влияющим на преодоление полярности органообразования в такой же сильной мере, как смесь гетероауксина с аскорбиновой кислотой или с тиамином.

Вместе с тем выявляется резко различная степень влияния физиологически активных веществ на преодоление полярности у черенков лимона. Преодоление полярности органообразования вызывают α -нафтилуксусная кислота (взятая отдельно) и гетероауксин (только в смеси с аскорбиновой кислотой); не вызывают трийодбензойная кислота (взятая отдельно и в смеси с аскорбиновой кислотой) и гиббереллин. По-видимому, столь различное действие физиологически активных веществ на полярность органообразования связано с их различным влиянием на обмен и передвижение веществ в растениях.

Институт физиологии растений им. К. А. Тимирязева
Академии наук СССР

Поступило
27 XII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. Х. Чайлахян, Т. В. Некрасова, ДАН, 111, № 2, 482 (1956). ² М. Х. Чайлахян, ДАН, 117, № 6 (1957).

Таблица 2

Влияние гиббереллина и трийодбензойной кислоты на образование корней у нормально ориентированных черенков лимона

№ варианта	Число черенков			Корни на один черенок	
	сохранившихся	с каллюсами	с корнями	число	длина, см
1	6	—	3	2	2
2	6	—	5	4	3
3	6	—	4	5	3
4	6	3*	—	—	—
5	6	2	1	4	3
6	6	—	6	5	4

* Каллюсы слабо развиты.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

А. И. МАТВЕЕВА

**ДИНАМИКА ПРОЦЕССА РЕГЕНЕРАЦИИ КОСТЕЙ СВОДА ЧЕРЕПА
У СОБАК, ВЫЗВАННОЙ МЕТОДОМ ДЕСТРУКЦИИ**

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 14 I 1958)

У человека и взрослых млекопитающих кости свода черепа не регенерируют. Биологические методы замещения костных дефектов черепа недостаточно разработаны, поэтому в настоящее время в хирургии применяются главным образом методы аллопластики, т. е. закрытия костных дефектов пластинками из полиметилметакрилата и различных металлов. Между тем, наличие инородных тел далеко не безразлично для окружающих их живых тканей организма⁽¹⁾. Отсюда вытекает необходимость разработки биологических методов краинопластики.

В нашей лаборатории в течение ряда лет проводилось изучение этого вопроса и были предложены некоторые новые биологические методы замещения костных дефектов черепа, основанные на принципах регенерации^(6, 7). Наиболее эффективным из них является метод деструкции, позволяющий получать полную регенерацию типичной черепной кости в 100% случаев. Метод деструкции состоит в заполнении области костного дефекта черепа у животных мелко измельченной костной тканью.

Заполнение костных дефектов мелкими костными обломками, костными стружками применялось для стимуляции процессов восстановления способных к регенерации трубчатых костей в эксперименте и клинике^(2, 3, 8). Костные опилки пересаживались в подкожную клетчатку, в мышцы, в печень и селезенку, под надкостницу лобной области, в листки париетальной брюшины и в двух случаях в дефект теменной кости черепа собак, однако срок наблюдения был незначительный — 19 и 32 дня⁽⁴⁾.

Применение метода деструкции для замещения костных дефектов черепа позволяет вызвать процессы регенерации костей черепа, нерегенерирующих при обычных условиях повреждения. Однако способ регенерации костей при этом не был изучен. Возник вопрос, происходит ли регенерация кости за счет отрастания краев старой кости, стимулированной пересаженным деструктированным материалом; происходит ли превращение самого деструктированного материала в кость или же под влиянием трансплантированной костной крошки соединительная ткань превращается в костную. Задачей настоящей работы было исследовать эти вопросы и показать способ возникновения новообразованной кости, изучая гистологические изменения тканей в области дефекта черепных костей на разных стадиях процесса регенерации в опытах с деструкцией.

Под опыт были взяты 24 собаки в возрасте 2—3 лет и 12 щенят в возрасте до 1 мес. Операции проводились в условиях асептики, под морфиально-эфирным наркозом. У взрослых собак разрезали кожу и височную мышцу, лоскуты этих тканей откладывали к уху, надкостницу соскабливали и об-

Рис. 1. Общий вид области дефекта через 7 (а), 15 (б) и 100 (в) дней после операции

Рис. 2. Соединительная ткань, заполняющая дефект кости; видны остатки костной крошки. 7 дней после операции. Ок. 7, об. 40×

Рис. 3. Формирующиеся костные балочки. 7 дней после операции. Ок. 7, об. 40×

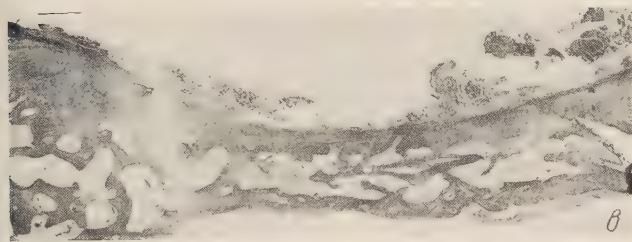
Рис. 4. Область костного дефекта через 15 дней после операции; видны костные балочки, надкостница. Ок. 7, об. 8×



a



b



β

Рис. 1

Рис. 2

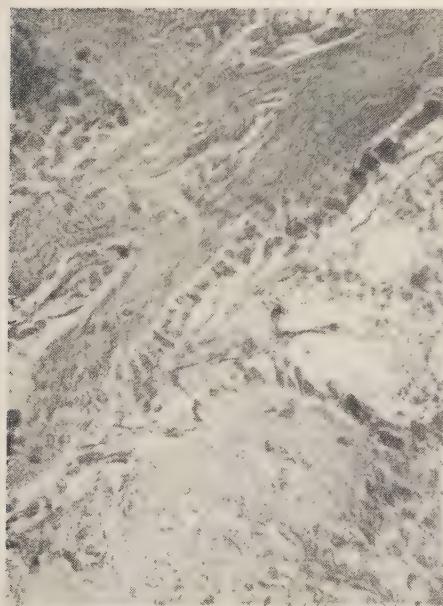


Рис. 3

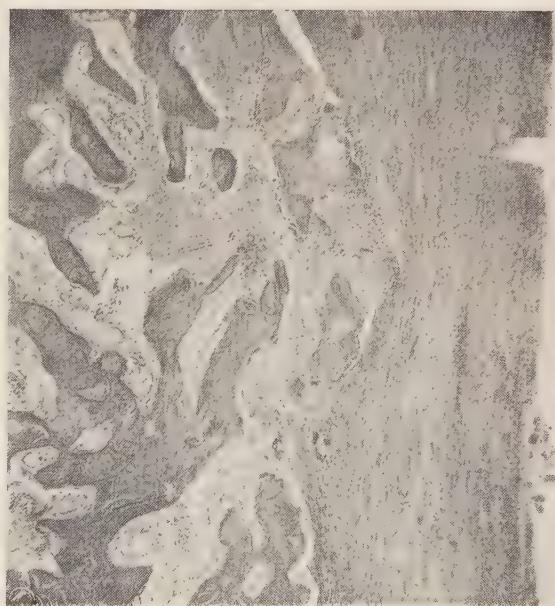


Рис. 4

нажали поверхность правой теменной кости. Коловоротом и костными щипцами или фрезом бормашины наносили дефект в кости размером 20—25 × 30—40 мм. Область костного дефекта аутопластически заполняли полученными при просверливании костными опилками или крошками. Для выяснения вопроса о характере влияния деструктированного материала на процесс регенерации, кроме аутопластики живого материала, применяли гомопластику автоклавированной измельченной кости. Черепной дефект с ауто- или гомотрансплантатом в большинстве случаев закрывали надкостницей, в отдельных случаях надкостница не сохранялась. Сверху область операции закрывали мышцей и кожей, накладывали швы. Операции на щенятах проводили под эфирным наркозом. Удаляли участок правой теменной кости и твердой мозговой оболочки размером 18 × 25 мм. Область операции закрывали кожей. Животных забивали через 7, 12, 15, 21, 30, 45, 50, 60, 90 и 100 дней после операции и позднее — до 440 дней. Материал фиксировали в жидкости Ценкера или Гелли и в 10% формалине, декальцинировали в 5% азотной кислоте, заливали в целлоидин-парафин. Срезы окрашивали гематоксилином-эозином и по Маллори.

Известно⁽⁶⁾, что у щенят в возрасте одного месяца после удаления кусков кости черепа происходит быстрое и полное восстановление кости, но только в присутствии твердой мозговой оболочки. Для более точного выяснения вопроса о роли последней мы поставили специальные опыты на щенятах в возрасте 21 и 28 дней. Во всех 12 случаях через 12, 21, 45, 50, 90 дней после операции удаления кости и подстилающей ее твердой мозговой оболочки наблюдалось замещение костного дефекта прогибающейся фиброзной пленкой, которая срасталась с мягкой и паутинной мозговыми оболочками.

Основная серия опытов была поставлена на взрослых собаках и состояла в аутопластическом заполнении области дефекта черепа живой деструктированной костью, которая накладывалась на твердую мозговую оболочку. В результате такой операции регенерация черепной кости происходит в 100% случаев. На поздних стадиях новообразованная кость представляет типичный орган со всеми характерными для него желобками, гребнями и бугорками, надежно защищающий мозг, прекрасно васкуляризованный и, по-видимому, хорошо иннервированный. Сразу после операции область дефекта заполнена костными крошками, смешанными с форменными элементами крови и экссудатом. Костные крошки микроскопически представляют собой небольшие частицы кости. Остеоциты в этих частичках в течение первых дней погибают, и крошки содержат пустые костные полости. Основное вещество их начинает краситься базофильно и подвергается рассасыванию. В рассасывании участвуют остеокlastы, но в основном процесс идет по типу ферментного лизиса. Рассасывание деструктированной кости происходит очень быстро, особенно там, где надкостница присутствует, и в соединительной ткани, заполняющей область дефекта, видны небольшие скопления крошек, которые на поздних стадиях исчезают (рис. 2). Однако одиночные крошки встречаются и через 30 дней после операции. К 7 дню после операции область дефекта заполняется молодой соединительной тканью с большим содержанием клеток (рис. 1 а). Клеточные формы представлены фибробластами, гистиоцитами, множеством эритроцитов, лежащих вне сосудов, и некоторым количеством лимфоцитов. Вся эта ткань пронизана многочисленными новообразованными капиллярами. Мышцы в непосредственном соседстве с тканью, заполняющей область дефекта, подвергаются распаду. Они колбовидно утолщаются, теряют поперечную и продольную исчерченность. Мышечные волокна, погрузившиеся в соединительную ткань, на большом протяжении восковидно перерождены и распадаются на крупные и мелкие глыбки. В отдельных тончайших мышечных волоконцах наблюдается размножение ядер и образование цепочек, состоящих из нескольких ядер, продольная исчерченность в таких волоконцах сохраняется. Встречаются миобласти. Края старой кости резко обрываются у ткани, заполняющей область повреждения. Остеоциты в них

погибают, остаются пустые костные полости. Однако характер основного вещества заметно не меняется. В костно-мозговых полостях, открывающихся в область дефекта, костный мозг замещается соединительной тканью, в которой происходит усиленное образование молодых костных балочек, замыкающих эти полости. На данной стадии прослеживаются начальные процессы образования кости: у краев старой кости, около костных крошек и твердой мозговой оболочки появляются участки остеогенной ткани, богатой клеточными формами типа остеобластов. Среди них уже прослеживаются тончайшие коллагеновые волоконца и небольшие участки основного вещества кости с 1—2 клетками, не потерявшиими еще признаков остеобластов (рис. 3). Костеобразование совершается также вокруг капилляров. Основное вещество кости, слабо окси菲尔льное, отлагается вокруг капилляров и постепенно увеличивается в объеме. Возле края старой кости этот процесс продолжается дальше: основное вещество новообразованной кости более дифференцировано, более окси菲尔льно.

В дальнейшем процесс костеобразования распространяется на всю область дефекта, и к 15 дню после операции она состоит из молодых костных балок, между которыми находится рыхлая соединительная ткань с многочисленными расширенными кровеносными сосудами (рис. 1 б и 4). В краях старой кости остеоциты погибают. На краях костного дефекта откладывается пластинка молодой кости. Основное вещество молодой костной пластинки менее окси菲尔льно, кость обильно васкуляризована, в расширенных неправильной формы костных полостях находятся живые остеоциты. Эти пластинки продолжаются в костные балки, выполняющие всю область дефекта. Они содержат много остеоцитов неправильной формы с округлыми светлыми ядрами, сохраняющими еще признаки остеобластов, и меньше основного вещества, которое менее окси菲尔льно, чем основное вещество краев костного дефекта и костной пластинки. К поверхности балочек прилегают остеобlastы. Среди молодой костной ткани встречаются разволокненные, иногда распавшиеся на отдельные глыбки участки, базофильно окрашенные, резко ограниченные от окружающей костной ткани. Между костными балками располагается молодая рыхлая соединительная ткань с многочисленными кровеносными сосудами, сильно расширенными, но в отдельных участках между балками располагается ткань остеобластического вида, и в них процессы образования кости продолжаются, так же как и аппозиционный рост молодой кости. Среди мышц, лежащих сверху над надкостницей, отдельные мышечные волокна утрачивают поперечную исчерченность, но основная масса их вполне жизнеспособна.

На 30 день после операции концы восковидно перерожденных мышц погруженные в соединительную ткань области дефекта, распадаются на эритроцитоподобные тельца, отличающиеся красноватым оттенком (при окраске гематоксилин-эозином) и неправильной формой. Балочки молодой кости выполняют всю область дефекта, мало чем отличаясь от ранее описанных. На этой стадии сохраняются еще остатки деструктированной крошки, около них довольно часто располагаются остеоклазы.

Через 60 дней после операции новообразованная кость заполняет всю область дефекта, смыкаясь с краями его. Это уже не отдельные костные балочки, а целые костные пластины. Основное вещество их окси菲尔льно, костные клетки с ярко окрашенными ядрами, костные полости приобретают уплощенную форму. В пластинках почти нет разволокненных базофильных участков, характерных для предыдущей стадии. Костные пластины отграничивают полости с формирующимся костным мозгом и кровеносными sinusами, заполненными эритроцитами. Эритроциты лежат и вне синусов, то же относится и к глыбкам меньших размеров, неправильной формы, не красящимся как эритроциты. Встречаются отдельные островки костеобразования (возникают тоненькие и нежные балочки), но таких участков мало. Однако скопления остеобластов между пластинами кости довольно часты. Остатков костной крошки уже нет. В краях старой кости в основном веще-

стве расположены характерного вида остеоциты, хотя иногда форма остеоцитов изменена, ядра сморщены, а изредка видны и пустые костные полости.

Через 100 дней после операции края костного дефекта постепенно переходят в новообразованную кость, выполняющую всю область дефекта (рис. 1б). Ясную границу между старой и новообразованной костью провести нельзя. Молодая кость состоит из массивных костных пластин, замыкающих костно-мозговые полости с жировым костным мозгом. Основное вещество кости окси菲尔но, остеоциты типичного вида — вытянутой формы, с ярко окрашенным ядром, в уплощенных костных полостях. Остеобласти на поверхности костных пластин встречаются уже в единичных случаях.

Приведенные данные показывают, что черепная кость новообразуется при аутопластической пересадке костных крошек в область костного дефекта черепа из окружающей соединительной ткани. Факт образования кости под влиянием костных крошек аналогичен литературным данным по культуре тканей^(5, 9). Возникает вопрос, в каком состоянии должен находиться трансплантат, чтобы вызвать процесс костеобразования. У 5 взрослых собак в область костного дефекта черепа пересаживали костные крошки, приготовленные из костей черепа других собак, высушенные и проавтоклавированные при температуре 120° в течение 2 час. Собаки были забиты через 300 и 440 дней после операции. Во всех случаях пересаженные костные крошки рассосались, и в области костного дефекта черепа образовалась мягкая фиброзная пленка. Следовательно, высушивание и автоклавирование инактивирует пересаженный костный материал, лишая его способности побуждать окружающую его местную соединительную ткань к костеобразованию.

Отметим, что при аутопластической пересадке костных крошек при регенерации кости не происходит ни срастания последней с твердой мозговой оболочкой, ни воспаления в мягкой и паутинной мозговых оболочках, которое могло бы привести к образованию спаек.

Выводы. 1. Аутопластическое заполнение костного дефекта черепа собаки деструктированной черепной костью (костными крошками или опилками) приводит к регенерации истинной черепной кости в 100% случаев. Новообразованная кость по форме и гистологическому строению представляет собой типичную кость свода черепа.

2. Процесс регенерации кости совершается по типу новообразования; основным материалом является соединительная ткань, заполняющая область дефекта черепа в первые дни после операции, а фактором, побуждающим соединительную ткань к регенерации кости, являются костные крошки. Пересаженные костные крошки рассасываются.

3. На ход процесса влияет живая измельченная костная ткань, взятая в свежем состоянии; автоклавированная костная крошка процесса регенерации кости не вызывает, и область дефекта закрывается тонкой фиброзной пленкой.

4. Описанное явление экспериментально вызванного регенеративного новообразования кости черепа представляет интерес как пример направленного изменения регенерационной способности у млекопитающих. Необходимо проверить возможность получения искусственно вызванной регенерации кости черепа в клинике человека.

Институт морфологии животных
им. А. Н. Северцова
Академии наук СССР

Поступило
14 I 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Э. А. Александрова, Тр. Инст. травматол. и ортопед., в. 5, 81 (1956). ² Н. А. Богораз, 17 Съезд российских хирургов, 17, 1925. ³ З. И. Карташев, О регенерации трубчатых костей из пересаженных мелких костных кусков и костной щебенки, Ростов-на-Дону, 1930. ⁴ П. М. Красин, В. М. Осиповский, Нов. хирург. арх., 28 (1933). ⁵ Н. В. Насонов, ДАН, 3, № 3 (1934). ⁶ Л. В. Полежаев, Изв. АН СССР, сер. биол., № 5, 202 (1957). ⁷ Л. В. Полежаев, А. И. Матвеева, Н. А. Захарова, Бюлл. эксп. биол. и мед., 43, № 4, 94 (1957). ⁸ Г. А. Русанов, Вестн. хирург., № 5, 15 (1955). ⁹ A. Fisher, Arch. f. Entwicklungsmech. d. Org., 125. N. 2/3, 203 (1931).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

М. Ф. НИКИТЕНКО

О РОЛИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ НЕРВНОЙ СИСТЕМЫ В ПРОЦЕССЕ РЕГЕНЕРАЦИИ ХВОСТА ПОСЛЕ АУТОТОМИИ У ЯЩЕРИЦЫ

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 19 VII 1957)

Несмотря на то, что аутотомия хвоста у ящериц с морфологической стороны изучена довольно подробно (¹), до сих пор не выявлен механизм этого процесса и не установлены условия, обеспечивающие образование вторичного хвоста взамен отброшенного.

Как известно, после аутотомии у ящериц хвост почти полностью восстанавливается, хотя и не вполне типичный, в то время как после ампутации это происходит крайне редко и к тому же при этом образуются только хвостоподобные образования.

Поскольку аутотомия совершается на рефлекторной основе и является приспособлением к пассивной защите, выработавшимся в ходе эволюции, большой интерес представляет вопрос о роли в этом процессе центральной нервной системы.

Для решения этого вопроса нами были проведены следующие опыты на взрослых ящерицах (*Lacerta vivipara*).

I серия: у подопытных животных, после типичной аутотомии специальной тонкой иглой, введенной в хвостовой канал, разрушалась нервная система от места облома хвоста на глубину 1,5—2 см, без повреждения всех остальных тканей хвоста.

II серия: после типичной аутотомии, совершившейся на уровне хвоста, сходном с уровнем у животных в I серии опытов, нервная система не подвергалась разрушению.

III серия: подопытным животным производилась ампутация хвоста на уровне, соответствующем линии облома при аутотомии (серии I, II). После этого нервная система у них разрушалась на такую же глубину от края отреза, как и у животных I серии.

IV серия: подопытные животные подвергались операции, аналогичной таковой в III серии, но нервная система сохранялась без повреждений.

Оперированные животные находились под наблюдением в течение 2 мес. Для гистологических исследований через 7, 14, 25 и 40 дней производилась фиксация оперированного участка хвоста. Полученные срезы (толщиной 8—10 μ) окрашивались гематоксилином по Вейгерту и Гейденгайну, а часть из них — кармином.

Прижизненные наблюдения, а также изучение гистологических препаратов по всем четырем сериям обнаружили значительные различия в ходе регенерационных процессов у оперированных животных с сохраненной и разрушенной нервной системой.

После типичной аутотомии при сохранении нервной системы (II серия) эпителий закрывал раневую поверхность в течение 1,5—2 дней. Если же нервная система была разрушена (I серия), эпителиализация раны происходила медленно и растягивалась на 5—7 дней. Такой же разрыв во времени застарения раны наблюдался и между животными IV серии (ампутация) и III серии (ампутация с последующим разрушением нервной системы).

Образование регенерационной бластемы у животных II серии (типичная аутотомия) происходило на 5—7 день. Изучение гистологических срезов бластемы на 7 день обнаружило, что под эпителием, закрывшим рану, накапливались рыхлые мезенхимоподобные клетки, а также массы бесструктурного живого вещества.

К концу 2-й недели у животных II серии возникал вполне сформированный, заметно выступающий на культе регенерационный бугорок.

Гистологическое изучение обнаружило, что в этом бугорке формируется из мезенхимных клеток основа нового позвонка.

При этом на некоторых препаратах (после окраски по Вейгерту) были обнаружены отдельные нервные волокна, идущие от конечного отдела нервной системы и пронизывающие как скопления недифференцированных клеток, так и очаги формирования нового хряща и новой мускулатуры (рис. 1).

За такой же период времени у животных с ампутированным хвостом (IV серия) было отмечено только утолщение эпителия на раневой поверхности, а у животных с денервированной культой (I, III серии) происходило лишь окончательное зарастание раны.

У животных I и III серий эпителий утолщался, клетки его теряли структурность. Отверстие спинномозгового канала либо оставалось пустым, либо засыпало мезенхимными клетками. Регенерационного бугорка на денервированном остатке хвоста не возникало, и раневая поверхность выглядела плоской.

У животных, которым была произведена ампутация хвоста, но нервная система которых разрушена не была (IV серия), регенерационные процессы шли путем, сходным с тем, который наблюдался у животных II серии (типичная аутотомия). Однако скопления мезенхимоподобных клеток и неклеточных масс были незначительными.

После 25 дней при типичной аутотомии (II серия) образовывались отчетливо сформированные новые хрящевые позвонки от одного до трех штук у разных подопытных животных. На построение этих позвонков, а также закладку новой мускулатуры, лежащей между новыми позвонками и кожей, потреблялся материал регенерационной бластемы. Однако клеткообразование в регенерационной бластеме также шло весьма усиленно, и на дистальном конце культуры в подэпителиальной части бластемы наблюдалось большое скопление недифференцированных клеток. В меньшей степени этот процесс был выражен в IV серии и почти отсутствовал в I и III сериях.

Необходимо отметить, что при типичной аутотомии (II серия) ткани вновь образующегося хвоста пронизываются хорошо заметными нервными волокнами. Эти волокна ветвятся и, по-видимому, отрастают от осевого ствола нервной системы, который сам регенерирует и вследствие этого прорастает через вновь образовавшиеся молодые хрящевые позвонки.

При тех же условиях обработки подобные волокна не были найдены в остальных сериях опытов.

В ходе регенерации, наступающей после аутотомии, к 40 дню происходит отрастание нового, восстановившегося хвоста, насчитывающего несколько позвонков. Каждый новый позвонок формируется сходным образом: сначала возникает скучивание мезенхимных клеток в подэпителиальной части бластемы, затем в центре скопления возникают очаги охрящевания, наконец, образуется новый позвонок. Новые позвонки по размерам не-



Рис. 1. Продольный разрез через регенерационный бугорок, образующийся у ящерицы после аутотомии хвоста. Из остатка позвонка выходят нервные волокна, идущие от конечного отдела нервной системы и пронизывающие скопления недифференцированных клеток и очаги формирования нового хряща и новой мускулатуры (II серия опытов)

сколько меньше соответствующих позвонков в неоперированном хвосте они короче и слагающий их ряд выглядит более рыхлым.

Новая мускулатура имеет много включений соединительной ткани волокна в ней редки, и некоторые из них неориентированы.

У животных I и III серий, у которых производилось разрушение нервной системы в культе, даже к 40 дню опыта образования новых позвонков не происходит. В большинстве случаев у этих животных бластема отсутствовала и эпителий на раневой поверхности имел вид плотной неклеточной ороговевшей пластинки.

Спинномозговой канал в дистальной части был либо закрыт хрящевыми элементами, либо выглядел сильно деформированным. Зачастую наблюдалось разрушение и распад дистального позвонка, через который прошел разрез при ампутации хвоста. Волокна нервного ствола в этих случаях не достигали дистальной части культи.

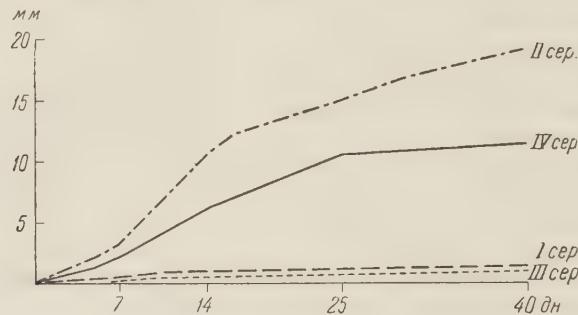


Рис. 2. Рост длины регенератов в различных сериях опытов (средние по 5 экземплярам)

У части животных, с сохраненной после ампутации хвоста нервной системой (IV серия), после 40 дней наблюдалась частичная регенерация хвоста. Положительные результаты были получены у 22 % оперированных животных. Однако регенераты были недоразвиты, новые позвонки имели вид бесформенных скоплений хряща, мышечные волокна в регенерированной части не образовывали пучков. В регенерате встречались также ветвления нервных волокон. У остальных животных этой серии (78 %) регенерационная бластема, хотя и закладывалась, но в дальнейшем не развивалась, и край отрезка оставался плоским, покрытым ороговевшим эпителием.

Результаты проделанных опытов показывают, что регенерационные процессы после аутотомии и ампутации при сохранении или разрушении нервной системы протекают различно (рис. 2).

Анализ причин этих различий позволяет нам ближе подойти к познанию механизма аутотомии — процесса, имеющего глубокую биологическую и приспособительную основу.

Черновицкий
государственный университет

Поступило
22 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. М. Шимкевич, Биологические основы зоологии, 2, 1923.

ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОРФОЛОГИЯ

В. И. СТРЕЛКОВСКИЙ

**ОНТОГЕНЕЗ ОПЕРКУЛЯРНОГО СКЕЛЕТА ACIPENSERIDAE
И ЕГО ФИЛОГЕНЕТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ**

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузеном 9 I 1957)

Одной из характерных особенностей скелета жаберной крышки осетровых рыб является малое число входящих в его состав окостенений. Для осетровых указывается наличие одной большой оперкулярной кости, которую Л. С. Берг (^{1, 2}), вслед за К. Татарко (³), считает за *suboperculum*. *Operculum*, *interoperculum* и *radii branchiostegii*, по их мнению, отсутствуют. *Palaeoperculum*, по мнению А. Н. Северцова (⁴), изначально отсутствует, но Л. С. Берг считает, что предки осетровых обладали этой костью, которая, однако, редуцировалась в процессе филогении, и у современных форм представлена ееrudиментом в виде ряда косточек, сопутствующих преоперкулярному каналу системы боковой линий.

Таким образом, о составе костных элементов жаберной крышки осетровых единого мнения не существует. Это, несомненно, стоит в связи с различиями во взглядах на происхождение этих рыб.

Известно, что по вопросу происхождения осетровых существуют две концепции. Одна из них исходит из первичной примитивности строения их скелета, считая осетровых древней, примитивной группой рыб. Другая, наоборот, утверждает, что осетровые являются потомками *Palaeoniscidae*, утратившими многие черты строения своих предков, претерпели дегенерацию и упрощение скелета и вторично перешли к примитивному состоянию.

Для выяснения природы оперкулярных окостенений этих рыб мною изучено их развитие в онтогенезе. Объектом исследования послужили мальки и взрослые экземпляры куринского осетра *Acipenser güldenstädti*. Впредь до выяснения природы каждого окостенения, они в процессе изложения будут обозначаться порядковыми номерами, начиная с верхнего, дорсального элемента, по направлению к нижнему,ентральному.

Закладка первых оперкулярных окостенений начинается тогда, когда уже полностью функционирует весь жаберный аппарат. По моим наблюдениям, у осетра в жаберной крышке закладываются всего четыре окостенения, причем закладка их происходит попарно. Первыми закладываются две верхних косточки (рис. 1). Первая, самая верхняя кость значительно превышает по размеру вторую, нижележащую, и представляет собой широкую пластинку неправильной треугольной формы, с клювовидными отростком. Вторая кость значительно меньше первой, имеет четырехугольную форму, своей длинной осью направлена вентрально.

На следующем этапе (рис. 1) появляются две нижних косточки — третья и четвертая. Последние весьма сходны по форме; обе четырехугольной формы, с зачаточными зубчиками по заднему краю, но уже ориентированы длинной осью в ростро-каудальном направлении. На этой стадии первый элемент несколько видоизменяется. На заднем его крае появляется зубчность, а вблизи внутреннего, вогнутого края и параллельно ему на поверхности пластинки возникают зачатки гребня.

На третьем этапе (рис. 1, *B*) число оперкулярных элементов остается прежним, но все они испытывают значительные морфологические изменения. В первом элементе сильно разрастается внутренняя вогнутая сторона, вследствие чего основной гребень располагается уже не по краю, а почти в центральной части пластинки. По заднему краю вырастают зубцы, вдоль которых проходят гребни, соединяющиеся с срединным гребнем, вследствие чего поверхность пластинки на этом участке становится ребристой. В центре пластинки возникает несколько очень маленьких бугорков.

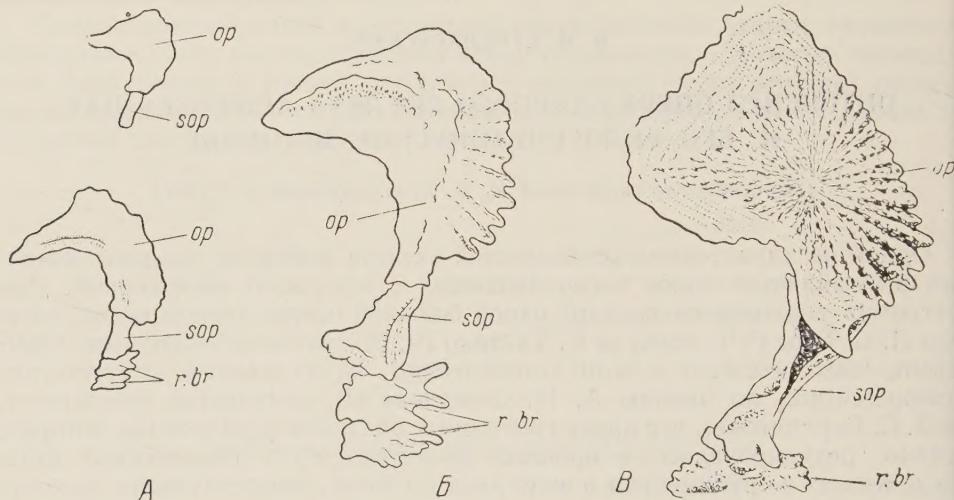


Рис. 1. *A, Б* — последовательные стадии развития оперкулярных костей малька осетра
В — оперкулярные кости взрослого осетра: *op* — operculum, *sop* — suboperculum, *r. br* —

radii branchiostegii

Второй элемент разрастается в вентральной части в ширину, а на поверхности его появляются два гребня, располагающиеся под углом друг к другу. По наличию гребней оба верхних элемента весьма сходны между собой, несмотря на различия по форме и размерам.

Два нижних элемента — третий и четвертый — также обнаруживают взаимное сходство и в то же время заметно отличаются от первых двух. Оба они не образуют гребней на своей поверхности, но вместо них развиваются высокие шипы. На заднем крае вырастают довольно длинные зубцы.

Дальнейший процесс развития заключается в постепенном росте и морфологическом усложнении всех четырех окостенений. Только лишь на одном верхнем элементе возникает и развивается поверхностная скульптура.

У взрослых осетров (рис. 1, *B*) особенно сильно развита скульптура на поверхности первого элемента. При этом происходит нарастание новых генераций зубчиков, которые, сливаясь между собой, образуют радиально расположенные гребни. Последние срастаются своими вершинами, отчего образуются вторичные гребни, под которыми остаются полые каналы. Вдоль верхнего и переднего края этого элемента сохраняется довольно широкая, лишенная скульптуры кайма, с хорошо выраженной слоистостью.

Второй элемент приобретает форму не вполне сращенной в верхней половине трубки, полость которой заполнена соединительной тканью.

Третий оперкулярный элемент мало изменяет свою форму. Что же касается последнего, четвертого элемента, то судьба его у взрослых осетров бывает различна; иногда он сохраняется и во взрослом состоянии, иногда же полностью исчезает. Таким образом, взрослые рыбы обладают либо четырьмя, либо только тремя оперкулярными окостенениями.

Все четыре оперкулярные кости прочно соединены друг с другом, при этом каждый верхний элемент налегает, наподобие черепицы, на нижний.

Маленькие косточки, которые Л. С. Берг считаетrudиментом преопер-

кульюма, представляют собой семь очень мелких, расположенных в один ряд сверху вниз, разобщенных косточек, прободенных тонкими канальцами. Размеры их колеблются у взрослого осетра от 1 до 5 мм. В процессе всего онтогенеза они не обнаруживают ни слияния друг с другом, ни распадения на более мелкие образования. Они закладываются и развиваются по тому же типу, как и связанные с боковой линией чешуи, описанные А. Н. Северцовым⁽⁵⁾. Кроме связи с каналом боковой линии, эти косточки не стоят ни в каком отношении к висцеральному скелету, а свободно залегают в коже. Трудно поэтому гомологизировать их с преоперкулюмом и считать их заrudiment последнего, тем более, что связанный с ними канал боковой линии трактуется некоторыми исследователями не как преоперкулярный, а как гомолог с. *jugalo-ogomandibularis* у *Chlamydoselachus*⁽⁶⁾.

Описанные выше четыре основных оперкулярных окостенения находятся в тесном взаимодействии с *hyomandibulae*, налегая своими передними краями на его задний край (рис. 2). При этом первая, верхняя кость лежит на дорсальной части подвеска, вторая же соответствует его вентральной части. Такое отношение этих костей к подвеску, а также сходство в характере их развития (образование гребней) заставляют думать, что верхняя из них, вопреки мнению Берга и Татарко, представляет собой настоящий operculum. Вторая кость будет соответствовать suboperculum.

Нижележащие две косточки определенно тяготеют к гиоиду, хотя непосредственно с ним и не связаны. Они, несомненно, являются видоизмененными лучами жаберной перепонки (*radii branchiostegii*). У осетра к ним прикрепляется задняя порция *m. constrictor superficialis*.

Таким образом, мы приходим к выводу, что у осетра в жаберной крышке имеются оперкулюм, субоперкулюм и один или два луча жаберной крышки (второй луч, как сказано, может редуцироваться).

Этот комплекс оперкулярных костей связан с подвеском не только локально. Между ними существует и функциональная связь. Как подвесок, так и оперкулярные кости залегают в общей оперкулярной складке, образуя единый опорный остов всей жаберной крышки. Подвесок является не только рычагом, служащим для выдвижения челюстей, он также служит и для поднимания жаберной крышки. При движении вперед подвесок одновременно отводится в сторону, поднимая при этом передний край оперкулярных костей, благодаря чему поднимается и вся жаберная крышка. Обратным движением подвесок, а вместе с ним и оперкулярные кости приводятся в исходное положение, отчего происходит сжатие жаберной полости. В закрытии жаберной крышки принимает участие еще *m. constrictor superficialis*.

Кроме указанной мышцы, жаберная крышка не имеет собственной мускулатуры, и поэтому основную роль в ее движении выполняет подвесок.

Таким образом, у осетровых рыб жаберная крышка не приобрела еще полного функционального обособления как самостоятельного органа. Эта особенность является свидетельством ее несомненной примитивности. На весьма примитивный тип аппарата дыхания, с низкой дифференцировкой жаберного насоса у осетровых указал также и М. М. Воскобойников⁽⁷⁾.

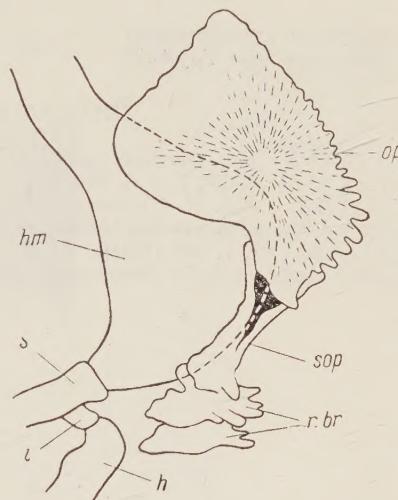


Рис. 2. Схема отношений оперкулярных костей к гиоидной дуге: *op* — operculum, *sop* — suboperculum, *r. br* — *radii branchiostegii*, *hm* — *hyomandibulae*, *i* — *interhyale*, *h* — *hyoideum*, *s* — *symplecticum*

У всех Osteichthyes, как известно, подвесок выпал из общей двигательной функции жаберной крышки. Последняя у этих рыб снабжена собственной мускулатурой, которая приводит ее в движение, что и обусловливает ее функциональную самостоятельность. Вероятно, древние представители палеонисцид также имели функционально обособленную от подвеска жаберную крышку, так как обладали полным составом вполне дифференцированных окостенений, за исключением *interoperculum*. Иначе говоря, эти древние лучеперые рыбы обладали более совершенной жаберной крышкой, нежели осетровые.

Институт палеобиологии
Академии наук ГрузССР

Поступило
8 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Л. С. Б е р г, Тр. Зоол. инст. АН СССР, 5, в. 2, 196 (1940). ² Л. С. Б е р г, Тр. Зоол. инст. АН СССР, 7, в. 3, 38 (1948). ³ К. Т а т а р к о, Тр. Інст. зоол. та біол. Київ, 10, 34 (1936). ⁴ А. Н. С е в е р ц о в, Зоол. журн., 3, № 1—2, 24 (1922). ⁵ А. Н. С е в е р ц о в, Морфологические закономерности эволюции, М.—Л., 1939, стр. 201. ⁶ Е. А l-l i s, J. Anat., 67, 1, 389 (1934). ⁷ М. М. В о с к о б о й н и к о в, Тр. 3 съезда зоологов, анатомов и гистологов в Ленинграде, 1927 г., Л., 1928, стр. 103—105.